~~W. J. LUT~~TEN

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DEN

LICHTWECHSEL ALGOLS.

LEIDEN: STOOMBOEKDRUKKERIJ VAN L. VAN NIFTERIK HZ.

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DEN

LICHTWECHSEL ALGOLS.

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

DOCTOR IN DE WIS- EN STERREKUNDE

AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT TE LEIDEN,

OP GEZAG VAN DEN RECTOR-MAGNIFICUS

MR. H. VAN DER HOEVEN,

HOOGLEERAAR IN DE FACULTEIT DER RECHTSGELEERDHEID,

VOOR DE FACULTEIT TE VERDEDIGEN

op Vrijdag 11 Juli 1902, des namiddags te 4 uren,

DOOR

ANTONIE PANNEKOEK,

GEBOREN TE VAASSEN.

LEIDEN,
L. VAN NIFTERIK Hz.
1902.

Aan mijne Ouders.

Het voltooien van dit proefschrift biedt mij de gelegenheid, aan de Hoogleeraren in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde mijn dank te betuigen voor de hulp en de belangstelling, die ik van Hen bij mijne studie mocht ondervinden.

Boven allen geldt dit U, Hooggeschatte Promotor, VAN DE SANDE BAKHUYZEN. *In de vele jaren, die ik op de sterrewacht onder Uwe leiding mocht werken, waart Gij steeds bereid, mij Uwe hulp te verleenen, waar ik die slechts noodig had; nimmer hebt Gij mij Uw raad en Uwe voorlichting onthouden, wanneer ik mij bij voorkomende moeilijkheden tot U wendde. Daarvoor betuig ik U hier mijne erkentelijkheid; het geeft mij de overtuiging, dat ik ook voortaan op Uwe belangstelling en Uwen steun zal kunnen rekenen.*

Ook zij hier een woord van dank gebracht aan de Heeren J. PLASSMANN *te Münster, Prof.* EDW. C. PICKERING, *directeur van de sterrewacht van Harvard-College te Cambridge Mass., Prof.* A. A. NIJLAND *te Utrecht, Prof.* G. MÜLLER *en Dr.* P. KEMPF *te Potsdam, die mij door het verschaffen van onuitgegeven waarnemingen en uitkomsten bij dit onderzoek hun steun verleenden.*

INHALTSVERZEICHNIS.

EINLEITUNG.

Obgleich Änderungen in der Helligkeit Algols schon von Montanari, Maraldi und Kirch bemerkt waren, gelang es erst im Jahre 1783 John Goodricke in York, die eigentümliche Natur seines Lichtwechsels aufzudecken. In einem Schreiben, das in den Philosophical Transactions 1783 S. 474 abgedruckt wurde, teilt er seine Helligkeitsschätzungen mit und leitet daraus ab, dass der Lichtwechsel nur 7 Stunden dauert (später gab er 8 Stunden an); in $3^1/_2$ Stunden nimmt die Helligkeit von der 2ten Grösse ab bis zur 4ten, um darauf wieder $3^1/_2$ Stunden zuzunehmen von der 4ten bis der 2ten Grösse. Dann bleibt die Helligkeit constant bis sich 2 Tage 21 Stunden später dasselbe Phänomen wiederholt. Die Periode wurde im folgenden Jahre genauer zu 2 T. 20 St. 49 Min. 3 Sec. bestimmt.

Es sind von Goodricke selbst, besonders aber nachher von Argelander, viele Versuche gemacht worden, aus den rohen Angaben früherer Astronomen Data abzuleiten, die unser Wissen über den Algol vermehren können. Ausführliches darüber ist zu finden in Argelanders „Beobachtungen und Rechnungen über veränderliche Sterne." S. 27—29 [1]). Diese Versuche hatten kein Resultat; ebensowenig hat neulich eine Untersuchung von Montanaris Manuscripten durch Prof. Porro Neues geliefert. Für alle Untersuchungen über den Lichtwechsel Algols sind also die Beobachtungen Goodricke's das älteste brauchbare Material.

1) Bonner Beobachtungen. Band VII.

Nach der Entdeckung von Goodricke haben sich viele Astronomen um Algol bemüht, besonders um die Zeiten des kleinsten Lichtes genau zu beobachten, damit die Periode der Lichtänderung besser bestimmt werden könne. Wurm hat sich viel mit diesen Rechnungen beschäftigt und wiederholt Formeln und Tafeln zur Vorausbestimmung der Minima veröffentlicht. Aus dem ganzen Material von 1783 bis 1818 leitete er als Formel für die Zeiten des Minimums ab

$$1800 \text{ Jan. } 1.\ 17^h\,54^m\,0^s \text{ M. Z. Paris} + 2^d\,20^h\,48^m\,58^s{,}50\ E$$

wo E die Anzahl verflossener Perioden ist.

Nach einer langen Periode des Stillstands fängt mit Argelanders Auftreten in Bonn i. J. 1840 eine neue Epoche für das Studium der veränderlichen Sterne an. Argelander führte die Methode ein, kleine Helligkeitsdifferenzen mit dem Auge zu schätzen und in Zahlen auszudrücken, die die Anzahl der darin enthaltenen Einheiten, Stufen, angeben, deren Grösse nur in der Vorstellung besteht als kleinste eben erkennbare Helligkeitsdifferenz. Durch diese Beobachtungsmethode wurde es möglich, durch Schätzungen allein die Helligkeit eines Veränderlichen mit grosser Genauigkeit zu bestimmen, und damit fängt eine Epoche genauer und andauernder Beobachtungen an, von Argelander selbst und von mehreren seiner Schüler; und daran schlossen sich bald viele Rechnungen, das gewonnene Material zu verwerten.

Die ersten Beobachtungen Algols nach 1840 zeigten nur eine geringfügige Verkleinerung der Periodenlänge: die Secundenzahl war seit 1783 blos von 59 bis 58 zurückgegangen. Aus den späteren Beobachtungen bis 1854 fand Argelander jedoch eine bedeutende Verkürzung, bis zu 53^s [1]). Dann hat die Abnahme der Secundenzahl aufgehört; sie nahm sogar bis 1865 wieder etwas zu; nachher nahm sie wieder ab, zuerst langsam, später schneller bis sie um 1880 nur 51^s war. Darauf hat sie wieder schnell zugenommen.

Diese Unregelmässigkeiten waren wohl Ursache, dass man lange keinen Versuch gemacht hat, alle Beobachtungen durch eine einzelne Formel darzustellen, und sich immer damit begnügt hat, lineare Formeln, bisweilen auch mit höheren Potenzen, zu berechnen,

---

1) Argelander, Ueber Algol. Astron. Nachr. Bd. 39, S. 291.

die während kurzer Zeit die Vorausberechnung der Minima gestatteten. Eine umfassende Untersuchung wurde zuerst 1888 von S. C. Chandler angestellt, in seinem Aufsatze „On the period of Algol" [1]). Darin wird mit Recht betont, dass bei solch einer Untersuchung eine gleichartige Reductionsmethode für alle Beobachtungen nötig ist. Denn nicht nur durch den Einfluss von systematischen Beobachtungsfehlern, den schon Argelander erwähnte [2]), sondern auch durch verschiedene Behandlung der Resultate nachher entstehen persönliche Differenzen zwischen den gefundenen Zeiten des Minimums. Argelander hatte solche empirisch abgeleitet aus den gleichzeitig beobachteten Minimis, und dieser Weg wurde, wo kein anderer offen stand, auch von Chandler eingeschlagen. Wo jedoch die Beobachtungen selbst benutzt werden konnten, wurden daraus die Zeiten der Minima berechnet mittels der Lichtcurve, die Schönfeld 1870 abgeleitet hatte.

Der Gestalt der Lichtcurve wurde in den ersten Zeiten nach Goodricke's Entdeckung wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Sie kann auch erst genauer ermittelt werden, wenn durch eine genaue Kenntnis der Periodenlänge und ihrer Schwankungen weit auseinander liegende Minima mit einander vereinigt werden können, um so den Einfluss der Beobachtungsfehler verringern zu können. Es kommt hinzu, dass erst um die Mitte des vorigen Jahrhunderts die Fragen nach der physischen Natur der Gestirne allgemeineres Interesse fanden. Argelander hat eine genaue Untersuchung der Lichtcurve in seiner „Aufforderung an Freunde der Astronomie" [3]) wohl unter den vorzunehmenden Arbeiten genannt und für andere Sterne, z. B. β Lyrae, klassische Beispiele geliefert; aber für Algol hat er solch eine Untersuchung nicht angestellt. Auch 1869, in der Zusammenfassung aller seiner Arbeiten über veränderliche Sterne in der schon genannten Schrift, hat er keine Ableitung der Gestalt der Lichtcurve gegeben. Wohl hatte er früher dann und wann kurze Mitteilungen darüber gegeben, so z. B. in der „Aufforderung", und in einem Schreiben an A. von Humboldt aus dem Jahre 1850, das im 3. Bande des Kosmos vollständig abgedruckt ist.

---

1) Astronomical Journal, Bd. VII, S. 165.
2) A. N. 39, S. 295.
3) Schumacher's Jahrbuch für 1844, S. 207 ff.

Er sagt dort, dass Algol nach dem Minimum zuerst während einer Stunde an Glanz zunimmt, in der folgenden Stunde seine Helligkeit nicht ändert, dann erst wieder zu steigen anfängt, und in 2 Stunden das gewöhnliche Licht erreicht. Die Unregelmässigkeit der Zunahme ist von späteren Beobachtern nicht bestätigt worden, und sie wird vermutlich auf irgend einem Irrtum beruhen, da ein Grund dafür auch in seinen eignen Beobachtungen der ersten Jahre nach 1840 nicht zu finden ist.

Die erste Untersuchung, die die Gestalt wenigstens eines Teils der Lichtcurve zum Gegenstand hatte, ist die von Jul. F. J. Schmidt[1]). Er untersuchte den Theil zwischen -2^h und $+2^h$ Phase nach seinen Schätzungen aus den Jahren 1846 bis 1853. Dabei fand er Unregelmässigkeiten in der Abnahme und der Zunahme; von 90^m bis 80^m vor dem Minimum hört die Abnahme auf, und nimmt der Glanz sogar wieder etwas zu; und ebenso findet 80^m bis 90^m nach dem Minimum eine Verzögerung, vielleicht auch eine Umkehr, in der Zunahme statt. Weniger sicher constatiert sind Verzögerungen 20^m vor, 20^m bis 25^m nach, und 50^m nach dem Minimum. Von diesen Anomalien abgesehen, ist die Geschwindigkeit der Lichtänderung bei Ab- und Zunahme in symmetrischen Phasen dieselbe.

Spätere Untersuchungen von Schmidt über diesen Gegenstand sind nicht bekannt geworden. Der erste, der die Gestalt der Lichtcurve während ihres ganzen Verlaufes zwischen den Augenblicken, wo der Stern sein volles Licht verliert und wieder erreicht, genau zu bestimmen versuchte, war Ed. Schönfeld, in seinem Schriftchen „Der Lichtwechsel des Sterns Algol im Perseus" im 36sten Jahresberichte des Mannheimer Vereins für Naturkunde. Dazu wurden 677 Beobachtungen benutzt, die zwischen 1859 und 1870 angestellt waren. Schönfeld fand die ganze Zeitdauer der Lichtänderung nahezu gleich $9^1/_4{}^h$, und die Zeit des Minimums sehr nahe in der Mitte. Die Lichtcurve ist jedoch nicht symmetrisch; in den grösseren Abständen vom Minimum ist die Abnahme langsamer, näher am Minimum rascher als die Zunahme in symmetrischen Phasen. Von den Verzögerungen in der Lichtänderung, die Schmidt gefunden hatte, war in

1) Ueber den veränderlichen Stern Algol in Perseus. Astron. Nachr. Bd. 39, S. 81 ff.

dieser mittleren Lichtcurve nichts zu entdecken; sogar machen die Schönfeld'schen Beobachtungen jede Unterbrechung des regelmässigen Curvenzuges höchst unwahrscheinlich. Natürlich bleibt es möglich, dass solche Anomalien in den Einzelcurven dann und wann vorkommen; doch weist Schönfeld darauf hin, in welchem Masze Verschiedenheiten und Wechsel der äusseren Umstände, der subjectiven Auffassung, der Empfindlichkeit des Auges u. A. die Lichtcurve verzerren, scheinbare Einbiegungen und Anomalien bewirken können, während der Stern selbst völlig regelmässig sein Licht ändert.

Die gefundene Lichtcurve giebt die Mittel, die Zeiten der einzelnen Minima genauer zu ermitteln. Am genauesten werden diese durch die Schätzungen während der raschesten Zunahme und Abnahme bestimmt; die Zeit des Minimums ist jedoch nicht die Mitte zwischen den Zeiten gleicher Helligkeit vorher und nachher, sondern durch die Asymmetrie der Lichtcurve erheischt diese Mitte eine negative Correction, um als Zeit des Minimums gelten zu können. Diese Correction giebt Schönfeld S. 93, l. c. in einer Tafel, mit dem Zeitintervall zwischen den beiden Beobachtungen als Argument; in Maximo ist sie — $12^m,3$ bei einem Zeitintervall von 5 Stunden.

Diese Ergebnisse sind, soweit es den Charakter der Lichtcurve betrifft, doch nicht dem Zahlenwerte nach, bestätigt durch die Bearbeitung einer späteren noch viel umfassenderen Beobachtungsreihe Schönfelds aus den Jahren 1869—1875, die J. Scheiner 1882 gab [1]). Die ganze Dauer des Lichtwechsels wurde gleich $9^h\ 45^m$ gefunden, wovon die Abnahme und die Zunahme jede ungefähr die Hälfte erhalten; die Abnahme ist auch hier in den grösseren Phasen langsamer, näher am Minimum rascher als die Zunahme. Die Asymmetrie zeigt also dieselbe Natur wie bei der vorigen Reihe, aber ihr Betrag ist geringer; die an die Mitte der Zeiten gleicher Helligkeit vor und nach dem Minimum anzubringende Correction ist in Maximo — $7^m,6$ statt — $12^m,3$.

Eine Asymmetrie in demselben Sinne zeigten die Resultate der 1880—81 auf der Harvard-Sternwarte in Cambridge Mass. angestell-

1) J. Scheiner, Untersuchungen über den Lichtwechsel Algols. Inaug. Diss. 1882.

ten photometrischen Messungen [1]). Hier wird die oben erwähnte Correction für grössere Phasen immer grösser; bei einem Zeitintervall von $3^h\ 45^m$ ist sie -4^m, bei 5^h schon -9^m, bei 8^h sogar -24^m. Hier ist also in jeder Phase die Abnahme schneller als die Zunahme.

Die erste dieser drei Untersuchungen, die Schönfeld'sche von 1870, wurde von Chandler als Grundlage benutzt zu einer Neuberechnung aller Minimumzeiten, wo die Beobachtungen selbst zugänglich waren. Für die zahlreichen Ergebnisse von Wurm und Schmidt, wo dies nicht der Fall war, wurden empirisch die systematischen persönlichen Differenzen gegen andere gleichzeitige Beobachter (Goodricke, Argelander, Schönfeld) abgeleitet, und an die publicierten Minimumzeiten angebracht (Wurm $-7^m,0$, Schmidt $-5^m,0$). Das ganze Material konnte jetzt dargestellt werden durch eine Formel, die neben einer constanten Periodenlänge noch drei periodische Glieder enthielt.

$$\begin{aligned} \text{Zeit des Minimums} = {} & 1888 \text{ Jan. } 3.\ 7^h\ 30^m\ 50^s,25 \text{ M. Z. Paris} \\ & + 2^d\ 20^h\ 48^m\ 55^s,425\, E \\ & + 173^m,3 \sin ({}^1/_{50}{}^\circ E + 202^\circ\ 30') \\ & + \ \ 18\ \ ,0 \sin ({}^3/_{40}{}^\circ E + 203^\circ\ 15') \\ & + \ \ \ 3\ \ ,5 \sin ({}^1/_{6}{}^\circ E + \ 90^\circ\ 20'). \end{aligned}$$

Diese drei Glieder haben Perioden von 141, 38, und 17 Jahren. Da das ganze Beobachtungsmaterial sich von 1782 bis 1888 erstreckt, also kleiner ist, als die grösste der Perioden, ist diese nicht sehr sicher bestimmt. Das dritte Glied wird man, bei der Kleinheit der Amplitude, kaum für verbürgt halten können; Chandler betrachtet es jedoch als reell, weil es in der Mitte des vorigen Jahrhunderts, wo die Beobachtungen am dichtesten gedrängt sind, eine auffallende Zeichenfolge wegschafft, und im Ganzen die Summe der Fehlerquadrate von 5206 auf 3156 verringert.

Mit dieser Chandler'schen Formel war zuerst eine feste Grundlage geschaffen für Rechnungen und Untersuchungen, wo weit von einander entfernte Beobachtungen mit einander verbunden oder ver-

---

1) Photometric Measurements of the variable stars β Persei and DM 81° 25; (Proc. Am. Ac. XVI).

glichen werden müssen. Zugleich hat sie den Ausgangspunkt gebildet für viele Betrachtungen über die physische Natur des Algol und den Ursprung seines Lichtwechsels. Daher soll jetzt eine Uebersicht über diese theoretischen Erklärungen und Untersuchungen gegeben werden.

Schon in seiner ersten Mittheilung über Algol gab Goodricke zwei Hypothesen über die Ursache der beobachteten Phänomene: entweder stellt sich ein dunkler Trabant, der um Algol herumläuft, jedesmal zwischen den Stern und unser Auge, und verdeckt einen Teil seines Lichtes; oder Algol ist mit dunklen und hellen Flecken bedeckt, die sich durch die Rotation des Sterns abwechselnd nach unsrer Seite stellen. „I should imagine it could hardly be accounted for otherwise than either by the interposition of a large body revolving round Algol, or some kind of motion of its own, whereby part of its body, covered with spots or such like matter, is periodically turned towards the earth" [1]).

Um diese beiden Hypothesen bewegen sich auch alle späteren Betrachtungen. Obgleich die besondere Gestalt der Lichtcurve Algols geradezu die erste, die Trabantentheorie, aufdrängte, haben die Astronomen davor lange eine gewisse Scheu gezeigt, offenbar wegen der ungewöhnlichen Dimensionen, die dabei angenommen werden mussten. Das Ende der Verfinsterung findet statt, wenn die scheinbare Entfernung der Mittelpunkte gleich der Summe der Halbmesser ist; diese scheinbare Entfernung ist bei centraler Bedeckung $a \sin \nu$, wenn a die wirkliche Entfernung ist und ν die Länge in der Bahnebene, von der Richtung nach der Erde aus gerechnet, ist; bei einer Dauer von 9 Stunden ist $\nu = 2\pi \cdot \frac{4,5}{68,8} = 24°$ oder $a = 2,5$ mal der Summe der Halbmesser. Man würde hier also einen Doppelstern haben, wo ein glühender und ein dunkler Körper von nahe gleicher Grösse in ein paar Tagen um einander kreisen, während der lichte Raum zwischen ihren Oberflächen kleiner als die Summe der Durchmesser wäre.

---

1) Philosophical Transactions, 1783, S. 482.

Nicht nur diese eigentümliche Structur des Systems, sondern auch die Befürchtung, dass bei der grossen Nähe die gegenseitige Attraction solche Deformationen hervorrufen würde, dass die Stabilität des Systems bedroht sei, liess die Astronomen zaudern, diese Theorie sofort anzunehmen. Das war wohl die Ursache, dass man sich so viel darum bemüht hat, die Fleckentheorie auch auf Algol anzuwenden. Es wurden wohl Zweifel geäussert, u. A. von Pickering [1]), ob es überhaupt möglich sei, eine Fleckenverteilung zu finden, die bei Axendrehung zuerst 60 Stunden constante Helligkeit und dann während 9 Stunden die schnelle und grosse Lichtänderung ergäbe. Dagegen wies H. Bruns 1881 nach [2]), dass immer unendlich viele Fleckenverteilungen zu finden sind, die eine gegebene Lichtcurve innerhalb willkürlich eng zu ziehender Grenzen darzustellen im Stande sind.

Die astrophykalischen Ergebnisse der letzten Jahrzehnte, nach denen Algol zu den Sternen des ersten Spectraltypus gehört, welche die höchste Temperatur besitzen, während man Fleckenphänomene nur bei ziemlich weit fortgeschrittener Abkühlung erwartet, haben schon die Zulässigkeit der Fleckentheorie bei Algol stark erschüttert. Jetzt ist sie ganz aufgegeben, da seitdem die Richtigkeit der Trabantentheorie bestimmt nachgewiesen ist, und darum braucht jene uns hier nicht mehr zu beschäftigen.

Dieser Nachweis wurde geliefert durch die spectrographische Bestimmung der Geschwindigkeit im Visionsradius. Wenn die Massen der beiden Körper nicht zu sehr verschieden sind, wird auch Algol eine merkliche Bahn um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt beschreiben, und seine Geschwindigkeit im Visionsradius wird periodischen Änderungen unterworfen sein. Die rohen Messungen in Greenwich zeigten nichts davon; die bedeutende Erhöhung der Genauigkeit dieser Bestimmungen durch die Anwendung der Photographie in Potsdam liess sie jedoch schon nach den ersten Aufnahmen hervortreten.

---

1) Dimensions of the fixed stars, S. 19—20.

2) H. Bruns, Bemerkungen über den Lichtwechsel der Sterne vom Algoltypus. Mon. Ber. K. Ak. Berlin, 1881, S. 48.

Die dort erhaltenen Resultate für die radiale Geschwindigkeit sind [1]:

Phase	$+12^h,44$	$-5,24$ Meilen.	Phase	$-22^h,14$	$+5,15$ Meilen.
„	$+13\ ,46$	$-5,24$ „	„	$-21\ ,39$	$+4,65$ „
„	$+15\ ,99$	$-5,45$ „	„	$-19\ ,45$	$+5,12$ „
„	$+16\ ,59$	$-5,90$ „	„	$-19\ ,33$	$+5,91$ „
„	$+27\ ,52$	$-3,87$ „	„	$-17\ ,79$	$+4,70$ „
„	$-22\ ,34$	$+4,23$ „	„	$-\ 5\ ,07$	$+2,76$ „

In diesen Zahlen zeigt sich deutlich, dass Algol sich nach dem Minimum uns nähert, sich vor dem Minimum von uns entfernt, wie es nach der Trabantentheorie zu erwarten ist; die Bahngeschwindigkeit ist ungefähr 5,5 geogr. Meilen. Der geringe Umfang des Materials und die Schwierigkeit der Messungen an den stark verbreiterten Wasserstofflinien gestatten nicht, genaueres über die Gestalt der Bahn daraus abzuleiten.

Nach den ersten Aufnahmen und Messungen von 1888—89 hat Vogel sofort geschlossen, dass dadurch die Trabantentheorie zur Gewissheit erhoben wird. Er hat sich dann sofort damit beschäftigt, näheres über die Verhältnisse und Dimensionen in diesem neuen Doppelsystem abzuleiten [2]. Die Annahme, dass der dunkle Körper im Minimum ganz vor die helle Scheibe tritt, lässt aus dem Betrage der Schwächung das Verhältnis der Durchmesser finden, und aus der Zeitdauer der ganzen Ab- und Zunahme findet man dann die mittlere Entfernung der Körper. Kennt man das Verhältnis der Massen (Vogel nimmt die Dichtigkeit der beiden Körper gleich, also das Verhältnis der Massen gleich dem der Volumina 1 : 2), so ergiebt die spectrographisch bestimmte Bahngeschwindigkeit des leuchtenden Körpers, die er nach den ersten Messungen zu 5,7 Meilen annahm, alle Dimensionen des Systems in absolutem Masze, also auch das Verhältnis der Massen zu der Sonnenmasse.

Vogel nimmt für das Zeitintervall zwischen den scheinbaren äusseren Ränderberührungen nicht die ganze Dauer der Lichtänderung $9^h\,45^m$, wie Scheiner sie abgeleitet hatte, sondern nur $6^h\,30^m$,

1) Publicationen des Astroph. Observ. zu Potsdam. Bd. VII. I. S. 115.

2) H. C. Vogel, Spektrographische Beobachtungen an Algol. Astron. Nachr. Bd. 123, S. 289.

zwischen den Punkten der Curve „an welchen die Krümmung eine merklichere zu werden beginnt." Dann findet er

Durchmesser des Hauptsterns	230 000	geogr. Meilen.
Durchmesser des Begleiters	180 000	„
Entfernung der Mittelpunkte	700 000	„
Bahngeschwindigkeit des Begleiters	12,0	„

Massen der beiden Körper $^4/_9$ und $^2/_9$ der Sonnenmasse.

Daraus ergiebt sich die mittlere Dichtigkeit der Körper zu $^1/_5$ der Sonnendichtigkeit.

Die Lichtänderung in den äussersten Phasen der Lichtcurve schreibt Vogel dem Einflusse mächtiger Atmosphären zu, die dann Höhen von 40 000 bis 50 000 Meilen haben müssen, „von denen diejenige des Hauptsterns eine grosse Leuchtkraft besitzt, die des mehr abgekühlten Begleiters eine starke Absorptionsfähigkeit." Hätte Vogel diese Atmosphären nicht angenommen, so hätte er die Durchmesser der Sterne noch bedeutend grösser gefunden, und dann würde auch die Dichtigkeit relativ zur Sonne noch kleiner sein. Die mittlere Dichtigkeit ist von den Dimensionen in absolutem Masze unabhängig; sie hängt nur ab von dem Verhältnis der Dimensionen der beiden Körper zu ihrer Entfernung.

Schon bevor diese Potsdamer Resultate die Trabantentheorie ausser Zweifel stellten, waren von mehreren Seiten Versuche gemacht, diese Theorie in Einzelheiten auszuarbeiten und mit den Beobachtungsergebnissen zu vergleichen. Der erste Versuch wurde 1880 von Edw. C. Pickering gemacht in seinem Aufsatz: „Dimensions of the fixed stars" [1]). Er stützt sich dabei auf die einzige damals bekannte Lichtcurve, die Schönfeld'sche von 1870, deren Einheit, die Stufe, dazu erst in absolutes Helligkeitsmasz umgesetzt werden musste. Dazu benutzte Pickering die photometrischen Messungen der Vergleichsterne von Jul. Th. Wolff, und L. Seidel; er nimmt an, nach dem Fechner'schen psychophysischen Grundgesetz, dass jeder Stufe dieselbe Differenz an Helligkeitslogarithmen entspricht, und findet nach der Methode der kleinsten Quadrate 1 Stufe = 0,025

1) Proceedings of the American Academy. Vol. XVI.

an Hell.-Log. (also 0,062 Grössenklassen). Es blieben dabei jedoch grosse Fehler übrig, die auf starke Auffassungsdifferenzen zwischen Schönfeld und den beiden genannten Astronomen hindeuteten. Mit diesem Wert für die Stufe wird aus den Schönfeld'schen Zahlen die Helligkeit in jeder Phase abgeleitet, ausgedrückt durch die Helligkeit des vollen Lichtes als Einheit; in dem Minimum ist der Log. $= 9{,}619$ (übereinstimmend mit einer Schwächung um 0,95 Gr. kl.) und die Helligkeit selbst 0,416 des ungeschwächten Lichtes.

Zuerst wird von der Asymmetrie der Lichtcurve abgesehen und die mittlere Helligkeit von Ab- und Zunahme verglichen mit der berechneten Helligkeit für den Fall eines dunklen sich in einer kreisförmigen Bahn um Algol bewegenden Trabanten. Wir geben hier die Formeln in etwas anderer Gestalt und mit anderen Bezeichnungen. Wir setzen den Halbmesser des leuchtenden Körpers $= 1$; ferner sei (zugleich für die Formeln der elliptischen Bewegung):

a der Halbmesser der Bahn (oder die halbe grosse Axe der Ellipse).
n die (mittlere) stündliche Winkelgeschwindigkeit $= 2\pi : T$.
T die Umlaufszeit (Periode).
$\varkappa$ der Halbmesser des Begleiters.
ε der Winkel zwischen der Bahnebene und der Gesichtslinie (x-Axe).
ν der Winkel, den in der Bahnebene der Radius vector mit der Spur der ($x\,z$-) Ebene bildet, welche durch die Gesichtslinie senkrecht zur Bahnebene gelegt ist. Dieser Winkel wächst mit der Bahnbewegung.
r der Radius vector, e die Excentricität, ω die Länge des Periastrons (gezählt wie ν), v die wahre Anomalie (alle in der elliptischen Bahn).
ρ die scheinbare Entfernung der Mittelpunkte.
τ die halbe Zeitdauer der Verfinsterung.

In dem Falle einer Kreisbahn ist dann:

$$\rho = a\sqrt{1 - \cos^2\varepsilon\cos^2\nu} = a\sqrt{\sin^2\nu + \sin^2\varepsilon\cos^2\nu}$$
$$= a\sqrt{\sin^2\varepsilon + \cos^2\varepsilon\sin^2\nu}.$$

Für $\rho < 1 + \varkappa$ schneiden die kreisförmigen Begrenzungen der beiden Sternscheiben einander; nennt man die Winkel zwischen den

Radien, die aus den Mittelpunkten nach den beiden Schnittpunkten gezogen sind, am Mittelpunkte des leuchtenden Sternes 2ψ, des dunklen Sternes $2\psi'$, so hat man die Beziehungen:

$$\sin\psi = \varkappa \sin\psi', \qquad \cos\psi + \varkappa\cos\psi' = \rho,$$

$$\cos\psi = \frac{1+\rho^2-\varkappa^2}{2\rho},$$

$$L = 1 - \frac{\psi}{\pi} - \varkappa^2\frac{\psi'}{\pi} + \rho\frac{\sin\psi}{\pi},$$

wo L die unbedeckte Fläche der leuchtenden Scheibe ist, also, wenn die Scheibe gleichmässig hell angenommen wird, die beobachtete Helligkeit, ausgedrückt in der Helligkeit des unbedeckten Sterns als Einheit. Sie ist durch ρ und $\varkappa$ vollständig bestimmt. Bei Anfäng und Ende der Verfinsterung findet äussere Ränderberührung statt; da ist

$$\rho = 1 + \varkappa \quad \text{oder} \quad 1 + \varkappa = a\sqrt{1+\cos^2\varepsilon\cos^2 n\tau}.$$

In dem Minimum ist $\nu = 0$ und $\rho_m = a\sin\varepsilon$.

Aus diesen beiden Daten, der Dauer der Verfinsterung und der Helligkeit des Minimums, lassen sich zwei der drei Elemente a, ε, $\varkappa$ berechnen, wenn das dritte bekannt ist. Um alle drei zu bestimmen, muss man den Beobachtungen mehr entnehmen.

Da die Helligkeitsänderung immer stetig verläuft, und das Minimum keine bestimmte Dauer hat, während deren der Stern constant bleibt, kann die Verfinsterung nicht ringförmig sein; der dunkle Trabant tritt nicht ganz auf die leuchtende Scheibe; höchstens, im Grenzfall, findet innere Ränderberührung statt. In diesem Falle giebt die kleinste Helligkeit ohne Weiteres $\varkappa$; denn für $\psi = 0$ und $\psi' = 180°$ wird L_m, die kleinste Helligkeit $= 1 - \varkappa^2$, $\rho_m = a\sin\varepsilon = 1 - \varkappa$. In allen anderen Fällen ist $\varkappa$ grösser. Mann kann jetzt für $\varkappa$ verschiedene Werte annehmen, dann aus L_m und τ die Grössen ρ_m, ε und a bestimmen, und mit diesen Elementen für jede Phase ρ und die Helligkeit L berechnen und mit der Beobachtung vergleichen; dann wird sich zeigen, welches $\varkappa$ am Besten genügt.

P i c k e r i n g nahm τ zu $4^h 35^m$ an, also $n\tau = 23°{,}0$; er führte die Rechnung durch mit $\varkappa$ gleich dem Grenzwert bei innerer Berührung (aus $L_m = 0{,}416$ findet sich diese zu $\sqrt{0{,}584} = 0{,}764$), mit

$\varkappa = 1$, $\varkappa = 2$, und $\varkappa$ sehr gross. Die dazu gehörenden übrigen Elemente sind:

$\varkappa = 0{,}764$ $a = 4{,}480$ $\varepsilon = 3°{,}0$

$\varkappa = 1$ $a = 4{,}872$ $\varepsilon = 7°{,}9$

$\varkappa = 2$ $a = 6{,}427$ $\varepsilon = 16°{,}1$

$\varkappa = K$ (gross) $a = 7{,}300 + K$ $\varepsilon = 90° - (3°{,}856 : \sqrt{K})$

Mit diesen Zahlen wurde die Helligkeit für jede halbe Stunde berechnet. Es zeigte sich, dass bei dem kleinsten $\varkappa$ das Minimum am schärfsten auskommt, und die Helligkeit in den anderen Phasen am grössten ist; bei dem grössten $\varkappa$ ist das Minimum flacher und die Helligkeit in den anderen Phasen am kleinsten. Mit der beobachteten Lichtcurve stimmte die Rechnung für das kleinste $\varkappa$ am besten überein; doch gaben die Beobachtungen die Curve im Minimum ein wenig flacher, und dann schneller aufsteigend, als die Rechnung. Wir geben hier zur Vergleichung die berechneten Helligkeiten für $\varkappa = 0{,}764$ und $\varkappa = 2{,}0$, und die Abweichungen $B - R$, die sie in der beobachteten Lichtcurve übrig lassen.

Phase.	$\varkappa = 0{,}764$	$\varkappa = 2{,}0$	Beob.	$B - R_1$.	$B - R_2$.
$0^h{,}0$	0,416	0,416	0,416	000	000
0 ,5	0,434	0,432	0,433	— 001	+ 001
1 ,0	0,500	0,469	0,480	— 020	+ 011
1 ,5	0,579	0,527	0,566	— 013	+ 039
2 ,0	0,668	0,603	0,685	+ 017	+ 082
2 ,5	0,751	0,686	0,762	+ 011	+ 076
3 ,0	0,838	0,785	0,861	+ 023	+ 076
3 ,5	0,907	0,874	0,920	+ 013	+ 046
4 ,0	0,968	0,949	0,968	000	+ 019
4 ,6	1,000	1,000	1,000	000	000

Um die, auch bei dem noch am besten stimmenden $\varkappa$ abweichende Gestalt zu erklären, äussert Pickering sich dahin, dass vielleicht der Stufenwert bei Schönfeld nicht für grosse und geringe Helligkeit gleichbleibt. Eine andere Erklärungsweise wäre zu finden in der Annahme, dass Algol von einer Atmosphäre umgeben ist, wodurch die Helligkeit der Algolscheibe nach dem Rande zu abnimmt. Eine

Änderung des ρ wird dann in der Mitte der Verfinsterung eine grössere, weiter vom Minimum dagegen eine kleinere Änderung der Helligkeit hervorbringen, als bei einer gleichmässig leuchtenden Scheibe.

Jetzt bleibt noch übrig, die Asymmetrie der Lichtcurve zu erklären. Die Hypothese, dass der Trabant nicht kugelförmig sondern eiförmig sei, wird mit Recht verworfen; Pickering giebt als Grund dafür allein, dass die Abweichung von der Kugelgestalt zu gross werden müsste; doch entscheidender ist die Betrachtung, dass durch die Anziehung des Hauptsterns die längste Axe immer nach seinem Mittelpunkte hin gerichtet sein würde, so dass die Änderung der Helligkeit durch diese Abweichung dann doch symmetrisch zum Minimum wäre. Eine andere Erklärung wäre eine ungleiche Leuchtkraft an den beiden Rändern der Algolscheibe; da jedoch die Flecken durch die Axendrehung herumgeführt werden, müssen sie auch ausserhalb der Verfinsterung Helligkeitsschwankungen geben. Eine dritte Erklärungsweise giebt eine elliptische Gestalt der Bahn. Pickering nimmt $e = 0{,}5$; durch ein graphisches Verfahren leitet er die Länge des Periastrons zu 17° ab, und nach kleinen Änderungen der Dimensionen wurde eine genügende Uebereinstimmung zwischen der beobachteten Curve und der Rechnung erhalten; doch nur dergestalt, dass das Minimum in der berechneten Curve 5^m später fällt als in der beobachteten. Die Asymmetrie, wie sie aus diesem Wert von e folgt, beträgt also nicht 12, sondern nur 7 Minuten. Um die 12^m zu erklären, wäre eine viel grössere Excentricität anzunehmen.

Das ist aber aus physikalischen Gründen unmöglich, und die Schwierigkeit gilt auch schon für $e = 0{,}5$. Denn bei einem Werte von $a = 3{,}55$, wie er bei dieser Rechnung gefunden war, wird die Periastrondistanz $a\,(1 - e) = 1{,}775$, also würden die beiden Sterne sich dort mit ihren Oberflächen berühren. Eine geringere Excentricität würde die Asymmetrie weniger gut erklären, und Pickering kehrt schliesslich zu der Kreisbahn zurück, und zu einer symmetrischen Lichtcurve, deren Minimum 6^m nach dem Minimum der Schönfeld'schen Curve fällt; auch dabei sind die Differenzen zwischen Rechnung und Beobachtung noch klein genug. Die Thatsache der Asymmetrie bleibt aber jetzt unerklärt, und soweit diese Thatsache mit Gewissheit aus den Beobachtungen hervorgeht, ist die

Trabantentheorie nicht im Stande, die beobachteten Helligkeitsänderungen genügend zu erklären.

Diese Untersuchungen wurden nachher wieder aufgenommen, zuerst von J. Harting in seiner Inaugural-Dissertation „Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes β Persei" i. J. 1889, und später von J. Wilsing. Harting führt zuerst einige Rechnungen aus über die Fleckentheorie. Darauf wird die Trabantentheorie rechnungsmässig verfolgt, wozu er die von Pickering berechnete Lichtcurve benutzt; es wird versucht, durch eine grosse Menge von Formeln, umständlichen Rechnungen und Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate etwas mehr daraus abzuleiten als Pickering gethan hatte. Wie wenig dieser Zweck erreicht wurde, zeigen die Kreisbahnelemente, wobei er zuletzt stehen geblieben ist:

$$\varkappa = 0{,}7610 \pm 0{,}0177 \quad a = 4{,}5187 \pm 0{,}1124 \quad \varepsilon = 1^\circ\, 47' \pm 1^\circ\, 31'.$$

Nach diesen wahrscheinlichsten Elementen tritt der Trabant ganz auf die Algolscheibe; die kleinste Distanz der Mittelpunkte ist 0,1406, und die Helligkeit bleibt von 28^m vor bis 28^m nach dem Minimum, also während einer ganzen Stunde, constant.

Jetzt wurde versucht, die Asymmetrie der Lichtcurve durch eine elliptische Gestalt der Bahn zu erklären; nach einigen Näherungen und Rechnungen, wieder nach der Methode der kleinsten Quadrate, wurde $e = 0{,}1679$ gefunden, während jetzt $\varepsilon = 4^\circ\, 1'$ wird.

Die Rechnungen, die dieses Resultat ergeben haben, müssen als ganz verfehlt betrachtet werden, da eine Excentricität von diesem Betrage gar keine Asymmetrie in der Lichtcurve bewirken kann.

Entwickelt man die Formeln bis zur 1sten Ordnung in e, so ergiebt sich folgendes:

In $\rho = r\sqrt{\sin^2\varepsilon + \cos^2\varepsilon\,\sin^2 v}$ ist, bei Vernachlässigung von e^2,

$r = a\,[1 - e\cos(n\,t - \omega)]$ und

$v = n\,t + 2\,e\sin(n\,t - \omega) + 2\,e\sin\omega.$

Das dritte Glied in v muss hinzugefügt werden, damit $n\,t$ auch, gleich wie v, in der Conjunction (dem Durchgang durch die $x\,z$ Ebene) verschwindet. Setzt man:

$$\sqrt{\sin^2\varepsilon + \cos^2\varepsilon\,\sin^2 n\,t} = W,$$

so wird:

$$\frac{\rho}{a} = W - e\,W \cos(n\,t - \omega) + \frac{e}{W} \cos^2 \varepsilon \sin 2\,n\,t \sin(n\,t - \omega)$$

$$+ \frac{e}{W} \cos^2 \varepsilon \sin 2\,n\,t \sin \omega.$$

Berechnet man diesen Ausdruck für zwei Augenblicke, symmetrisch zur Zeit der Conjunction, also $n\,t = -M$ und $n\,t = +M$, so findet man:

$$\frac{\rho_1}{a} = W - e\,W \cos(M + \omega) + \frac{e}{W} \cos^2 \varepsilon \sin 2\,M \sin(M + \omega)$$

$$- \frac{e}{W} \cos^2 \varepsilon \sin \omega \sin 2\,M,$$

$$\frac{\rho_2}{a} = W - e\,W \cos(M - \omega) + \frac{e}{W} \cos^2 \varepsilon \sin 2\,M \sin(M - \omega)$$

$$+ \frac{e}{W} \cos^2 \varepsilon \sin \omega \sin 2\,\mathrm{M},$$

also:

$$\frac{\rho_1 - \rho_2}{a} = + 2\,e\,W \sin M \sin \omega + \frac{2\,e}{W} \cos^2 \varepsilon \sin 2\,M \cos M \sin \omega$$

$$- \frac{2\,e}{W} \cos^2 \varepsilon \sin 2\,M \sin \omega.$$

Setzt man nun

$$\rho_2 + \Delta\,\rho_2 = \rho_1 \text{ und } \Delta\,\rho_2 = \frac{d\,\rho}{d\,n\,t}\,\Delta\,n\,t,$$

so wird für die zwei Augenblicke wo $n\,t$ gleich $+M + \Delta\,n\,t$ und gleich $-M$ ist, die Grösse ρ, also auch die Helligkeit dieselbe sein. Da bei Vernachlässigung von e

$$\frac{d\,\rho}{a\,d\,n\,t} = \frac{1}{2\,W} \cos^2 \varepsilon \sin 2\,M$$

ist, findet man aus $\dfrac{\Delta\,\rho}{a} = \dfrac{\rho_1 - \rho_2}{a}$

$$\Delta\,n\,t = 2\,e \sin \omega \left\{ \frac{W^2}{\cos M \cos^2 \varepsilon} + 2 \cos M - 2 \right\}$$

$$= \frac{2\,e \sin \omega}{\cos M} \left\{ tg^2\,\varepsilon + \sin^2 M + 2 \cos^2 M - 2 \cos M \right\}$$

$$= \frac{2\,e \sin \omega}{\cos M} \left\{ tg^2\,\varepsilon + 4 \sin^4 {}^1\!/_4\,M \right\}.$$

Die Mitte dieser zwei Zeiten gleicher Helligkeit vor und nach dem Minimum ist also, von der Conjunction ab gezählt:

$$+ \frac{e \sin \omega}{\cos M} \left\{ tg^2 \varepsilon + 4 \sin^4 {}^1/_2 M \right\}.$$

Die Zeit des Minimums fällt nicht genau zusammen mit der Zeit der Conjunction $t = 0$. Aus der Bedingung, dass ρ ein Minimum wird, findet man, wenn man

$$\rho/a = \left\{ 1 - e \cos (\nu - \omega) \right\} \sqrt{\sin^2 \varepsilon + \cos^2 \varepsilon \sin^2 \nu}$$

nach ν differentiirt:

$$\begin{aligned} &{}^1/_2 \cos^2 \varepsilon \sin 2\nu + e \sin (\nu - \omega) (\sin^2 \varepsilon + \cos^2 \varepsilon \sin^2 \nu) \\ &\quad - {}^1/_2 e \cos (\nu - \omega) \cos^2 \varepsilon \sin 2\nu = 0. \end{aligned}$$

Das gesuchte ν ist also von der 1sten Ordnung in e, und Produkte von e mit $\sin \nu$ oder $\sin 2\nu$ sind wegzulassen. Dann wird:

$$\nu = + e \sin \omega \, tg^2 \varepsilon,$$

und $n t_0$, das diesem Werte von ν gleich ist, giebt die Zeit des Minimums. Zählt man also jetzt die Zeiten von dem Augenblick des Minimums ab, so wird der Ausdruck für die Asymmetrie:

$$n t_m = + e \sin \omega \left\{ 4 \frac{\sin^4 {}^1/_2 M}{\cos M} + tg^2 \varepsilon (\sec M - 1) \right\}$$

Das erste dieser Glieder wurde schon 1895 von Tisserand abgeleitet [1]) (Siehe auch weiter unten). Für den grössten Wert von M, nämlich 24°, und für $e = 0{,}17$, wie Harting sie findet, wird $4 e . \frac{T}{2\pi} \frac{\sin^4 {}^1/_2 M}{\cos M} = 0{,}85$ Minuten, also ganz unmerklich; für $\varepsilon = 4^\circ$ wird das andere Glied, mit $\frac{T}{2\pi}$ multipliciert, gleich 0,05 Minuten, also noch geringfügiger.

Die Kleinheit des ersten Gliedes hängt zusammen mit dem auch bei Bahnbestimmungen angewandten Satze, dass das Verhältnis von Dreieck und Sector in der elliptischen Bewegung nur um Grössen der 3ten Ordnung der Zeit veränderlich ist. Da dieses Glied ε nicht enthält, kann man den Fall des centralen Vorüberganges betrachten und als die drei Zeiten die Augenblicke der äusseren Ränderberührung bei Ein- und Austritt sowie die Conjunction nehmen. Da ρ bei Ein- und Austritt gleich ist und die beiden Dreiecke den Vector $r_{\prime\prime}$ der Conjunction

1) Comptes Rendus, Tome 120, S. 129.

gemeinsam haben, sind auch die Dreiecke einander gleich; die Zeitintervalle sind den Sectoren proportional, also wird die Asymmetrie bestimmt durch die Ungleichheit der Sectoren bei Gleichheit der Dreiecke. Nach den bekannten Formeln (Siehe z. B. Oppolzers Lehrbuch, Bd. I. 1ste Aufl. S. 109)

$$[r_{\prime\prime}\, r] = \tau_{\prime\prime\prime} \sqrt{p} \left\{ 1 - {}^1/_6 \frac{\tau_{\prime\prime\prime}{}^2}{r_{\prime\prime}{}^3} - {}^1/_4 \frac{\tau_{\prime\prime\prime}{}^3}{r_{\prime\prime}{}^4} \frac{d\, r_{\prime\prime}}{d\, \tau} \cdots \right\}$$

$$[r_{\prime\prime}\, r_{\prime\prime\prime}] = \tau_{\prime} \sqrt{p} \left\{ 1 - {}^1/_6 \frac{\tau_{\prime}{}^2}{r_{\prime\prime}{}^3} - {}^1/_4 \frac{\tau_{\prime}{}^3}{\tau_{\prime\prime}{}^4} \frac{d\, r_{\prime\prime}}{d\, \tau} \cdots \right\}$$

wird, für $[r_{\prime}\, r_{\prime\prime}] = [r_{\prime\prime}\, r_{\prime\prime\prime}]$

$$(\tau_{\prime\prime\prime} - \tau_{\prime}) - {}^1/_6 \frac{1}{r_{\prime\prime}{}^3} (\tau_{\prime\prime\prime}{}^3 - \tau_{\prime}{}^3) - {}^1/_4 \frac{1}{r_{\prime\prime}{}^4} \frac{d\, r_{\prime\prime}}{d\, \tau} (\tau_{\prime\prime\prime}{}^4 + \tau_{\prime}{}^4) \ldots = 0.$$

In dem Ausdruck für $\tau_{\prime\prime\prime} - \tau_{\prime}$ findet sich also als niedrigste Potenz τ^4, multipliciert mit dem Coefficienten $\frac{d\, r_{\prime\prime}}{d\, \tau}$, der e enthält.

Aus diesen Betrachtungen geht hervor, dass eine Excentricität der Bahn des Algolbegleiters von 0,17 keine bemerkbare Asymmetrie in der Lichtcurve verursachen kann. Dies wird bestätigt durch die Rechnungen von Harting selbst. Die Endwerte, die er für log ρ berechnet, S. 55 l. c., zeigen eine vollständige Symmetrie in Bezug auf ein Minimum, das nicht auf $t = 0$ fällt. Durch Interpolation findet man z. B. Gleichheit der ρ:

für $t = -2^h,5$ und $t = +2^h,84$
für $t = -1\;,0$ und $t = +1\;,34$

während die drei kleinsten ρ, durch eine parabolische Formel dargestellt, das Minimum zu $+0^h,15$ ergaben. Die Beobachtungen sind also in gleich „befriedigender Weise" durch jeden willkürlichen Wert von e unterhalb 0,2 darzustellen; und die Bestimmung von e muss als völlig wertlos betrachtet werden.

Die Untersuchungen von J. Wilsing, zuerst 1890 veröffentlicht in seinem Aufsatze „Ueber den Lichtwechsel Algols und über die Klinkerfues'sche Erklärung des veränderlichen Lichtes bei Sternen der 3ten Spectralklasse" [1]) und nachher aufs neue abge-

1) Astron. Nachr. Bd. 124, S. 121 ff.

druckt im 7ten Bande der Potsdamer Publicationen, wurden veranlasst durch den spectrographischen Nachweis der Trabantentheorie. Dieser machte es notwendig, zu untersuchen, ob die Theorie mit allen Beobachtungsergebnissen im Einklang war, und ob die früher geäusserten Bedenken vielleicht doch ohne Grund waren.

Zuerst wird untersucht, wie gross die von dem Begleiter zurückgeworfene Lichtmenge ist; diese vergrössert das volle Licht von Algol um einen mit der Phase veränderlichen Betrag.

Setzt man die Halbmesser des Hauptsterns und des Begleiters gleich R_1 und R_2, die Entfernung der Mittelpunkte gleich a, die Albedo gleich μ und die Intensität der Strahlung des Hauptsterns gleich I, so findet man für die Lichtmenge, die der Begleiter in der Richtung des Hauptsterns zurückwirft, die Gültigkeit des Lambert'schen Gesetzes vorausgesetzt,

$$I_1 = {}^2/_3\, \pi\, \mu\, I\, R_1^2 \left\{ \frac{(2\,a^3 + R_2^3) - (2\,a^2 - R_2^2)\sqrt{a^2 + R_2^2}}{a^2\, R_2} \right\}.$$

Da die ganze von dem Hauptstern ausgestrahlte Lichtmenge $I_0 = \pi\, I\, R_1^2$ ist, wird das Verhältnis:

$$^2/_3\, \mu \left\{ \frac{(2\,a^3 + R_2^3) - (2\,a^2 - R_2^2)\sqrt{a^2 + R_2^2}}{a^2\, R_2} \right\}$$

oder angenähert $^2/_3\, \mu \left(\frac{R_2^2}{a^2} + {}^1/_2 \frac{R_2^3}{a^3} \right)$.

(Der Wilsing'sche Ausdruck enthält irrtümlich einen Factor R_1^2/R_2^2 zu viel). Wilsing nimmt, abweichend von Vogel, weil er die ganze Dauer der Lichtänderung als Verfinsterung betrachtet, $R_1 = 160\,000$ geogr. Meilen, $R_2 = 132\,000$ Meilen, $a = 700\,000$ Meilen, also $a = 4{,}4\, R$; für μ nimmt er den hohen Betrag 0,5. Er findet dann $^1/_{50}$ für das Lichtverhältnis der beiden Sterne, was, durch den erwähnten Irrtum, $^1/_{78}$ sein muss; das stimmt überein mit einer Zunahme der Algolhelligkeit um 0,014 Grössenklasse, also ganz unmerklich. Bei den Vogel'schen Dimensionen, wo die Entfernung im Verhältnis zu den Körpergrössen erheblicher ist, wird sie noch geringer sein. Dagegen findet man bedeutend mehr, wenn man einer der anderen von Pickering berechneten Annahmen folgt, bei der der Begleiter grösser ist als der leuchtende Stern. Nimmt man z. B. $x = 2,0$ und $a/R_1 = 6,427$, also $R_2/a = {}^1/_{3,21}$, so wird das Verhältnis der Lichtmengen ${}^1/_{27}$, und Algol erfährt während der oberen Conjunction einen Helligkeitszuwachs von 0,04 Grössenklassen; für genaue Messungen oder Schätzungen wird dieser Betrag wohl merklich sein.

Wilsing berechnet darauf die Deformation des Hauptsterns durch die Anziehung des Begleiters und die Helligkeitsschwankung, die dann in Folge der Axendrehung auftritt. Er findet für das Verhältnis des grössten und kleinsten Durchmessers nicht mehr als 1,02 und schliesst, dass auch daraus keine merkliche Helligkeitsschwankung im vollen Lichte entstehen kann.

Um den Lichtwechsel während der Verfinsterung mit der Theorie vergleichen zu können, wird die von Scheiner abgeleitete Lichtcurve durch den Stufenwert von ${}^1/_{14}$ Grössenklassen reduciert; die Lichtschwächung im Minimum, 14,7 Stufen nach der Curve, wird dann gleich 1,05 Grössenklassen. Bei dem Versuche, die durch die Mittel der Helligkeiten bei derselben Phase vor und nach dem Minimum gebildete symmetrische Lichtcurve durch eine Kreisbahn darzustellen, zeigte sich der nämliche Mangel an Übereinstimmung, den Pickering früher gefunden hatte. Wilsing machte daher den Versuch, die Annahme, dass diese Abweichung durch absorbierende Atmosphären verursacht wird, rechnend auf die Probe zu stellen. Da die Annahme stetig verlaufender Functionen für die Helligkeit der Algolscheibe und für die Absorption der Trabantenatmosphäre die Rechnungen zu sehr verwickeln würde, nahm er als einfachere Grundlagen für die Rechnung an: bei dem leuchtenden Stern eine centrale Scheibe mit der Intensität J_0, umgeben von einem Ringe mit constanter, jedoch kleinerer Intensität J_1; bei dem Begleiter einen dunklen Kern, umgeben von einem halbdurchlässigen Ringe, der überall von dem auffallenden Lichte nur den Teil α durchlässt; die Breite beider Ringe wurde gleich dem halben Radius ihrer Kerne angenommen. Im Minimum nahm er innere Berührung der beiden Kerne an. Es zeigte sich, dass mit den Werten:

Halbmesser des leuchtenden Sternes	172 000	Meilen.
also des centralen Kernes	115 000	„
Halbmesser des dunklen Begleiters	90 000	„
also der äusseren Grenze der Atmosphäre	135 000	„

$$x = 0{,}435 \qquad \text{und} \qquad J_1/J_0 = 0{,}73$$

die Lichtcurve befriedigend darzustellen war.

Um die physikalische Bedeutung dieser Resultate zu zeigen, berechnete Wilsing die Absorption einer Atmosphäre constanter Dichte zwischen zwei Kugelhüllen mit 90 000 und 135 000 Meilen Halbmesser. Die mittlere Absorption, die sie auf die Strahlen einer dahinter liegenden leuchtenden Fläche ausübt, wird 0,435, wenn der Absorptionscoefficient dieser Materie pro Längeneinheit 2.10^{-5} ist, die der Erdatmosphäre als Einheit gesetzt, also ausserordentlich klein; Wilsing vergleicht diese Hülle auch mit der Sonnencorona. Nun ist es selbstverständlich, dass bei einer Atmosphäre von 45 000 Meilen Höhe eine äusserst geringe Dichtigkeit schon genügt, um eine bedeutende Absorption auszuüben; da jedoch durch den Einfluss der Schwere die Dichtigkeit des Gases mit der Höhe schnell abnehmen muss, ist ein Ring mit gleichmässiger Absorption sogar als erste Näherung nicht zulässig. Da das Gesetz der Dichtigkeitsabnahme mit der Höhe für eine Atmosphäre bekannt ist, braucht man nur anzunehmen, was in erster Näherung gestattet ist, dass die Absorption der Dichte an der Stelle, wo der Lichtstrahl horizontal läuft und dem Mittelpunkte am nächsten kommt, proportional gesetzt werden darf, um das Gesetz der Absorption finden zu können. In der Erdatmosphäre ist das Verhältnis der Dichte in zwei Höhen h_1 und h_2 (in km ausgedrückt)

$$\rho_1/\rho_2 = e^{-{}^1/_{8{,}54}\,(h_1-h_2)}$$

Wenn auf dem betrachteten Stern die Schwerkraft g mal grösser ist, als auf der Erde, so wird dort

$$\rho_1/\rho_2 = e^{-{}^g/_{8{,}54}\,(h_1-h_2)}$$

Für eine Höhendifferenz von 59 km wird bei $g = 1$ das Verhältnis ρ_1/ρ_2 gleich $^1/_{1000}$; wenn von einem Lichtstrahl nur ein halber Prozent absorbiert wird, so wird bei einem anderen, der dem Mittelpunkt um 59 km näher kommt, die Absorption schon 99 Prozent sein. Auf dem Begleiter Algols wird die Schwerkraft wohl grösser sein, als auf der Erde; in seiner Atmosphäre wird die Dichtigkeit also noch schneller abnehmen, und dieselben Verhältnisse finden dort statt bei zwei Lichtstrahlen, die weniger als 59 km von einander entfernt sind. Diese Entfernung ist jedoch nur ein Zehntausendstel des Halbmessers. Innerhalb eines Ringes von 0,0001 des scheinbaren Halbmessers des Begleiters findet also der Übergang statt von fast vollständiger Absorption zu fast vollständiger Durchlässigkeit. Wenn der Begleiter eine Atmosphäre besitzt, wird man bei der Berechnung der Helligkeit Algols darauf gar keine Rücksicht zu nehmen brauchen; man wird dann noch immer eine scharfbegrenzte Scheibe annehmen dürfen, so dass innerhalb ihrer Begrenzung alles Licht absorbiert, ausserhalb derselben nichts absorbiert wird.

Durch seine unzulässige Rücksichtnahme auf eine Trabantenatmosphäre hat Wilsing sich die Rechnung unnötig erschwert. Das gilt nicht für die Annahme einer Atmosphäre des Hauptsterns. Das gefundene Verhältnis $J_1/J_0 = 0{,}73$ stimmt, wie Wilsing durch eine Vergleichung mit Vogels spectralphotometrischen Beobachtungen der Sonne nachweist, mit der Lichtabnahme von der Mitte nach den Rändern auf der Sonnenscheibe auch der Grösse nach ungefähr überein.

Zuletzt macht Wilsing noch einen Versuch, die Asymmetrie der Lichtcurve zu erklären. „Dieselbe erklärt sich ungezwungen aus einer elliptischen Bewegung des Begleiters." Da jedoch die Formeln, durch die er die elliptische Gestalt der Bahn in Rechnung zieht, fehlerhaft sind, findet er für die Excentricität auch verfehlte und imaginäre Ergebnisse.

Er findet einen sehr kleinen Wert für e, nämlich 0,011, und die von ihm berechnete Lichtcurve ist auch vollständig symmetrisch; nur ist ihr Minimum gegen das der Scheiner'schen Curve um $+7^m$ verschoben, und dadurch fallen die beiden Curven ungefähr zusammen. Es ist dieser Wert der horizontalen Verschiebung, aus dem er sein e ableitet.

Die erste Näherung von ρ, bei einer Kreisbahn, ist

$$\rho = a \sqrt{\sin^2 \varepsilon + \cos^2 \varepsilon \sin^2 \nu}$$

Im Fall der elliptischen Bewegung werden nach den Wilsing'schen Formeln, in unseren Bezeichnungen ausgedrückt (Wilsings R ist unser a; und sein nt ist unser $\nu - 90^\circ$), a und ν ersetzt durch $a\,[1 - e \cos (n\,t - \varkappa)]$ und $n\,t + 2\,e \sin (n\,t - \varkappa)$.

Mit Vernachlässigung von e^2 und $sin^2 \varepsilon$ wird jetzt

$$\rho = a \left\{ sin^2 \varepsilon + cos^2 \varepsilon \, sin^2 n\, t - 2\, e \cos (n\, t - \omega) \, sin^2 n\, t + 2\, e \sin (n\, t - \omega) \sin 2\, n\, t \right\}^{1/2}.$$

Die an ρ anzubringende Änderung ist also

$$\Delta \rho = - \frac{a^2}{\rho} e \left\{ sin^2 n\, t \cos (n\, t - \omega) - \sin 2\, n\, t \sin (n\, t - \omega) \right\},$$

welche Formel mit der **Wilsing**'schen (Potsd. Publ. VII, I, S. 123) identisch ist, wenn man sein $n\,t$ durch $n\,t - 90^\circ$ und sein x durch $90^\circ - \omega$ ersetzt. Setzt man für $n\,t$ jetzt $-n\,\tau$ und $+n\,\tau$ und subtrahiert, so findet man

$$2\, e \frac{a^2}{\rho} \sin n\, \tau \, (1 + cos^2 n\, \tau) \sin \omega.$$

Die halbe Differenz der Helligkeiten zur Zeit τ vor und nach dem Minimum wird dann:

$$\frac{1}{2} (H_v - H_n) = \frac{a^2}{\rho} e \sin \omega \frac{d\,H}{d\,\rho} \sin n\, \tau \, (1 + cos^2 n\, \tau)$$

wie **Wilsing** S. 124 angiebt.

Der Fehler in diesen Entwickelungen ist die Vernachlässigung des dritten Gliedes $2\, e \sin \omega$ in dem Ausdruck für v. Da hier $v = n\,t + 2\, e \sin (n\, t - \omega)$ gesetzt ist und v von der Conjunction ab gerechnet wird, ist dies mit $n\,t$ nicht der Fall; in der Conjunction ist $n\,t = 2\, e \sin \omega$. Die gefundene Formel $^1/_2\, (H_v - H_n)$ giebt also die Helligkeitsdifferenz bei einer symmetrischen Lichtcurve fur zwei Augenblicke, die einen Betrag τ vor und nach einem angenommenen Nullpunkt liegen, der $\frac{T}{2\,\pi} 2\, e \sin \omega$ von dem Minimum entfernt ist. **Wilsing** nimmt für H_v und H_n die Angaben der **Scheiner**'schen Lichtcurve für gleiche Phase vor und nach dem Minimum; sein Nullpunkt für die Zählung der Zeit ist also das Minimum der **Scheiner**'schen Curve, das 7^m von dem Minimum der angenommenen symmetrischen Curve entfernt ist. Er setzt also $7^m = \frac{T}{\pi} e \sin \omega$, muss daher $e \sin \omega = 0{,}005$ finden. Die von ihm gefundenen Werte $e = 0{,}011$ und $x = 245^\circ$ geben auch $e \cos x = 0{,}0046$.

Der Schluss, den **Wilsing** aus seinen Untersuchungen zieht, dass die Consequenzen der Trabantentheorie zu keinem Widerspruch mit den beobachteten Erscheinungen führen, hat also nur so weit Gültigkeit, als man von der Asymmetrie der Lichtcurve absieht. Diese lässt sich durch eine mässige Excentricität der Bahn nicht erklären.

Im Jahre 1892 hat Chandler eine Theorie gegeben zur Erklärung der grossen 140 jährigen periodischen Ungleichheit, wodurch die Minimumzeiten um 173^m verfrüht oder verspätet werden können. Er nimmt an [1]), dass das Algolpaar in 140 Jahren noch eine grosse Bahn beschreibt um den ihm mit einem dunklen dritten Körper gemeinschaftlichen Schwerpunkt; dadurch wechselt die Entfernung von der Erde um eine so grosse Strecke, als das Licht in 346 Minuten durchmessen kann. Die periodische Ungleichheit ist also eine Lichtgleichung von derselben Natur wie man z. B. bei den Verfinsterungen der Jupiterstrabanten beobachtet hat. Ist diese Erklärungsweise richtig, so muss Algol auch senkrecht zum Visionsradius Verschiebungen haben, die sich, wenn die Parallaxe nicht zu klein ist, durch eine veränderliche Eigenbewegung zeigen müssen. Chandler untersuchte daher die Ortsbestimmungen des Algol seit Bradley bis zu der letzten Zeit, und fand in der That eine Unregelmässigkeit der Eigenbewegung. Durch eine gemeinschaftliche Ausgleichung der Meridianbeobachtungen und der beobachteten Minimumzeiten fand er, dass Algol in 130,9 Jahren eine (nach der Annahme) kreisförmige Bahn beschreibt, deren Halbmesser 19,0 ist, die Distanz Sonne-Erde als Einheit genommen, oder in Bogenmaass $1'',33$ (womit eine Algol-Parallaxe von $0'',07$ übereinstimmt). Die Neigung zum Visionsradins ist 110°, die Länge des aufsteigenden Knotens 65°, der Durchgang durch den Knoten fand 1804 statt.

Diese Ergebnisse veranlassten einige Beobachter, besondere Ortsbestimmungen des Algol auszuführen; u. A. wurden solche von A. Searle auf der Harvard-Sternwarte angestellt. Als J. Bauschinger darüber 1894 ein Referat schrieb, worin er die Wertlosigkeit

---

1) Contributions to the knowledge of the variable stars. Astron. Journal; Vol. X, S. 113.

dieser Beobachtungen zeigte, benutzte er zugleich die Gelegenheit, die Chandler'schen Rechnungen einer eingehenden Kritik zu unterwerfen [1]). Dabei wurden einige Irrtümer und falsche Gewichtsannahmen beseitigt, und das ganze Material von Meridianbeobachtungen wurde aufs neue strenger bearbeitet. Die Vergleichung der Resultate für α und δ von Algol mit einer gleichmässigen, geradlinigen Bewegung zeigte Abweichungen, die ganz und gar zufälliger Natur waren; in der ununterbrochenen Reihe von Ergebnissen seit 1800 zeigen sich 12 Zeichenfolgen und 14 Zeichenwechsel in α, 17 Zeichenfolgen und 15 Zeichenwechsel in δ. Bauschinger schliesst, dass nach den Beobachtungen von 1755 bis 1891 eine Veränderlichkeit der Eigenbewegung in einem messbaren Betrage nicht vorhanden ist.

Die Chandler'sche Theorie kann demungeachtet wohl richtig sein; wenn die Parallaxe von Algol sehr klein ist, wird die seitliche Verschiebung für Ortsbestimmungen an Meridiankreisen unmerklich sein. Chandler gab als einen der Gründe zu seiner Theorie, dass eine andere Erklärung der grossen Ungleichheit nicht zu finden sei. Im Jahre 1895 wurde von Tisserand jedoch eine einfache Erklärung gegeben, welche die Hypothese eines dritten Körpers überflüssig machte. Als L. Boss kurz nachher eine neue Discussion der Meridianbeobachtungen gab [2]), war das zu erreichende Ziel schwieriger, da die Richtigkeit der Chandler'schen Erklärung der einfacheren von Tisserand gegenüber jetzt ausschliesslich auf der Veränderlichkeit der Eigenbewegung ruhen musste. Den Bauschinger'schen Zahlen wurden noch einige aus nicht berücksichtigten Quellen hinzugefügt; die Abweichungen, die eine gleichmässige Eigenbewegung übrig lässt, zeigen in δ einige auffallende Zeichenfolgen; nach 1800 kommeu nur 15 Zeichenwechsel gegen 26 Zeichenfolgen; in α sind diese Zahlen 19 und 18. Boss untersucht nun, in welchem Masze ein in 131 Jahren periodisches Glied die Abweichungen verringert und wie die gefundenen Amplituden und Epochen mit der periodischen

1) Referat über A. Searle Relative places of β Persei and comparison stars. Vierteljahrsschrift der Astr. Ges. Bd. 29, S. 196.

2) L. Boss, On the proper motion of Algol. Astron. Journal, Vol. XV, S. 49.

Ungleichheit der Minima stimmen. Er berechnet daher für α und δ einfache periodische Glieder, mit der Periode von 131 Jahren, was mit der Annahme einer Kreisbahn übereinstimmt; die jetzt übrig bleibenden Abweichungen zeigen 24 Zeichenwechsel und 17 Zeichenfolgen in δ, während in α diese Anzahlen 24 und 13 sind; der Anschluss ist also viel enger als nötig wäre. In der folgenden Tafel sind die Abweichungen, die eine regelmässige Eigenbewegung übrig lässt, ausgenommen die frühesten vereinzelt liegenden, zu Mitteln zusammengenommen; daneben wird die Abweichung der gefundenen periodischen Bewegung von der gleichmässigen gegeben.

Rectascension.				Declination.			
Jahr.	Abw.	Gewicht.	Period. Bew.	Jahr.	Abw.	Gewicht.	Period. Bew.
1754	$+0^s{,}004$	0,5	$-0^s{,}009$	1754	$-1''{,}64$	0,5	$-1''{,}25$
1804	$-$ 161	0,5	$+$ 39	1755	$+0{,}15$	0,2	$-1{,}24$
1810	$+$ 295	0,3	$+$ 36	1803	$-$ 12	0,4	$+0{,}04$
1822	$+$ 47	5,7	$+$ 24	1810	$+$ 31	1,0	$+$ 12
1837	$-$ 39	4,6	$+$ 4	1823	$-$ 04	4,5	$+$ 25
1846	$+$ 1	4,8	$-$ 5	1835	$+$ 31	4,8	$+$ 19
1847	$-$ 2	7,0	$-$ 7	1840	$+$ 39	4,5	$+$ 14
1859	$-$ 16	6,7	$-$ 11	1844	$+$ 35	4,6	$+$ 08
1863	$-$ 11	6,5	$-$ 12	1849	$-$ 30	5,6	$+$ 02
1865	$+$ 6	4,8	$-$ 11	1862	$+$ 02	6,2	$-$ 10
1866	$-$ 4	7,0	$-$ 11	1865	$-$ 23	5,3	$-$ 12
1873	$-$ 2	6,5	$-$ 7	1871	$-$ 19	6,0	$-$ 12
1875	$-$ 18	10,0	$-$ 4	1874	$-$ 22	8,0	$-$ 11
1877	0	7,0	$-$ 1	1875	$-$ 16	8,0	$-$ 11
1888	$+$ 11	7,8	$+$ 13	1880	$+$ 22	6,0	$-$ 08
1894	$+$ 26	7,0	$+$ 23	1885	$+$ 03	7,0	$-$ 01
				1889	$-$ 08	6,5	$+$ 06
				1894	$+$ 22	8,0	$+$ 17

Die Summe der Fehlerquadrate wird durch die periodische Bewegung in α von 0,1131 zu 0,0955 und in δ von 13,021 zu 10,674 reduciert, und der m. F. der Gewichtseinheit wird $0^s{,}036$ in α, $0''{,}35$ in δ. Die Grössen der gefundenen periodischen Glieder sind, in Bogenmasz ausgedrückt, wenn nt für $2^\circ{,}75\ (T - 1865)$ geschrieben und T in Jahren angegeben wird,

$0'',348 \sin(n\,t + 278°,7)$ in x $\qquad$ $0'',449 \sin(n\,t + 230°,3)$ in δ,
$\pm 0'',113 \qquad \pm 20°,6 \qquad \pm 0'',096 \qquad \pm 12°,1$

und die scheinbare Bahn ist eine Ellipse mit einer grossen Halbaxe von 0″,522 und einer kleinen von 0″,224. Da die Bahn kreisförmig angenommen ist, wird ihre Neigung gegen die Gesichtslinie 23°; die Augenblicke, wo in der scheinbaren Bahn die Endpunkte der grossen Axe erreicht werden, sind dann zugleich die Zeiten, wo der Stern durch die Ebene geht, welche im Bewegungsmittelpunkt senkrecht zur Gesichtslinie steht, also auch die Zeiten, wo die Lichtgleichung verschwindet. Dieser Durchgang fand nach den Ergebnissen von Boss in den Jahren 1808 und 1873 statt, während nach der Chandler'schen Formel für die Minimumzeiten die Lichtgleichung 1808 und 1879 verschwindet. Diese Übereinstimmung betrachtet Boss besonders als eine Bestätigung der Chandler'schen Theorie. Es muss dabei jedoch bemerkt werden, dass diese Uebereinstimmung wesentlich von der Annahme der Kreisbahn abhängt; bei einer anderen Gestalt der Bahn werden andere Punkte der scheinbaren Bahn mit dem Durchgang durch den Knoten zusammenfallen; und weder durch diese Ergebnisse der Ortsbestimmungen, noch durch die beobachteten Minimumzeiten ist eine andere Gestalt der Bahn ausgeschlossen; keines dieser beiden Materialien reicht bis jetzt hin, die Gestalt besser zu bestimmen.

Auch nach den Untersuchungen von Boss wird man also die Bahnbewegung als sehr wenig sicher bewiesen erachten können; und zu einer noeh genaueren Untersuchung der Eigenbewegung, die Boss für erwünscht hält, wird erst dann Anlass bestehen, wenn die einfachere Erklärung Tisserands sich als nicht ausreichend herausstellt.

Die Erklärung, die Tisserand 1895 [1]) für die grosse 140 jährige periodische Ungleichheit gab, ist die Drehung der grossen Axe der elliptischen Bahn, als Folge einer Abplattung des Sternes.

1) Sur l'étoile variable β de Persée (Algol). Comptes Rendus, Tome 120, S. 125 ff.

Nimmt man wieder als Anfangspunkt der Längen in der Bahn ν den Durchgang durch die $x z$ Ebene, also die Conjunction, so findet das Minimum statt für (Siehe Seite 17):

$$\nu = e \sin \omega \, tg^2 \varepsilon.$$

Dieser Ausdruck bleibt unterhalb einer Minute und ist deshalb $= 0$ zu setzen, oder im allgemeinen $\nu = 2 E \pi$, wo E die Anzahl Revolutionen bedeutet.

Die mittlere Länge, $l = n (t - t_0)$, so gezählt, dass sie im Periastron mit ν zusammenfällt, ist mit ν verbunden durch die Gleichung:

$$l = \nu - 2 e \sin (\nu - \omega).$$

Im Minimum, wo $\nu = 2 E \pi$, ist also:

$$t_m - t_0 = \frac{2 E \pi}{n} + \frac{2 e}{n} \sin \omega,$$

oder:

$$t_m = t_0 + E T + \frac{T}{\pi} e \sin \omega,$$

wo $E T$ eine ganze Zahl Perioden bedeutet. Wenn jetzt die Apsidenlinie sich regelmässig dreht, also $\omega = \omega_0 + \omega' t$ ist, so wird:

$$t_m = t_0 + E T + \frac{T}{\pi} e \sin (\omega_0 + \omega' t).$$

Dieser Ausdruck wird mit der Chandler'schen Formel

$$t_m = 1888 \text{ Jan. } 3.\ 7^h\, 30^m\, 50^s{,}25 \text{ M. Z. Paris} + 2^d\, 20^h\, 48^m\, 55^s{,}425\ \mathrm{E}$$
$$+ 173^m{,}3 \sin (2^\circ{,}55\, t + 202^\circ\, 30'),$$

wo t in Jahren ausgedrückt und von den beiden kurzperiodischen Gliedern abgesehen ist, identisch, wenn man setzt:

$$\frac{T}{\pi} e = 173^m{,}2 \quad \text{also } e = 0{,}132 \quad \omega_0 = 202^\circ\, 30' \quad \omega' = 2^\circ{,}55.$$

Wenn also die Bahn des Begleiters elliptisch ist und eine Excentricität von 0,132 hat, während die grosse Axe sich jährlich um $2^\circ{,}55$, oder in 140 Jahre um 360° dreht, so werden die Zeiten der Minima die Ungleichheit von 173^m zeigen, die Chandler gefunden hatte. Durch eine unregelmässige Drehung der grossen Axe wird man auch die anderen periodischen Glieder erklären können.

Tisserand betrachtet diese Drehung als eine Folge der Abplattung des Hauptsterns. Nennt man diese $\varkappa$, das Verhältnis der Centrifugalkraft zu der Schwere am Sternäquator χ, die Massen der beiden Körper m_0 und m_1, den Halbmesser des Hauptsterns R und die grosse Halbaxe der Bahn a, so wird nach den bekannten Formeln:

$$\omega' = n\,(\varkappa - {}^1/_2\,\chi)\,\frac{m_0}{m_0 + m_1}\,\frac{R^2}{a^2}.$$

Setzt man $m_1/m_0 = {}^1/_2$, $a/R = 5$, so wird, da $\omega'/n = {}^1/_{18000}$ ist, $\varkappa - {}^1/_2\,\chi = {}^1/_{480}$. Bei einer homogenen Kugel wird dann $\varkappa = {}^1/_{288}$, bei einer nicht homogenen etwas grösser. Es zeigt sich also, dass schon eine mässige, mit der der Erde vergleichbare Abplattung genügt, die beobachtete Drehung der Apsiden zu erklären.

Tisserand untersucht jetzt in Kurzem, welche Erscheinungen infolge dieser Verhältnisse des Algolsystems bei dem Lichtwechsel auftreten müssen. Durch die Drehung der Apsidenlinie wird die scheinbare Distanz der Mittelpunkte ρ, und damit auch die Helligkeit im Minimum, veränderlich sein. Im Minimum wird (für $\nu = 0$):

$$\rho = r \sin \varepsilon = \frac{p \sin \varepsilon}{1 + e \cos \omega}.$$

Sie wird also schwanken zwischen:

$$\frac{p \sin \varepsilon}{1 - e} = 1{,}15\,\rho_0 \qquad \text{und} \qquad \frac{p \sin \varepsilon}{1 + e} = 0{,}88\,\rho_0$$

wenn $\rho_0 = p \sin \varepsilon$ ist. Tisserand schliesst daraus: „il n'en résultera qu'une variation assez faible de l'éclat minimum, et dans la longue periode de 140 ans." Berechnet man diese Schwankung etwas genauer für den Fall $\varkappa = 1{,}0$, wo die Formeln von Seite 12 die einfache Gestalt:

$$\rho = 2 \cos \psi \qquad L = 1 - \frac{2\,\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\,\psi}{\pi}$$

annehmen, und setzt man $\rho_0 = 0{,}6183$, also $\rho_{max} = 0{,}7110$ und $\rho_{min} = 0{,}5441$, so findet man für L:

0,4123 0,3638 0,4660

also die Schwächung in Grössenklassen:

1,03 0,91 1,16.

Eine solche Helligkeitsschwankung um 0,25 Grössenklassen wird sich in den Beobachtungen wohl verraten können. Da i. J. 1808 nach der Chandler'schen Formel $\omega = 0^\circ$ war, i. J. 1879 aber 180°, so wird die Helligkeit des Minimums während des Zeitraumes von 1840 bis 1880, wo die Beobachtungen am dichtesten gedrängt liegen, um 0,12 Grkl. zugenommen haben müssen.

Darauf berechnet Tisserand den Einfluss, den die Drehung der Apsidenlinie auf die Dauer und die anderen Einzelheiten der Curvengestalt hat. Bei Anfang und Ende der Verfinsterung findet äussere Ränderberührung statt, also:

$$R + R' = p \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varepsilon \cos^2 \nu}}{1 + e \cos (\nu - \omega)}.$$

Wenn man setzt:

$$R + R' = p \sqrt{1 - \cos^2 \varepsilon \cos^2 \nu_1}$$

wo ν_1 die Länge bezeichnet bei Anfang und Ende der Verfinsterung in einer Kreisbahn mit dem Radius p, so wird:

$$\sqrt{1 - \cos^2 \varepsilon \cos^2 \nu_1} = \frac{1}{1 + e \cos (\nu - \omega)} \sqrt{1 - \cos^2 \varepsilon \cos^2 \nu}$$

oder:

$$\cos^2 \varepsilon \sin^2 \nu_1 = \cos^2 \varepsilon \sin^2 \nu - 2\, e\, (\sin^2 \varepsilon + \cos^2 \varepsilon \sin^2 \nu) \cos (\nu - \omega).$$

Vernachlässigt man in dem letzten Glied $\sin^2 \varepsilon$ gegen $\cos^2 \varepsilon \sin^2 \nu$, so findet man den Ausdruck:

$$\sin^2 \nu_1 - \sin^2 \nu = - 2\, e \sin^2 \nu \cos (\nu - \omega).$$

Dieser quadratischen Gleichung genügen zwei Werte von ν, die in der Nähe von $+\nu_1$ und $-\nu_1$ liegen, nämlich:

$$\nu' = + \nu_1 + e\, tg\, \nu_1 \cos (\nu_1 - \omega)$$
$$\nu'' = - \nu_1 - e\, tg\, \nu_1 \cos (\nu_1 + \omega).$$

Diese wahren Längen in der Bahn sind noch in mittleren Längen auszudrücken. Für das Minimum ist die mittlere Länge nach der Zählungsweise von Tisserand, der (vergl. S. 28) nicht von der Conjunction aus rechnet, $l_0 = 2\, e \sin \omega$. Für die Zeiten $-\tau''$ und $+\tau'$ ist:

$$\nu' = l_0 + n\, \tau' + 2\, e \sin (l_0 + n\, \tau' - \omega)$$
$$\nu'' = l_0 - n\, \tau'' + 2\, e \sin (l_0 - n\, \tau'' - \omega).$$

Berechnet man aus beiden Formelpaaren $\nu' - \nu''$, so findet man, da in den c enthaltenden Glieder $l_0 + n\,\tau' = + \nu_1$ und $l_0 - n\,\tau'' = - \nu_1$ gesetzt werden darf:

$$\nu' - \nu'' = 2\,\nu_1 + 2\,e\,sin\,\nu_1\,cos\,\omega = n\,(\tau^1 + \tau'') + 4\,e\,sin\,\nu_1\,cos\,\omega$$

oder:

$$n\,(\tau' + \tau'') = 2\,\nu_1 - 2\,e\,sin\,\nu_1\,cos\,\omega.$$

Die ganze Zeitdauer der Verfinsterung is demnach einer periodischen Ungleichheit unterworfen, die für $\nu = 23^\circ$ und das früher benutzte e gleich $-1{,}13\,cos\,\omega$ Stunden ist. Im Jahre 1808 war die Dauer am kleinsten, 1879 am grössten. Tisserand weist darauf hin, dass Wurm um 1800 die ganze Dauer zu 6,5 Stunden angab und Schönfeld dafür aus seinen Beobachtungen zwischen 1860 und 1870 volle 9 Stunden fand. Diese Vergrösserung bestätigt also die Theorie.

Man wird jedoch gerechten Zweifel hegen können über den Wert dieser Bestätigung. Die früheren Beobachter haben zweifelsohne den Lichtwechsel nicht verfolgt bis der Stern das volle Licht wieder ganz erreicht hatte; als Dauer der Verfinsterung werden sie wohl meist das Zeitintervall angegeben haben, während dessen die Änderung sehr deutlich war; der schwachen Änderung in den äussersten Teilen der Lichtcurve werden sie wohl wenig Aufmerksamkeit gewidmet haben. Eine eingehendere Untersuchung ist also erwünscht.

Das Tisserand'sche Ergebnis giebt den Betrag der Schwankung noch etwas zu gross; zwar ist der Fehler in dem wahrscheinlichsten Falle zu vernachlässigen, aber in besonderen Fällen wird er bedeutend. Das Glied $2\,e\,sin\,\nu\,cos\,\omega$ ist allein die Wirkung der Veränderlichkeit in der linearen Geschwindigkeit des Begleiters; es ist dabei keine Rücksicht genommen auf Änderungen in der Länge des zu durchlaufenden Weges, der sehr nahe eine Sehne ist in dem Kreise mit der Summe der beiden Sternhalbmesser als Radius. Diese Änderung ist enthalten in dem oben gegen $cos^2\,e\,sin^2\,\nu$ vernachlässigtem Gliede $sin^2\,\varepsilon$; daher wird in dem ersten der beiden oben gefundenen Ausdrücke für $\nu' - \nu''$ dem zweiten Gliede noch der Factor $1 + \frac{tg^2\,\varepsilon}{sin^2\,\nu_1}$ angehängt werden müssen, und das zweite Glied des Resultats für $n\,(\tau' + \tau'')$ bekommt dann den Factor $1 - \frac{tg^2\,\varepsilon}{sin^2\,\nu_1}$. Für kleine ε ist die Abweichung von 1 unerheblich; wenn ε aber gross wird, ist sie nicht mehr zu vernachlässigen; das findet statt, wenn $\varkappa$ gross ist. Wenn $tg^2 \varepsilon = sin^2 \nu_1$ wird, verschwindet die periodische Schwankung in der Dauer der Verfinsterung ganz; dann schneidet die durchlaufene Sehne den Kreis unter einem Winkel von 45°, und bei Drehung der Apsidenlinie hebt der Einfluss der Änderung der Sehnenlänge den der Änderung der linearen Geschwindigkeit genau auf. Für noch grössere ε bekommt die Periodicität den umgekehrten Sinn.

Für den Fall $\varkappa = 2{,}0$ und $\varepsilon = 16^\circ{,}1$ (einen der von Pickering berechneten) wird $1 - \frac{tg^2 \varepsilon}{sin^2 \nu_1} = 0{,}45$, ist also die Schwankung um die Hälfte geringer als Tisserand fand. Es sind also nur die extremen Fälle von sehr grossem $\varkappa$, wo die Schwankung verschwindet; jedenfalls muss damit gerechnet werden, weil ein Nichtvorhandensein der von Tisserand berechneten Schwankung nicht ohne weiteres seine Theorie hinfällig macht, da dieses auch durch einen grossen Wert von $\varkappa$ zu erklären ist; und die empirische Bestimmung des Betrages dieser Schwankung wird umgekehrt Aufschlüsse über $\varkappa$ geben können. Übrigens ist diese Erörterung wahrscheinlich nur von theoretischer Bedeutung; nicht nur weil die Pickering'schen Rechnungen einen grossen Wert von $\varkappa$ unwahrscheinlich machen, sondern auch nach Betrachtungen physikalischer Natur; wenn die beiden Sterne, wie es den jetzigen kosmogonischen Ansichten entspricht, einen gemeinschaftlichen Ursprung haben, wird auch der dunkle Stern wohl der kleinste sein.

Aus den angegebenen Formeln leitet Tisserand auch die Asymmetrie ab, indem er $\nu' + \nu''$ berechnet. Er findet:

$$- 2\, e\, tg\, \nu_1 \sin \nu_1 \sin \omega = 2\, l_0 + n\,(\tau' - \tau'') - 4\, e \sin \omega \cos \nu_1,$$

oder:

$$n\,(\tau' - \tau'') = 2\, e \sin \omega \left(2 \cos \nu_1 - \frac{\sin^2 \nu_1}{\cos \nu_1} - 2\right) = \frac{8\, e \sin \omega}{\cos \nu_1} \sin^4 \tfrac{1}{2} \nu_1,$$

woraus er $\tau - \tau''$ zu $0^m{,}75$ berechnet, also unmerklich. Dieser Ausdruck ist identisch mit dem ersten Gliede der oben S. 17 für $n\, t_m$ gefundenen Formel. Hätte er nicht bei seiner Entwicklung $tg^2 \varepsilon$ gegen $sin^2 \nu_1$ vernachlässigt, so wäre ein zweites Glied hinzugekommen

$- 2 e \sin \omega \frac{tg^2 \varepsilon}{\cos \nu_1}$, wodurch die Übereinstimmung mit der dort gegebenen Formel vollständig würde.

Es scheint, dass dieses Resultat von Tisserand, wodurch gezeigt wird, dass eine Excentricität von ein paar Zehnteln keine merkliche Asymmetrie der Lichtcurve bewirken kann, wodurch also die früheren Bemerkungen und Rechnungen sich als fehlerhaft erweisen, nicht die Aufmerksamkeit gefunden hat, die es verdient. Denn auch später sieht man solche Bemerkungen wiederholt. So versucht z. B. E. Hartwig [1]) die in der Lichtcurve von Z. Herculis beobachtete Asymmetrie durch eine Excentricität der Bahn zu erklären, wobei er die Harting'schen Formeln benutzt. Die der Abhandlung beigegebenen graphischen Darstellungen zeigen aber deutlich, dass die mit der elliptischen Bahn berechneten Lichtcurven symmetrisch sind.

Tisserand wies nach, dass eine Abplattung van wenigstens $^1/_{288}$ die beobachtete Umdrehung der Apsidenlinie erklären kann. Doch diese Grösse ist nicht willkürlich anzunehmen, sondern wird bestimmt durch Rotationszeit, Dichtigkeitsverteilung u. A. Die Annahme, Algol sei ein abgeplattetes Rotationsellipsoïd, ist sogar in erster Näherung unrichtig, da die Anziehung des Trabanten dabei ausser Acht gelassen wird. Man wird die Gestalt von Algol und von seinem Trabanten berechnen können, als Function der Dimensionen, des Massenverhältnisses etc., wenn man von einfachen Annahmen über den Bau des Systems ausgeht. Aus diesem Ergebnis lässt sich dann die Umdrehungszeit der Apsidenlinie berechnen, und die erhaltenen Formeln werden gestatten, aus der Vergleichung der Resultate von Beobachtung und Rechnung Schlüsse zu ziehen auf die bestimmenden Elemente des Algolsystems.

Dabei wird sich zugleich herausstellen können, ob für die übrigen Glieder der Chandler'schen Formel innerhalb dieser Theorie eine

1) E. Hartwig, Der veränderliche Stern vom Algoltypus Z Herculis. Bamberg 1900.

Erklärung zu geben ist. Charlier hat 1889 darauf hingewiesen[1]) dass sie mit dem ersten periodischen Gliede in derselben Weise zusammenhängen, wie die Störungsglieder verschiedener Ordnung, denn ihre Perioden sind nahe $^1/_4$ und $^1/_8$ der grossen Periode. Die Differenz zwischen ihrem Argumentzuwachs ($^3/_{40} = 0^\circ{,}075$ und $^1/_6 = 0^\circ{,}167$), und dem vier- und achtfachen des Argumentzuwachses des Hauptgliedes ($^1/_{50} = 0^\circ{,}02$) wird wohl nicht wirklich sein. Dann ist die Zeit des Minimums darzustellen durch

$$t = t_0 + E\,T + \Sigma_n A_n \sin(n\,\alpha\,E + B_n)$$

wo $\alpha = {}^1/_{50}{}^\circ$ ist, und die Glieder mit $n = 1$, 4 und 8 die von Chandler empirisch gefundenen Glieder sind. Charlier weist dabei auch auf die Abplattung Algols hin als mögliche Ursache dieser Störungen.

In den nachfolgenden Entwickelungen wird angenommen werden, dass sich Algol und sein Trabant in derselben Periode um ihre Axen drehen, in der sie um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt in einer Kreisbahn herumlaufen und dass ihre Gestalt wenig von der Kugelgestalt abweicht, so dass die höheren Potenzen der Abweichungen vernachlässigt werden können. Wir nehmen an, dass die Oberflächenschicht eine andere Dichte haben kann, als die tieferliegenden; doch, um die Rechnungen nicht zu sehr zu verwickeln, sehen wir ab von den Deformationen der inneren Schichten; nur die Oberflächenschicht wird deformiert, während der darunter liegende Kern unverändert kugelförmig bleibt. Die Gestalt der Oberfläche wird bestimmt durch die Bedingung, dass sie eine Niveaufläche ist, dass also das Potential über dieser Oberfläche constant ist. Die einfachste Rechnungsweise ist, die Abweichung von der Kugelgestalt zu entwickeln in eine Reihe von Kugelfunctionen; die Gleichung der Oberfläche wird dann, wenn mit r jetzt der Radius Vector eines Oberflächenpunktes bezeichnet wird:

$$r = R\,(1 + \Sigma\,\alpha_n\,Y_n).$$

Hier sind die α die unbekannten, zu bestimmenden Coefficienten, deren höhere Potenzen vernachlässigt werden. Weiter nennen wir

---

1) C. V. L. Charlier, En försök att bestämma af ljusets hastighet ur observationer på föränderliga stjernor. (Öfv. af Kon. Vet. Ak. Förh. 1889. S. 523—527.

R den Halbmesser Algols, f die Constante der Anziehungskraft, ρ_1 die mittlere Dichte, ρ_2 die Dichte der Oberflächenschicht, $\sigma = \rho_2/\rho_1$; m_1 und m_2 die Massen Algols und des Trabanten, $\lambda = m_2/m_1$; a die Distanz der Mittelpunkte, w die Winkelgeschwindigkeit der Axendrehung; μ und Φ die Argumente der Kugelfunctionen, $\mu = \cos\vartheta$, wo ϑ von dem Rotationspole ab gezählt wird, und Φ die Länge in der Äquatorialebene, gezählt von der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte aus.

Das Potential zerfällt in vier Teile, die durch die Anziehung des kugelförmigen Körpers, die der deformierten Oberflächenschicht, die des Begleiters, dessen ganze Masse in seinem Centrum liegend angenommen wird, und durch die Rotation des Systems hervorgerufen werden.

Das Potential der Kugel in einem Punkte $(r\,\mu\,\Phi)$ ist:

$$V_1 = f\frac{m_1}{r} = {}^3/_4\pi f \rho_1 R^2 \left\{1 - \Sigma\, \alpha_n\, Y_n\right\}.$$

Das von einer an der Oberfläche der Kugel in einem Punkte $(R\,\mu\,\Phi)$ befindlichen Masse dm auf einen Punkt $(r_1\,\mu_1\,\Phi_1)$ bewirkte Potential ist:

$$f\frac{dm}{\sqrt{R^2 + r_1^2 - 2\,R\,r_1\cos\gamma}} = f\,dm \sum \frac{R^n}{r_1^{n+1}} P_n(\cos\gamma),$$

wo γ der Winkel zwischen den Vectoren $(\mu\,\Phi)$ und $(\mu_1\,\Phi_1)$ ist und P die Bezeichnung für die zonalen Kugelfunctionen. Durch Substitution von:

$$dm = \rho_2\, R^3\, ds\, \Sigma\, \alpha_n\, Y_n(\mu\,\Phi)$$

wo $R^2 ds$ ein Oberflächenelement der Kugel vorstellt, und Integration über die ganze Oberfläche, bekommt man das Potential der deformierten Oberflächenschicht in dem Punkte $(r_1\,\mu_1\,\Phi_1)$:

$$f\,\rho_2\,R^2 \int \left\{\sum \alpha_n\, Y_n\right\} \left\{\sum \left(\frac{R}{r_1}\right)^{n+1} P_n(\cos\gamma)\right\} ds.$$

Nach einem bekannten Satze aus der Theorie der Kugelfunctionen wird daraus:

$$4\,\pi\, f\,\rho_2\, R^2 \sum \left(\frac{R}{r_1}\right)^{n+1} \frac{\alpha_n}{2\,n+1}\, Y_n(\mu_1\,\Phi_1).$$

Nimmt man jetzt als den Punkt, wo das Potential berechnet wird, einen Punkt $(r\,\mu\,\Phi)$ der Oberfläche, wo r durch R ersetzt werden kann, weil höhere Potenzen von α vernachlässigt werden, so bekommt man als zweiten Teil des gesuchten Potentials:

$$V_2 = 4\,\pi\,f\,\rho_2\,R^2 \sum \frac{\alpha_n}{2\,n+1}\,Y_n(\mu\,\Phi).$$

Das Potential, das durch die Anziehung des Begleiters, dessen Coordinaten $(a,\ 0,\ 0)$ sind, in einem Punkte der Oberfläche bewirkt wird, ist:

$$V_3 = f\frac{m_2}{\sqrt{a^2+r^2-2\,r\,a\cos\gamma}} = f\,\frac{m_2}{a}\left\{1+\sum\left(\frac{r}{a}\right)^n P_n(\cos\gamma)\right\}$$

wo γ der Winkel zwischen den Richtungen $(\mu,\ \Phi)$ und $(0,\ 0)$ ist. Hier ist auch r durch R zu ersetzen. Das erste Glied in diesem Ausdrucke ist, da wir a constant nehmen, wegzulassen; das zweite Glied giebt ein homogenes Kraftfeld $f\,{}^{m_2}/_{a^2}\,R\cos\gamma$, also eine überall constante Kraft, die der Anziehung des Begleiters auf den Mittelpunkt des Hauptsterns gleich ist, also mit m_1 multipliciert die ganze Anziehung des Begleiters auf den Hauptstern ergiebt. Da diese Anziehung durch die Centrifugalkraft aufgehoben wird, muss das zweite Glied in V_3 auch aufgehoben werden durch ein gleich grosses entgegengesetzt gerichtetes Kraftfeld, das in dem Potential der Rotation enthalten ist. Dieses Potential ist ${}^1/_2\,w^2\,l^2$, wo l die Entfernung von einer, durch den gemeinschaftlichen Schwerpunkt senkrecht zur Bahnebene gezogenenen Rotationsaxe ist. Die Entfernung eines Oberflächenpunktes von der durch den Mittelpunkt Algols gehenden Rotationsaxe ist $R\sin\vartheta$; nennt man die Entfernung dieses Mittelpunkts von dem gemeinschaftlichen Schwerpunkt a_0, so ist:

$$l^2 = a_0^2 + (R\sin\vartheta)^2 - 2\,a_0\,R\sin\vartheta\cos\Phi.$$

Von den drei Gliedern, in die das Rotationspotential zerfällt, ist das erste ${}^1/_2\,w^2\,a_0^2$ als constantes wegzulassen; das dritte $-\,w^2\,a_0\,R\sin\vartheta\cos\Phi$ wird durch die Beziehungen:

$$w^2 = f\,\frac{m_1+m_2}{a^3} \quad \text{und} \quad \frac{a_0}{a} = \frac{m_2}{m_1+m_2}$$

gleich $-\,f\,\dfrac{m_2}{a^2}\,R\sin\vartheta\cos\Phi$, und hebt also eben, da $\sin\vartheta\cos\Phi = \cos\gamma$ ist, das zweite Glied in V_3 auf.

In dem Ausdruck für V_3 werden also die n von 2 bis ∞ genommen:

$$V_3 = f\,\frac{m_2}{a}\sum_{n=2}^{n=\infty}\left(\frac{R}{a}\right)^n P_n(\cos\gamma);$$

und für den 4ten Teil des Potentials braucht man nur die Rotation um die Axe des Algol selbst zu betrachten, also:

$$V_4 = {}^1\!/_2\, w^2 R^2 \sin^2\vartheta = {}^1\!/_2\, w^2 R^2 (1-\mu^2)$$

oder, durch Elimination von w^2:

$$V_4 = {}^1\!/_3\, f(m_1+m_2)\,\frac{R^2}{a^3}\,[1-P_2(\mu)].$$

Diese vier V sollen zusammen an der Oberfläche des Algol eine Constante geben. Für die praktischen Rechnungen ist es am bequemsten, für die Y die symmetrischen Functionen zu nehmen, weil sich darin willkürliche zonale Kugelfunctionen $P_n(\cos\gamma)$ leicht ausdrücken lassen:

$$P_n(\cos\gamma) = P_n(\mu_1)\,P_n(\mu) + 2\sum_{s=1}^{s=n}\frac{(n-s)!}{(n+s)!}\,P_{ns}(\mu_1)\,P_{ns}(\mu)\cos s(\Phi-\Phi_1).$$

Für das einzige $P_n(\cos\gamma)$, das hier in Betracht kommt, in V_3, ist $\mu_1 = 0$ und $\Phi_1 = 0$.

Die Gleichung für die Oberfläche von Algol wird also:

$$\left\{\begin{aligned} &{}^4\!/_3\,\pi f \rho_1 R^2 \left\{1 - \Sigma_1^\infty\left[\alpha_n P_n(\mu) + \Sigma_1^n \alpha_{ns} P_{ns}(\mu)\cos s\Phi\right]\right\}\\ &+ 4\pi f\rho_2 R^2 \sum_1^\infty \left\{\frac{\alpha_n}{2n+1}P_n(\mu) + \sum_1^n \frac{\alpha_{ns}}{2n+1}P_{ns}(\mu)\cos s\Phi\right\}\\ &+ \frac{f m_2}{a}\sum_2^\infty\left\{\left(\frac{R}{a}\right)^n P_n(0)\,P_n(\mu) + 2\left(\frac{R}{a}\right)^n\sum_1^n\frac{(n-s)!}{(n+s)!}P_{ns}(0)\,P_{ns}(\mu)\cos s\Phi\right\}\\ &+ {}^1\!/_3\, f\,\frac{m_1+m_2}{a^3}\,R^2\,[1-P_2(\mu)] = \text{Constans.}\end{aligned}\right.$$

Da die verschiedenen Kugelfunctionen von einander unabhängige Functionen sind, spaltet sich diese Gleichung in eben so viele Gleichungen, als es zu bestimmende α giebt, da die Bedingung der Constanz nur dann erfüllt sein kann, wenn der Coefficient jeder Kugelfunction verschwindet. Dividiert man sie alle durch $f\,\frac{M_1}{a}$, so geben diese Coefficienten für die Kugelfunctionen niedrigster Ordnung folgende Gleichungen zur Bestimmung der α:

$$\alpha_2 \frac{5-3\sigma}{5} = \left(\frac{R}{a}\right)^3 [\lambda P_2(0) - {}^1/_3 (1+\lambda)] = -\left(\frac{R}{a}\right)^3 ({}^1/_3 + {}^5/_6 \lambda)$$

$$\alpha_{22} \frac{5-3\sigma}{5} = \left(\frac{R}{a}\right)^3 {}^1/_{12} \lambda P_{22}(0) \qquad = + \left(\frac{R}{a}\right)^3 {}^1/_4 \lambda$$

$$\alpha_{31} \frac{7-3\sigma}{7} = \left(\frac{R}{a}\right)^4 {}^1/_6 \lambda P_{31}(0) \qquad = - \left(\frac{R}{a}\right)^4 {}^1/_4 \lambda$$

$$\alpha_{33} \frac{7-3\sigma}{7} = \left(\frac{R}{a}\right)^4 {}^1/_{360} \lambda P_{33}(0) \qquad = + \left(\frac{R}{a}\right)^4 {}^1/_{24} \lambda.$$

Die Coefficienten α_{ns} wo $n-s$ eine ungerade Zahl ist, verschwinden alle, da diesenfalls $P_{ns}(0) = 0$ ist. Für die anderen ist die allgemeine Gleichung:

$$\alpha_{ns} \frac{(2n+1)-3\sigma}{2n+1} = \left(\frac{R}{a}\right)^{n+1} 2\lambda . \frac{(n-s)!}{(n+s)!} P_{ns}(0).$$

Der Produkt von:

$$P_{ns}(0) = (-1)^{\frac{n-s}{2}} \frac{1.3.5.7\ldots(n+s-1)}{2.4.6.8\ldots(n-s)} \text{ und}$$

$$\frac{(n-s)!}{(n+s)!} = \frac{1.2.3.4\ldots(n-s)}{1.2.3.4\ldots(n+s)}$$

wird:

$$\frac{(n-s)!}{(n+s)!} P_{ns}(0) = (-1)^{\frac{n-s}{2}} \frac{1.3.5.7\ldots(n-s-1)}{2.4.6\ldots(n+s)},$$

nimmt also für grosse n und s ab. Alle α haben λ, das Verhältnis der Massen, als Factor; sie stammen alle von der Anziehung des Begleiters her, ausgenommen α_2, von dem ein Teil

$$-{}^1/_3 (1+\lambda)\left(\frac{R}{a}\right)^3 = -\frac{w^2}{4\pi f \rho_1}$$

die Wirkung der Rotation ist, und durch die bekannte Formel für die Abplattung bestimmt wird.

Um den Betrag dieser verschiedenen Glieder übersehen zu können, haben wir die bedeutendsten mit $n = 2$ und 3 numerisch berechnet für $\sigma = 1$ und einige Annahmen über λ und R/a, wofür drei der Pickering'schen Hypothesen für $\varkappa$ und R/a genommen wurden, verbunden mit der Hypothese gleicher Dichtigkeit der beiden Körper, also $\lambda = \varkappa^3$:

I) $\frac{R}{a} = {}^1/_{4,5}$ $\lambda = 0,44$; II) $\frac{R}{a} = {}^1/_{4,9}$ $\lambda = 1$; III) $\frac{R}{a} = {}^1/_{6,4}$ $\lambda = 8$;

und daneben noch das von Vogel aus einer kürzeren Dauer der Verfinsterung gefundene Resultat:

$$\text{IV)}\ \frac{R}{a} = {}^1/_{6,1} \quad \lambda = 0,5.$$

Nach den bisherigen Betrachtungen wird man die Hypothese I als den thatsächlichen Verhältnissen am nächsten kommend betrachten müssen.

Für den Fall $\sigma = 1$, also Homogenität des ganzen Körpers, geben diese Zahlen sofort den Wert der α; sonst müssen sie noch mit ${}^2/_{5-3\sigma}$ oder ${}^4/_{7-3\sigma}$ multipliciert werden. Die Ergebnisse sind:

	I	II	III	IV
$\frac{5-3\sigma}{2}\alpha_2 =$	$-{}^1/_{52}$	$-{}^1/_{40}$	$-{}^1/_{15}$	$-{}^1/_{121}$
$\frac{5-3\sigma}{2}\alpha_{22} =$	$+{}^1/_{331}$	$+{}^1/_{189}$	$+{}^1/_{52}$	$+{}^1/_{696}$
$\frac{7-3\sigma}{4}\alpha_{31} =$	$-{}^1/_{2130}$	$-{}^1/_{1317}$	$-{}^1/_{479}$	$-{}^1/_{6330}$
$\frac{7-3\sigma}{4}\alpha_{33} =$	$+{}^1/_{12780}$	$+{}^1/_{7900}$	$+{}^1/_{2872}$	$+{}^1/_{37980}$

Um die Bedeutung dieser Glieder beurteilen zu können, ersetzen wir die P durch ihre goniometrischen Ausdrücke in Φ und ϑ. Dann wird die Gleichung der Oberfläche:

$$\begin{aligned} {}^r/_R - 1 &= {}^1/_2\,\alpha_2\,(3\cos^2\vartheta - 1) + 3\,\alpha_{22}\sin^2\vartheta\cos 2\Phi \\ &+ {}^3/_2\,\alpha_{31}\,(5\cos^2\vartheta - 1)\sin\vartheta\cos\Phi + 15\,\alpha_{33}\sin^3\vartheta\cos 3\Phi \end{aligned}$$

wo α_2 und α_{31} negative Zahlen sind.

Das erste Glied giebt die Abplattung; die Differenz zwischen Polar- und Äquatorialhalbmesser, die immer als Masz der Abplattung gegeben wird, ist $-{}^3/_2\,\alpha_2$.

Das zweite Glied giebt die symmetrische Verlängerung in der Richtung des Begleiters; für $\Phi = 0°$ und $180°$ erhebt sich der Äquator um $3\,\alpha_{22}$, senkrecht darauf sinkt er ebensoviel unter einen Kreis mit dem Halbmesser 1; die Differenz zwischen der grössten und kleinsten Halbaxe des Äquators, die man als Masz der Verlängerung betrachten kann, ist also $+ 6\,\alpha_{22}$. Durch diese beiden Glieder wird die Gestalt ein dreiaxiges Ellipsoid.

Die beiden anderen Glieder geben die Abweichung von der symmetrischen Gestalt. Dem dritten Gliede zufolge schneidet der Meridiandurchschnitt für $\Phi = 0°$ und $180°$ die elliptische symmetrische Figur in den Polen, und für $\cos^2 \vartheta = {}^1/_5$ oder $\vartheta = 63°26'$; sie erhebt sich darüber an der dem Begleiter zugewandten Seite im Äquator um $-{}^3/_2\,\alpha_{31}$, und an der Rückseite zwischen dem Pole und $\vartheta = 63°26'$; sie sinkt darunter an der Vorderseite zwischen dem Pol und $\vartheta = 63°26'$, und an der Rückseite am Äquator. Der Durchschnitt wird also eiförmig, mit der Spitze dem Begleiter zugewandt. Für die anderen Meridiandurchschnitte ist diese Deformation im Verhältnis $\cos\,\Phi$ kleiner. Durch das 4te Glied wird der Äquator eiförmig; für $\Phi = 30°$, $90°$ und $150°$ verschwindet es; für $\Phi = 0°$ und $120°$ erhebt sich der Äquator um $15\,\alpha_{33}$ über den symmetrischen Durchschnitt des Ellipsoides, für $\Phi = 60°$ und $180°$ sinkt er um eben soviel darunter. Diese Deformation nimmt für höhere Breiten im Verhältnis $\sin^3 \vartheta$ ab. Durch die Gesamtwirkung dieser beiden Glieder wird die ganze Figur eiförmig; nach der Seite des Begleiters erhebt sich eine Calotte über dem Ellipsoid, dahinter bis zum Meridian $\Phi = 90°$ liegt eine Zone, wo die Oberfläche unter dem Ellipsoid liegt; dahinter symmetrisch mit der vorigen, eine Zone, wo sie über, und an der Rückseite eine Calotte, wo sie unter der symmetrischen Figur liegt. Die Vorderseite is also spitzer, die Rückseite flacher. Als Masz dieser asymmetrischen Deformation kann man die Differenz der nach dem Begleiter zu- und von dem Begleiter abgewandten Radien betrachten; diese ist $-3\,\varkappa_{31} + 30\,\varkappa_{33}$.

Die grösste Halbaxe der symmetrischen Figur, in der Richtung des Begleiters, ist $1 - {}^1/_2\,\varkappa_2 + 3\,\varkappa_{22}$; die mittlere Halbaxe, senkrecht dazu im Äquator, ist $1 - {}^1/_2\,\varkappa_2 - 3\,\varkappa_{22}$; die kürzeste, die halbe Polaraxe, ist $1 + \varkappa_2$. Für die vier oben erwähnten Hypothesen sind die Coefficienten der Formel für $r/R - 1$, und die Masze der Deformation, für $\sigma = 1$:

	I	II	III	IV
$^1/_2\, \alpha_2$	$-\,^1/_{104}$	$-\,^1/_{80}$	$-\,^1/_{30}$	$-\,^1/_{242}$
$3\, \alpha_{22}$	$+\,^1/_{110}$	$+\,^1/_{63}$	$+\,^1/_{17}$	$+\,^1/_{232}$
$^3/_2\, \alpha_{31}$	$-\,^1/_{1420}$	$-\,^1/_{878}$	$-\,^1/_{319}$	$-\,^1/_{4220}$
$15\, \alpha_{33}$	$+\,^1/_{852}$	$+\,^1/_{527}$	$+\,^1/_{191}$	$+\,^1/_{2532}$
Abplattung	$^1/_{35}$	$^1/_{27}$	$^1/_{10}$	$^1/_{81}$
Verlängerung	$^1/_{55}$	$^1/_{31}$	$^1/_{9}$	$^1/_{116}$
Grösste Halbaxe	1,0187	1,0284	1,0921	1,0084
Mittlere „	1,0005	0,9966	0,9745	0,9998
Kleinste „	0,9808	0,9750	0,9333	0,9917
Asymmetrie	0,0038	0,0061	0,0167	0,0013

Die Werte, die hier gefunden wurden, sind für die Abplattung bedeutend grösser als Tisserand aus der Umdrehungszeit der Apsidenlinie ableitete. Doch zugleich zeigt sich, dass die Verlängerung in der Richtung des Begleiters von derselben Grössenordnung ist wie die Abplattung und daher nicht vernachlässigt werden darf. Die Deformation des Begleiters wird sich nach denselben Formeln berechnen lassen, wenn darin a durch $\varkappa a$ und λ durch $^1/\lambda$ ersetzt wird.

Die hier entwickelten Formeln können nur als erste rohe Annäherung betrachtet werden. Einerseits, weil keine Rücksicht genommen ist auf die Deformation der tieferen Schichten; andrerseits, weil die Entfernung des Begleiters constant und seine Bewegung gleichmässig angenommen wurde. Infolge der elliptischen Bewegung ist jedoch der Begleiter in Bezug auf ein mit dem Hauptstern fest verbundenes Coordinatensystem nicht in Ruhe, sondern er beschreibt eine kleine Ellipse mit den Axen $2\, a\, e$ in der Richtung der Verbindungslinie und $4\, a\, e$ senkrecht dazu. Um diese Bewegung in Rechnung zu ziehen, wird man auf die Viscosität des Hauptsterns Rücksicht nehmen müssen.

Infolge seiner Deformation wird Algol auch ausserhalb der Verfinsterung einen Lichtwechsel zeigen müssen, weil die Oberfläche der leuchtenden Scheibe jetzt durch die Rotation veränderlich ist. Diese Oberfläche ist der Meridiandurchschnitt für $\Phi = 90^\circ + n\, t$; wenn man von den kleinen asymmetrischen Gliedern absieht, ist seine Gleichung:

$$^r/_R = 1 - {}^1/_2\, \alpha_2 + {}^3/_2\, \alpha_2 \cos^2 \vartheta + 3\, \alpha_{22} \sin^2 \vartheta \cos 2\, \Phi.$$

Er ist also eine Ellipse mit den Halbaxen $1 + \alpha_2$ und $1 - {}^1/_2\, \alpha_2 + 3\, \alpha_{22} \cos 2\, \Phi$, und seine Oberfläche ist $\pi (1 + {}^1/_2\, \alpha_2 + 3\, \alpha_{22} \cos 2\, \Phi)$, wo:

$$\cos 2\, \Phi = - \cos 2\, n\, t = - \cos 4\, \pi\, \frac{t}{T}.$$

Die Lichtmenge, die der Stern uns zusendet, ist also, wenn sie der Oberfläche proportional gesetzt werden darf:

$$L = L_0 \left(1 - \frac{3\, \alpha_{22}}{1 + {}^1/_2\, \alpha_2} \cos 4\, \pi\, \frac{t}{T}\right).$$

Die Helligkeitsschwankung wird, in Grössenklassen ausgedrückt, für die vier Hypothesen:

0,020 0,034 0,124 und 0,010;

die Maxima finden statt ein Viertel der Periode vor und nach, die Minima während, und eine halbe Periode nach der Verfinsterung. Für die erste und vierte Hypothese wird der Betrag kaum merklich sein; für die zweite und besonders für die dritte werden sich diese Helligkeitsschwankungen im vollen Lichte genauen Beobachtungen nicht entziehen können.

Die Bewegung des Begleiters um den derart deformierten Hauptstern wird keine ungestörte elliptische sein; und die Störungen werden sich verraten als Unregelmässigkeiten in den Zeiten der Minima. Weil die Beobachtungen unmittelbar die Zeiten geben, wo der Begleiter dieselbe Länge in der Bahn erreicht, verdient es den Vorzug, die bestimmenden Elemente der Bahnbewegung und auch die Zeit als Functionen von der Länge v zu entwickeln. Dazu wurden die Gyldén'schen Formeln benutzt mit einigen dem vorliegenden Fall entsprechenden Vereinfachungen (η = Constans).

Wir bezeichnen die Störungsfunction mit Ω (Function von r, dem Radius Vector, und v, der Länge in der Bahn), setzen die radiale und die tangentiale Kraft:

$$\frac{d\,\Omega}{d\,r} = \mathrm{R} \qquad \frac{1}{r}\, \frac{d\,\Omega}{d\,v} = \mathrm{T}$$

und führen als veränderliche Hülfsgrössen S und ρ ein, bestimmt durch

$$r^2 \frac{d\,v}{d\,t} = \frac{k \sqrt{p}}{1 + \mathrm{S}} \quad \text{und} \quad r = \frac{p}{1 + \rho}.$$

Die Bewegungsgleichungen sind dann:

$$\frac{dS}{dv} = -\frac{r^3(1+S)^3\,T}{k^2 p}$$

$$\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = 2S + S^2 - \frac{r^2 R}{k^2}(1+S)^2 + \frac{1}{1+S}\frac{d\rho}{dv}\frac{dS}{dv}$$

$$w\frac{dt}{dv} = \frac{1+S}{(1+\rho)^2}(1-\eta^2)^{3/2}.$$

Die Integration dieser Gleichungen giebt t und r als Functionen von v. S enthält nur Glieder, die mit der störenden Kraft multipliciert sind; ρ enthält aber ein elementares Glied. Nennt man alle Glieder auf der rechten Seite der zweiten Gleichung, die die erste Potenz von ρ enthalten, zusammen $\beta\rho$, und die übrig bleibenden P, so ist die zweite Gleichung zu schreiben:

$$\frac{d^2\rho}{dv^2} + (1-\beta)\rho = P.$$

Das erste Glied in dem Ausdruck für ρ ist das allgemeine Integral, für $P = 0$, mit zwei arbiträren Constanten; es enthält die störenden Kräfte nicht als Factor, und hat die Form

$$\eta \cos((1-\varsigma)v - H),$$

wo $1-\varsigma = \sqrt{1-\beta}$, übereinstimmend mit dem Wert von ρ in der ungestörten elliptischen Bewegung $e\cos(v-\omega)$. Eben weil in der hier betrachteten Bewegung keine anderen elementaren Glieder vorkommen und auch charakteristische Glieder ausgeschlossen sind, darf man η constant nehmen. Wenn wir schreiben:

$$\rho = \eta\cos((1-\varsigma)v - H) + \rho'$$

so besteht ρ' aus Gliedern, die alle die störenden Kräfte als Factor enthalten. Diese störenden Kräfte sind, wie sich herausstellen wird, sehr klein, weniger als ein Hunderdstel oder gar ein Tausendstel; in den Bewegungsgleichungen darf man daher ihre Producte nnd höheren Potenzen weglassen; dagegen ist η mehr als ein Zehntel; von ρ dürfen daher die höheren Potenzen nicht weggelassen werden. Die Gleichungen werden dann:

$$\frac{dS}{dv} = -\frac{r^3 T}{k^2\rho} \qquad \frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = 2S - \frac{r^3 R}{k^2} + \frac{dS}{dv}\frac{d\rho}{dv}$$

$$w\frac{dt}{dv}=(1+S)\frac{(1-\eta^2)^{3/2}}{(1+\rho)^2}.$$

Die störenden Kräfte wurden bei der Annahme, der Begleiter sei als materieller Punkt zu betrachten, berechnet aus dem Potential des deformierten Algolkörpers, das in einem Punkte $(r\,\mu\,\Phi)$ gleich

$$\frac{f\,m_1}{r}+4\pi f\rho_2\frac{R^3}{r}\sum\left(\frac{R}{r}\right)^n\frac{\alpha_{ns}}{2n+1}P_{ns}(\mu)\cos s\,\Phi$$

ist. Das zweite Glied ist die Störungsfunction; da wir voraussetzen, dass der Begleiter sich in der Äquatorebene bewegt, ist $\mu=0$ und

$$\Omega=3\,f\,m_1\,\sigma\sum\frac{R^n}{r^{n+1}}\frac{\alpha_{ns}}{2n+1}P_{ns}(0)\cos s\,\Phi.$$

Von dieser Summe werden wir nur die vier ersten Glieder, deren α oben berechnet wurden, benutzen. Nach Division durch $k^2=f(m_1+m_2)=f\,m_1(1+\lambda)$ wird also:

$$\frac{\Omega}{k^2}=-{}^3/_{10}\frac{\sigma}{1+\lambda}\alpha_2\frac{R^2}{r^3}+{}^9/_5\frac{\sigma}{1+\lambda}\alpha_{22}\frac{R^2}{r^3}\cos 2\,\Phi$$
$$-{}^9/_{14}\frac{\sigma}{1+\lambda}\alpha_{31}\frac{R^3}{r^4}\cos\Phi+{}^{45}/_7\frac{\sigma}{1+\lambda}\alpha_{33}\frac{R^3}{r^4}\cos 3\,\Phi.$$

Setzt man, zur Abkürzung:

$$\Delta_1=-{}^3/_{10}\frac{\sigma\,\alpha_2}{1+\lambda}\frac{R^2}{p^2}\qquad\Delta_3=-{}^9/_{14}\frac{\sigma\,\alpha_{31}}{1+\lambda}\frac{R^3}{p^3}$$
$$\Delta_2=+{}^9/_5\frac{\sigma\,\alpha_{22}}{1+\lambda}\frac{R^2}{p^2}\qquad\Delta_4=+{}^{45}/_7\frac{\sigma\,\alpha_{33}}{1+\lambda}\frac{R^3}{p^3}$$

welche Grössen sämtlich positiv sind, so erhält man, durch Differentiation nach r und v,

$$\frac{d}{dr}\frac{\Omega}{k^2}=-3\frac{p^2}{r^4}\Delta_1-3\frac{p^2}{r^4}\Delta_2\cos 2\,\Phi-4\frac{p^3}{r^5}\Delta_3\cos\Phi-4\frac{p^3}{r^5}\Delta_4\cos 3\,\Phi$$
$$\frac{1}{r}\frac{d}{dv}\frac{\Omega}{k^2}=\frac{d\Phi}{dv}\left(-2\frac{p^2}{r^4}\Delta_2\sin 2\,\Phi-\frac{p^3}{r^5}\Delta_3\sin\Phi-3\frac{p^3}{r^5}\Delta_4\sin 3\,\Phi\right)$$

und die beiden, die störenden Kräfte enthaltenden Glieder in den Bewegungsgleichungen werden

$$-\frac{r^2\,\mathbf{R}}{k^2}=3(\Delta_1+\Delta_2\cos 2\,\Phi)(1+\rho)^2+4(\Delta_3\cos\Phi+\Delta_4\cos 3\,\Phi)(1+\rho)^3$$
$$-\frac{r^3\,\mathbf{T}}{k^2p}=2\,\Delta_2\sin 2\,\Phi\frac{d\Phi}{dv}(1+\rho)+(\Delta_3\sin\Phi+3\,\Delta_4\sin 3\,\Phi)\frac{d\Phi}{dv}(1+\rho)^2.$$

Der Winkel Φ wird gezählt von einer Axe in der Äquatorialebene, die mit dem Körper des Hauptsterns fest verbunden ist und sich also mit der constanten Winkelgeschwindigkeit w dreht; da ν von einer fest im Raume liegenden Axe ab gezählt wird, ist $\Phi = \nu - w\,t$ und $\frac{d\,\Phi}{d\,\nu} = 1 - w\frac{d\,t}{d\,\nu}$. Da die Functionen von Φ nur mit den Δ multipliciert erscheinen, kann man in Φ alle Glieder, die die störenden Kräfte enthalten, weglassen. In $w\frac{d\,t}{d\,\nu}$ wird also für ρ nur der elementare Teil genommen, $\eta\cos \mathrm{v}$, wo wir $\mathrm{v} = \nu - (\varsigma\,\nu + H)$ schreiben, und $\frac{d\,\mathrm{v}}{d\,\nu} = 1$ setzen, indem darin die Grösse ς, die auch die Δ als Factoren enthält, vernachlässigt wird;

$$\frac{d\,\Phi}{d\,\nu} = 1 - w\frac{d\,t}{d\,\nu} = 1 - \frac{(1-\eta^2)^{3/2}}{(1+\eta\cos \mathrm{v})^2} = -\Sigma\, n\, B_n \cos n\,\mathrm{v}$$

wo die B_n die bekannten Coefficienten sind:

$B_1 = -2\,\eta \qquad B_2 = {}^3/_4\,\eta^2 - {}^1/_8\,\eta^4 \qquad B_3 = -{}^1/_3\,\eta^3 - {}^1/_8\,\eta^5$ u. s. w.

Dann wird:

$$\Phi = -\Sigma\, B_n \sin n\,\mathrm{v}\,,$$

wo keine Constante hinzugefügt zu werden braucht, weil die Nullaxe der Φ die grösste Äquatorialaxe des Hauptsterns ist, Φ also im Mittel 0 ist. Aus diesen Reihen für Φ und $\frac{d\,\Phi}{d\,\nu}$ sind andere abzuleiten:

$$\cos i\,\Phi = 1 - \Sigma\, C_{ni} \sin n\,\mathrm{v} \quad \text{und} \quad i\frac{d\,\Phi}{d\,\nu}\sin i\,\Phi = \Sigma\, D_{ni} \sin n\,\mathrm{v}\,,$$

wo die Coefficienten C und D aus den B abzuleiten sind; sie sind mindestens von der zweiten Ordnung in η. Dadurch werden auch $\frac{d\,\mathrm{S}}{d\,\nu}$ und S die Grösse η nur in der zweiten und höheren Potenzen enthalten, und in der Differentialgleichung für ρ ist das Glied $-\frac{r^2\,\mathrm{R}}{k^2}$ das einzige, das ρ in der ersten Potenz enthält. Wir schreiben die verschiedenen Potenzen von ρ getrennt:

$$\frac{d^2\rho}{d\,\nu^2} + \rho = [3\,(\Delta_1 + \Delta_2) + 4\,(\Delta_3 + \Delta_4)] + [6\,\Delta_1 + 6\,\Delta_2 + 12\,\Delta_3 + 12\,\Delta_4]\,\rho$$
$$+ \text{Glieder mit } \rho^2 \text{ oder } \eta^2.$$

Das erste constante Glied giebt eine Constante in ρ, die auf eine kleine Änderung in p hinauskommt; das zweite Glied ist das früher schon erwähnte $\beta\rho$, das nach der linken Seite gebracht wird. Es ist also:

$$\beta = 6\,\Delta_1 + 6\,\Delta_2 + 12\,\Delta_3 + 12\,\Delta_4$$

und dieses β bestimmt die Umdrehungsgeschwindigkeit der Apsidenlinie. Die ersten Glieder in der Entwickelung der Zeit t sind:

$$w\,\frac{d\,t}{d\,\nu} = 1 - 2\,\eta\,\cos\left((1-\varsigma)\,\nu - H\right) + \ldots$$

$$2\,\pi\,\frac{t}{T} = w\,t = \nu - 2\,\eta\,\sin\left((1-\varsigma)\,\nu - H\right) + \ldots$$

Die Zeiten der Minima werden bestimmt durch $\nu = 2\,E\,\pi$, also

$$t_m = E\,T + \frac{T}{\pi}\,\eta\,\sin\left(2\,\pi\,\varsigma\,E + H\right) + \ldots$$

Dieser Ausdruck stimmt mit der Chandler'schen Formel ohne die beiden kleinen periodischen Glieder überein, wenn $\frac{T}{\pi}\,\eta = 173^m$ und $2\,\pi\,\varsigma = {}^1/_{50}{}^\circ$ oder $\varsigma = {}^1/_{18000}$ gesetzt wird. Es bedeutet also ${}^1/\varsigma$ die Anzahl der in der Umdrehungszeit der Apsidenlinie enthaltenen Perioden. Da $1 - \beta = (1-\varsigma)^2$ ist, wird β also ${}^1/_{9000}$.

Um dieses Resultat der Beobachtung mit der Theorie vergleichen zu können, wurden die Δ numerisch berechnet aus den gefundenen Werten der α, für $\sigma = 1$ für die erste und vierte der oben erwähnten Hypothesen, da bei den zwei anderen die Annahme, der Begleiter sei durch einen materiellen Punkt zu ersetzen, viel weniger zulässig ist.

Es sind dann:

	I	IV	
$6\,\Delta_1$	${}^1/_{840}$	${}^1/_{2430}$	
$6\,\Delta_2$	${}^1/_{890}$	${}^1/_{3550}$	
$12\,\Delta_3$	${}^1/_{36150}$	${}^1/_{279000}$	
$12\,\Delta_4$	${}^1/_{21730}$	${}^1/_{167500}$	
β	${}^1/_{420}$	${}^1/_{1440}$	ungefähr.

Hier wird also β viel grösser gefunden, als es nach der Beobachtung sein soll; aus der Theorie folgt eine viel schnellere Drehung, nämlich in 840 oder 2880 Perioden, d. h. in 7 oder 23 Jahren, als die

Chandler'sche Formel anzeigt. Diese Zahlen sind jedoch berechnet für $\sigma = 1$; es sollten für andere σ die Δ_1 und Δ_2 noch mit $\frac{2\sigma}{5 - 3\sigma}$, die unbedeutenderen Δ_3 und Δ_4 mit $\frac{4\sigma}{7 - 3\sigma}$ multipliciert werden. Für $\sigma = {}^1/_9$ und ${}^1/_3$ wird $\frac{2\sigma}{5 - 3\sigma}$ zu ${}^1/_{21}$ und ${}^1/_6$; durch diese Werte von σ wird also Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung hergestellt.

Dieses Resultat kann nur als rohe Schätzung gelten. Man wird für eine strengere Rechnung auch die Deformation des Begleiters in Rechnung ziehen müssen; gleichfalls die Deformation der inneren Schichten. Auch wird man gegen die Annahme $\lambda = x^3$ einwenden können, dass die Dichte des dunkeln, also weiter abgekühlten Begleiters vielleicht grösser sein wird als die des Hauptsterns, um so mehr als die mittlere Dichte des Systems sehr viel kleiner als die der Sonne sein muss. Alle diese Einflüsse wirken in dem Sinne, dass durch sie das berechnete β grösser wird; also gilt auch dann noch *a fortiori* der Schluss, dass Übereinstimmung zwischen der Theorie und der Auffassung, dass die Periode der grossen Chandler'schen Ungleichheit die Umdrehungszeit der Apsidenlinie ist, nur dann zu erzielen ist, wenn die Dichte der Oberflächenschicht viel geringer ist als die mittlere Dichte des Sternes.

Die Differentialgleichungen der Störungsgrössen werden jetzt, durch Substitution der Functionen von Φ, und durch Einführung von $\rho = \eta \cos \mathrm{v}$ und $\frac{d\rho}{d\nu} = -\eta \sin \mathrm{v}$, überall wo sie mit den Δ multipliciert erscheinen:

$$\frac{d\,\mathrm{S}}{d\,\nu} = \Delta_2\,(1 + \eta \cos \mathrm{v})\,\Sigma\,D_{n2} \sin n\,\mathrm{v} + (1 + \eta \cos \mathrm{v})^2 \Big\{ \Delta_3\,\Sigma\,D_{n1} \sin n\,\mathrm{v} + \Delta_4\,\Sigma\,D_{n3} \sin n\,\mathrm{v} \Big\}$$

$$\frac{d^2 \rho'}{d\,\nu^2} + (1 - \beta)\,\rho' = 2\,\mathrm{S} + \Big\{ 3\,(\Delta_1 + \Delta_2)\,\eta^2 \cos^2 \mathrm{v} + 4\,(\Delta_3 + \Delta_4)\,[3\,\eta^2 \cos^2 \mathrm{v} + \eta^3 \cos^3 \mathrm{v}]$$
$$+ 3\,\Delta_2\,(1 + \eta \cos \mathrm{v})^2\,\Sigma\,C_{n2} \sin n\,\mathrm{v} + 4\,\Delta_3\,(1 + \eta \cos \mathrm{v})^3\,\Sigma\,C_{n1} \sin n\,\mathrm{v}$$
$$+ 4\,\Delta_4\,(1 + \eta \cos \mathrm{v})^3\,\Sigma\,C_{n3} \sin n\,\mathrm{v} \Big\} - \eta \sin \mathrm{v}\,\frac{d\,\mathrm{S}}{d\,\nu}.$$

Hier zeigt sich, das in S und ρ' die Störungscoefficienten Δ mit wenigstens der zweiten Potenz von η multipliciert sind. In der Entwickelung der Zeit:

$$w \frac{d t}{d v} = \left(1 + S - \frac{2 \rho'}{1 + \eta \cos \mathrm{v}}\right) (1 + \Sigma\, n\, B_n \cos n\, \mathrm{v})$$

bewirkt der erste Factor also auch nur Glieder, welche die Δ mit wenigstens der zweiten Potenz von η multipliciert enthalten. Diese Glieder sind unbedeutend gegen die, welche in der Entwickelung $\Sigma\, n\, B_n \cos n\, \mathrm{v}$ auftreten. Die Glieder dieser Entwickelung

$$w\, t = v + \Sigma\, B_n \sin n\, \mathrm{v} = v - 2\, \eta \sin \mathrm{v} + ({}^3/_4\, \eta^2 - {}^1/_8\, \eta^4) \sin 2\, \mathrm{v}$$
$$- {}^1/_3\, \eta^3 \sin 3\, \mathrm{v} + {}^5/_{32}\, \eta^4 \sin 4\, \mathrm{v} \ldots$$

sind also die bedeutendsten, welche überhaupt auftreten.

Die Zeiten der Minima werden jetzt:

$$t_m = E\,T + \frac{T}{\pi} \eta \sin (2\, \pi\, \varsigma\, E + H) - \frac{T}{2\, \pi} ({}^3/_4\, \eta^2 - {}^1/_8\, \eta^4) \sin 2\, (2\, \pi\, \varsigma\, E + H)$$
$$+ \frac{T}{2\, \pi}\, {}^1/_3\, \eta^3 \sin 3\, (2\, \pi\, \varsigma\, E + H) - \frac{T}{2\, \pi}\, {}^5/_{32}\, \eta^4 \sin 4\, (2\, \pi\, \varsigma\, E + H).$$

Für $\frac{T}{\pi} \eta = 173^m$, $\eta = 0{,}132$ wird die Formel:

$$t_m = E\,T + 173^m \sin (\alpha\, E + H) - 9^m \sin 2\, (\alpha\, E + H)$$
$$+ 0^m{,}5 \sin 3\, (\alpha\, E + H) - 0^m{,}03 \sin 4\, (\alpha\, E + H)$$

wo $\alpha = {}^1/_{50}{}^\circ$. Es ist also unmöglich hier die Erklärung zu finden für die beiden kleineren periodischen Glieder der Chandler'schen Formel, wo 18^m als Coefficient von $4\, \alpha\, E$ auftritt. Aus den obigen Entwickelungen darf man schliessen, dass die noch viel kleineren Störungsglieder diese Erklärung ebensowenig geben können. Die hier niedergeschriebenen Glieder zeigen, dass bei einer elliptischen Bewegung, wo sich die Apsidenlinie regelmässig dreht, die Störung der Minimumzeiten nicht einer einfachen Sinus-Linie folgt.

Es muss daher als zweifelhaft bezeichnet werden, ob ein derartiger Zusammenhang zwischen den verschiedenen periodischen Ungleichheiten besteht, wie Charlier vermutete. Vielmehr wird man sie als unabhängig von einander und aus verschiedenen Ursachen stammend betrachten müssen. Man wird noch mehr dazu gedrängt durch eine spätere Untersuchung von Chandler über die Minimumzeiten, die veranlasst wurde durch die immer wachsende Abweichung der beobachteten Zeiten von den nach seiner Formel vorhergesagten. Aus einer neuen vorläufigen Discussion [1]), wo einige Beobachtungen des letzten Jahrzehnts den früheren hinzugefügt werden, leitet er ab:

$$1888 \text{ Jan. } 3.\ 8^h\,11^m{,}2 \text{ M. Z. Greenw.} + 2^d\,20^h\,48^m\,55^s{,}60\,E$$
$$+ 147^m \sin(0^\circ{,}024\,E + 226^\circ) + 22^m \sin(\tfrac{1}{13}{}^\circ\,E + 216^\circ).$$

Die Amplitude des Hauptgliedes ist bedeutend verringert und entspricht jetzt einer Excentricität von 0,112; die Periode ist gleichfalls erheblich kleiner geworden, und jetzt gleich 118 Jahren. Die Epochen, wo $\omega = 270^\circ$, 0°, 90°, 180° und wieder 270° war, sind 1784, 1814, 1843, 1873 und 1902. Dadurch müssen alle oben erhaltenen Rechnungsergebnisse entsprechend geändert werden.

Das zweite Glied ist nahe gleich dem früheren Werte gefunden; seine Periode ist 37 Jahre, also jetzt näher an einem Drittel als an einem Viertel der grossen Periode. Ein drittes Glied ist weggelassen; das Bestehen aber von Unregelmässigkeiten in kürzerer Periode wird sehr deutlich angezeigt durch die Müller'schen photometrischen Messungen, und auch durch die Beobachtungen von Argelander, Schönfeld und Schmidt [2]). Eine genauere Untersuchung der Minimumzeiten wird jedoch notwendig sein, um den Betrag und das Verhalten der periodischen Ungleichheiten oder nichtperiodischen Unregelmässigkeiten in der Periode Algols zu bestimmen.

Doch wird man schon aus den verhergehenden Untersuchungen schliessen dürfen, dass die Hypothese, Algol bestehe aus einem leuchtenden und einem dunklen Körper, die sich in Ellipsen um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt bewegen und in derselben Periode um senkrecht zu der Bahnebene stehende Axen drehen, ohne weiteres nicht im Stande ist, alle beobachteten Erscheinungen zu erklären. Man wird also zu weiteren Hypothesen greifen müssen.

Tisserand hat darauf hingewiesen, dass vielleicht in einer kleinen Neigung der Bahnebene zur Äquatorialebene die Ursache einiger Unregelmässigkeiten des Lichtwechsels zu finden ist. Die vornehmste

---

1) S. C. Chandler. On the period of Algol. Astron. Journal XXII, S. 39.

2) S. C. Chandler. The observations of Algol by Argelander, Schmidt and Schönfeld. Astron. Journal XXII, S. 60.

Störung wird dabei eine regelmässige Drehung der Knotenlinie sein. In den Zeiten der Minima wird daraus schwerlich eine merkbare Ungleichheit entstehen, denn, wenn i die Neigung ist, würde diese eine Amplitude von nur $\frac{T}{2\pi} tg^2 \, {}^1/_2 \, i$ haben; um die 37 jährige Ungleichheit mit einer Amplitude von 20^m dadurch zu erklären, wäre eine Neigung von 20° erforderlich, die mit den Beobachtungen nicht vereinbar ist. Die Unregelmässigkeiten des Lichtwechsels, die von einer kleinen Neigung der Bahn herrühren, werden besonders in der Helligkeit des Minimums zu finden sein.

Man hat keinen Grund, das Vorhandensein einer kleinen Neigung für unwahrscheinlich zu halten. Nach den Untersuchungen G. H. Darwins streben die Doppelsysteme nach einem stabilen Endzustande hin, wo die Energie ein Minimum ist, die Excentricität und die Neigung verschwinden, und die beiden Körper sich wie Teile eines einzigen festen Körpers um einander drehen. Dieser Endzustand ist von Algol noch nicht erreicht; da die Excentricität nicht 0 ist, findet noch Gezeitenreibung statt und vermindert sich also die Energie. Da die Neigung in früheren Entwickelungsstadien durch die Gezeitenreibung vergrössert wurde, wird sie jetzt noch nicht völlig wieder verschwunden sein. Durch diese Entwickelung wird auch die Periode noch ein wenig zunehmen müssen.

Es giebt aber noch einen anderen Umstand, durch den säculare Änderungen im System stattfinden werden, welcher von Darwin in seinen Untersuchungen vernachlässigt wurde, weil das System Erde-Mond immer der Hauptgegenstand seiner Arbeiten war, und ebensowenig von T. J. J. See in seinen Untersuchungen über die Entwickelung der Doppelsternsysteme erwähnt wurde. Von Stabilität und Endzustand wird im Allgemeinen keine Rede sein können, so lange durch Wärmestrahlung zwischen den Himmelskörpern ein Energie-Austausch stattfindet. Bei den Doppelsternen und bei Algol sind beide oder einer der Körper noch glühend und wärmestrahlend; und diese Wärmestrahlung, die der Hebel ist zu der fortschreitenden Entwickelung der Himmelskörper, beeinflusst auch die Bewegung in solchen engen Doppelsystemen. Nach den Untersuchungen von Lane, Ritter und See wird, solange für die Materie eines Himmelskörpers die

Gasgesetze Geltung haben, durch den Wärmeverlust die Temperatur steigen, der Durchmesser abnehmen, also, da das Bewegungsmoment constant bleibt, die Axendrehung schneller werden. So lange der eine Stern im Algolsystem leuchtend bleibt, Wärme verliert und sich zusammenzieht, wird, wenn auch vielleicht die Folgen andere sind als bei Einzelsternen, die mechanische Energie des Systems abnehmen, und kein bleibender Endzustand eintreten.

Die Folgen dieser Contraction werden sich berechnen lassen, wenn man in den Darwin'schen Formeln das Trägheitsmoment des einen Körpers veränderlich setzt; wir nehmen dabei an, dass die Winkelgeschwindigkeiten einander völlig gleich sind und die Bahn kreisförmig, also der Endzustand im Darwin'schen Sinne erreicht ist. Nennt man wieder die Massen m_1 und m_2, die Trägheitsmomente I_1 und I_2, a die Distanz der Körper, w die Winkelgeschwindigkeit, f die Constante der Attraction, so ist der Teil des Bewegungsmoments, der von der Bahnbewegung herrührt, gleich:

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} w a^2.$$

Eliminiert man a mit Hülfe des dritten Keppler'schen Gesetzes:

$$w^2 a^3 = f(m_1 + m_2),$$

so wird er:

$$f^{2/3} m_1 m_2 (m_1 + m_2)^{-1/3} w^{-1/3};$$

er nimmt also zu, wenn w ab- und a zunimmt. Setzt man:

$$w^{-1/3} = x \qquad \text{und} \qquad f^{2/3} m_1 m_2 (m_1 + m_2)^{-1/3} = K,$$

so wird das ganze Bewegungsmoment:

$$H = I_1 x^{-3} + I_2 x^{-3} + K x;$$

also:

$$I_1 = H x^3 - K x^4 - I_2.$$

Durch die Bedingung, dass H constant bleiben muss, während auch K eine Constante ist, lässt sich die Änderung von x berechnen aus der von I_1, von der wir wissen, dass sie negativ ist, weil durch die Contraction des Sterns das Trägheitsmoment abnimmt. Es wird:

$$\frac{d I_1}{dt} = (3 H - 4 K x) x^2 \frac{dx}{dt}.$$

Es stellt sich heraus, dass sich x in demselben oder in entgegengesetztem Sinne ändern wird als I_1, je nachdem $3\,H - 4\,K\,x$ positiv oder negativ ist. Da $H = (I_1 + I_2)\,w + K\,x$, die Summe von Rotationsmoment (der beiden Sterne zusammen) und Bahnbewegungsmoment ist, also $3\,H - 4\,K\,x = 3\,(I_1 + I_2)\,w - K\,x$, so wird x zu- oder abnehmen, je nachdem das gesammte Rotationsmoment kleiner oder grösser ist als ein Drittel des Bahnbewegungsmoments. Dies ist aber eben das Kriterium für die Stabilität; von den beiden Zuständen, wo Rotations- und Revolutionszeit einander gleich sind, ist bei dem labilen das Rotationsmoment grösser, bei dem stabilen kleiner als ein Drittel des Bahnbewegungsmoments. In der Annahme, dass das Algolsystem sich nahe bei dem stabilen Zustand des Energieminimums befindet, ist also schon enthalten, dass durch die Contraction des leuchtenden Sterns x zunimmt, das heisst, dass die Entfernung zunimmt und die Periode sich verlängert.

Dass das System sich in der Nähe dieses Zustandes befindet, wird schon wahrscheinlich gemacht durch die Dunkelheit des einen Sterns, die auf eine lange Entwickelungsgeschichte hinweist; es zeigt sich auch, wenn man aus den Elementen des Systems das Verhältnis der beiden Bewegungsmomente berechnet. Nimmt man für die Berechnung der I die Sterne homogen an, so wird der Ausdruck, den man findet:

$$\frac{3\,(I_1 + I_2)\,w}{K\,x} = {}^6/_5\,\frac{(m_1\,R_1^2 + m_2\,R_2^2)}{a^2\,m_1\,m_2 : (m_1 + m_2)} = {}^6/_5\,\frac{R_1^2}{a^2}\left(1 + \frac{m_1}{m_2} + \varkappa^2\left[1 + \frac{m_2}{m_1}\right]\right)$$

zu gross sein, da wahrscheinlich die Dichte von innen nach aussen abnimmt. Dieser Ausdruck ist für die wahrscheinlichsten Beträge von $\varkappa$, ${}^{m_1}/_{m_2}$, und ${}^{R_1}/_a$ bedeutend kleiner als 1; nur für grosse $\varkappa$ und die dazu aus der Lichtcurve berechneten ${}^{R_1}/_a$ nähert er sich 1 oder geht etwas darüber.

Chandler hat auf die Möglichkeit einer fortschreitenden Verlängerung der Periode bei der Ableitung seiner Formel keine Rücksicht genommen. Wahrscheinlich wird sie auch zu klein sein, um sich durch die Beobachtungen während einiger Jahrhunderte bemerkbar zu machen. Jedenfalls wird es schwer sein, ein quadratisches Glied in der Formel für die Minimumzeiten, falls es sonst bemerkbar wäre, jetzt schon von den periodischen Gliedern zu trennen, wo die ganze Beobachtungszeit sich kaum über die Periodenlänge der grössten Ungleichheit erstreckt.

Aus der hier gegebenen Übersicht hat sich herausgestellt, dass unsere Kenntnisse von der Beschaffenheit Algols eine einzige sicher begründete Thatsache enthalten: dass der Lichtwechsel verursacht wird durch partielle Verfinsterungen des Sterns durch einen, mit ihm zu einem Doppelsystem verbundenen dunklen Begleiter. Über alle Einzelheiten in der Structur des Systems herrscht grosse Unsicherheit. Weder sind durch theoretische Untersuchungen alle Schlüsse gezogen und alle Folgen berechnet für die verschiedenen möglichen Annahmen, damit diese durch Vergleichung mit den Beobachtungsergebnissen auf die Probe gestellt werden können; noch sind die vorhandenen Beobachtungsreihen so weit ausgenutzt, als zur Prüfung der Theorien notwendig wäre.

Wenn wir hier noch eine kurze Übersicht über verschiedene Untersuchungen geben, die notwendig sind, um unser Wissen über Algol zu erweitern, setzen wir die Richtigkeit der Tisserand'schen Theorie voraus. Wenn man von den besonderen Zahlengrössen absieht, ist darin keine besondere Hypothese enthalten. Wenn zwei Körper um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt kreisen, wird die Bahn im Allgemeinen elliptisch sein, und durch die gegenseitigen Deformationen wird sich die Apsidenlinie dieser Bahn herumdrehen. Soweit ist diese Theorie nur der allgemeine Ausdruck der Trabantentheorie. Das Besondere und Hypothetische der Tisserand'schen Theorie ist der numerische Wert der Excentricität (0,112 nach der neuesten Chandler'schen Formel) und die Annahme, dass das grösste der in der Formel für die Zeiten des Minimums auftretenden periodischen Glieder die Wirkung der Drehung der Apsidenlinie ist. Eine directe Bestätigung würde diese Annahme finden, wenn es gelänge, auf andere Weise den Wert der Excentricität und der Länge des Periastrons, oder eine Function dieser beiden zu bestimmen.

Vielleicht wird dies möglich sein durch das Auffinden eines secundären Minimums (Bedeckung des Begleiters durch Algol), wozu eine eingehende Untersuchung des vollen Lichtes notwendig wird. Oben wurde berechnet, dass das von dem Begleiter zurückgeworfene Licht in der Opposition die Gesammthelligkeit um 0,01 oder 0,02 Grössenklassen erhöhen kann; wird dies von Algol verdeckt, so findet ein secundäres Minimum von diesem Betrage statt. Für grössere x wurde die Vermehrung der Gesammthelligkeit wohl grösser gefunden, doch darum wird das secundäre Minimum noch nicht merklicher sein, da diesenfalls nur ein Teil des zurückgeworfenen Lichtes von Algol verdeckt wird. Der gefundene Betrag liegt an der Grenze von dem, was durch Combination vieler guten Beobachtungen zu erkennen wäre; doch ist die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass der Begleiter nicht ganz abgekühlt ist und noch ein wenig eigenes Licht hat, und dann würde das secundäre Minimum deutlicher sein. Jedenfalls, wenn es durch Beobachtungen gefunden wird, so giebt die Entfernung von dem Hauptminimum eine Controlle der Tisserand'schen Theorie, nach der seine Phase $^1/_2\, T - 2\, ^T/_\pi\, e \sin \omega = 34{,}4 - 4{,}9 \sin \omega$ Stunden sein soll.

Eine directe und entscheidende Prüfung liegt in der spectrographischen Bestimmung der Bahnelemente Algols. Die Messungen im 7ten Band der Potsd. Public. sind zu wenig zahlreich und zu wenig genau; doch wiesen Vogel und Scheiner schon damals darauf hin, dass mit einem grösseren Fernrohr statt der breiten schwierigen Wasserstofflinien die feinen Eisenlinien zur Messung benutzt werden könnten, wodurch die Genauigkeit bedeutend erhöht werde. Jetzt, wo das Observatorium zu Potsdam über ein grosses Fernrohr für spectrographische Aufnahmen verfügt, wird man also bald eine directe spectrographische Bestimmung von e und ω erwarten können.

Wenn auf diese Weise die Tisserand'sche Excentricität bestätigt wird, und damit auch die langsame Drehung der Apsidenlinie, so wird man aus den obigen Berechnungen schon ableiten dürfen, dass die Dichte des Algolkörpers von innen nach aussen stark abnimmt. Eine eingehendere theoretische Untersuchung über die Bewegungsverhältnisse in einem engen Doppelsystem wird jedoch erwünscht sein; und eine solche Untersuchung, die bisher wohl darum versäumt wurde, weil die erhaltenen Resultate doch keine praktische Anwendung fänden, wird jetzt um so dringender, da ausser Algol selbst die vielen engen Doppelsysteme, besonders die an Structur abweichenden *Z* Herculis und *Y* Cygni, vielleicht auch die kurzperiodischen Veränderlichen, in ihren Erscheinungen die Anwendungen liefern würden.

Nach der Tisserand'schen Theorie werden auch in den Einzelheiten des Lichtwechsels periodische Änderungen auftreten müssen, die durch ihr Auftreten in den Beobachtungen eine Bestätigung liefern können. Zwar wird die theoretische Vorhersagung auch durch andere Umstände beeinflusst, wie die Schwankung der Helligkeit im Minimum durch eine Neigung der Bahn; oder sie ist von besonderen Annahmen über die Dimensionen im System abhängig, wie die Zeitdauer der Verfinsterung von $\varkappa$. Daher können diese Beobachtungen allein keine entscheidende Probe der Theorie liefern; doch werden sie, wenn eine Entscheidung anderswo fällt, Material zur Beurteilung dieser anderen Umstände oder der besonderen Structurverhältnisse abgeben können.

Darum wird eine Untersuchung, erstens der Zeitdauer der Verfinsterung, durch eine Discussion der vorhandenen Helligkeitsbeobachtungen notwendig. Dabei wird weniger auf die absolute Zeitdauer als auf ihre zeitlichen Änderungen zu achten sein. Werden Schwankungen gefunden, die mit der 118 jährigen Periode zusammenhängen, so ist aus ihrem Betrage vielleicht ein Schluss auf den Wert von $\varkappa$ zu ziehen. Zweitens wird man die Helligkeit des Minimums untersuchen müssen. Nach der Theorie muss sie in der 118 jährigen Periode eine bedeutende Veränderlichkeit zeigen; zugleich liefert sie die besten Anzeichen, ob eine kleine Neigung der Bahn anzunehmen ist. Wird eine Schwankung in anderer Periode gefunden, so ist die Erklärung durch eine Bahnneigung die nächstliegende, und die Periode wird die Umdrehungszeit der Knotenlinie sein. Fände man in einer der beiden betrachteten Grössen eine Periodicität in 37 Jahren, so wäre damit wohl ein Schritt gemacht zu einer Erklärung der zweiten periodischen Ungleichheit in den Minimumzeiten, deren Ursache jetzt noch unbekannt ist.

Drittens wird man die Gestalt der Lichtcurve aus den verschiedenen Beobachtungsreihen genau bestimmen müssen. Dazu sind photometrische Messungen am meisten geeignet, da sie unmittelbar die Schwächung des Lichtes dem absoluten Betrage nach ergeben; doch werden auch Stufenschätzungen, wenn es gelingt, sie auf befriedigende Weise mit photometrischen Messungen der Vergleichsterne in Verbindung zu bringen, dazu Beiträge liefern können. Die Gestalt der Lichtcurve wird gestatten, $\varkappa$ zu bestimmen, und dadurch werden auch die anderen Bahnelemente unzweideutiger bekannt sein und es wird eine festere Grundlage geschaffen für die Berechnung der Deformationen und der Störungen. Die schon angestellten Rechnungen weisen jedoch darauf hin, dass, um dies zu erreichen, der Einfluss einer Atmosphäre des leuchtenden Sternes in Rechnung gezogen werden muss, und zwar in etwas eingehenderer Weise, als in der ersten rohen Annäherung von Wilsing.

Diese Untersuchungen würden die genannten entscheidenden Resultate nur dann geben, wenn das Beobachtungsmaterial während eines langen Zeitraumes den höchsten Anforderungen an Genauigkeit und Vollständigkeit genügte. Wir wissen, dass daran viel fehlt, und man wird eine genügende Beantwortung der jetzt hervortretenden Fragen wohl nur von zukünftigen Beobachtungen erwarten können, die mit mehr Sorgfalt und besseren Kenntnissen der zu vermeidenden Fehlerursachen angestellt werden. Doch wird darum eine Untersuchung der schon vorhandenen Reihen keineswegs zwecklos sein, nicht nur um jetzt schon, sei es auch nur genäherte, Aufschlüsse zu erhalten, sondern auch um die systematischen Fehlerursachen kennen zu lernen, in deren Vermeidung oder Bestimmung der Fortschritt der Beobachtungsmethode besteht, und um vielleicht auf neue Erscheinungen im Algolsystem aufmerksam zu werden, die man jetzt nicht ahnt, und deren genaue Erforschung der Zweck künftiger Beobachtungen sein muss.

Eine Eigentümlichkeit der Lichtcurve, die jetzt im Widerspruch mit der Theorie steht, ist ihre Asymmetrie. Pickering hat berechnet, dass sie aus einer grossen Excentricität von 0,5 entstehen kann; aber ein so grosser Wert wird durch die Beobachtungen der Minimumzeiten ausgeschlossen. Tisserand hat gezeigt, dass eine kleine Excentricität keine Asymmetrie bewirken kann, und dass die Ergebnisse von Harting und Wilsing daher verfehlt sind. Bis jetzt beruht sie nur auf den Schönfeld'schen Beobachtungen und den Messungen in Cambridge, die zusammen nur ein paar Jahrzehnte umfassen; ihre Bestimmung für andere Epochen, wobei sich herausstellen wird, ob sie veränderlich ist und vielleicht in Zusammenhang steht mit der 118 jährigen Periode, oder ob sie sich immer gleich bleibt, wird den Weg zu ihrer Erklärung vielleicht finden lassen.

Auch die Beobachtung des vollen Lichtes wird über die Structur des Algolsystems einige Aufschlüsse geben können, ausser der schon genannten Möglichkeit, ein secundäres Minimum aufzufinden. Aus den vorhergehenden Rechnungen hat sich herausgestellt, dass für besondere Dimensionsverhältnisse sich bemerkbare Schwankungen des vollen Lichtes zeigen müssen. Für grosses x wird durch das von dem Begleiter zurückgeworfene Algollicht die Helligkeit vom Ende der Verfinsterung bis zur Opposition, eine halbe Periode später, zunehmen und dann bis zum Anfang der folgenden Verfinsterung wieder abnehmen müssen. Bei grosser Masse des Begleiters wird daneben durch die Deformation des leuchtenden Sternes die Helligkeit im vollen Lichte veränderlich sein, mit Maximis 17 Stunden vor und nach der Verfinsterung. Der Betrag dieser Schwankungen wird neue Aufschlüsse über die Grösse x geben können, wofür man ausserdem schon aus den anderen Erscheinungen zahlreiche Daten ableiten kann, die einander also gegenseitig prüfen können. Zeigt sich keine Veränderlichkeit im vollen Lichte, so wird man schliessen dürfen, dass x nicht gross sein kann.

Als Grundlage aller dieser Untersuchungen muss eine genaue Formel für die Zeiten der Minima vorausgesetzt werden. Die grossen Fehler, welche die erste Chandler'sche Formel in dem letzten Jahrzehnt aufwies, sind durch seine neue Formel wohl aufgehoben; doch wenn diese auch für die Bedürfnisse der Vorausberechnung ausreichen mag, für die Kenntnisse der Verhältnisse im Algolsystem ist eine neue gründliche Discussion alles vorhandenen Beobachtungsmaterials notwendig. Diese wird aber erst dann gut ausgeführt werden können, wenn eine Untersuchung der Gestalt der Lichtcurve, besonders der Asymmetrie, vorhergegangen ist. Chandler hatte angenommen, dass die Lichtcurve immer die Asymmetrie habe, welche Schönfeld fand; zeigt sich, dass diese Annahme irrig war, so werden die Zeiten der Minima auf anderer Grundlage neu berechnet werden müssen, und dadurch werden die Glieder der Formel wesentlich geändert werden können.

Auf diese Weise wird man die Trabantentheorie, in der besonderen von Tisserand gegebenen Gestalt, durch theoretische und praktische Untersuchungen, in allen ihren Folgerungen auf die Probe stellen können. Nur wenn sie sich dann unzulänglich zeigt, wird man zu anderen Hypothesen greifen müssen.

Es versteht sich, dass solch ein Programm zu ausgedehnt ist, um in dieser Schrift zu Ende geführt werden zu können. Ich habe mich beschränken müssen auf eine Discussion des vorhandenen Materials an Helligkeitsbeobachtungen in Bezug auf die Gestalt der Lichtcurve und die sie bestimmenden Grössen. Ausführliche theoretische Untersuchungen sowie eine neue Ableitung einer Formel für die Minimumzeiten habe ich unterlassen müssen. Es sind in dieser Schrift die Beobachtungen von Plassmann, von mir selbst, von Argelander und von Heis bearbeitet, und daneben die Resultate der photometrischen Messungen auf der Harvard- und der Potsdamer Sternwarte untersucht. Um die Resultate mit einander vergleichen zu können, wurde viel Arbeit verwendet auf die Bildung einer allgemein gültigen Normalscale von Vergleichsternen, wozu eine gegenseitige Vergleichung der verschiedenen photometrischen Cataloge notwendig war. Dann sind die Ergebnisse dieser Untersuchungen mit einander verglichen worden in Bezug auf die Asymmetrie der Lichtcurve, die Helligkeit des Minimums, die Dauer der Verfinsterung und die Gestalt der Lichtcurve.

KAPITEL I.

Construction einiger Hülfstafeln.

Zur gemeinsamen Benutzung bei der Bearbeitung der verschiedenen Beobachtungsreihen mussten zuvor einige Hülfstafeln angefertigt und andere Grundlagen für die Reductionen berechnet werden. Da ein Teil dieser Tafeln auch anderen Rechnern von Nutzen sein kann, sind diese in Anhang I aufgenommen.

Da durch die atmosphärische Absorption die Helligkeit der Sterne in verschiedenem Masze geschwächt wird, müssen die Beobachtungen von Algol zuerst von diesem Einflusse befreit werden. Man wird dabei die Angaben über grössere oder geringere Durchsichtigkeit der Atmosphäre nicht in Rechnung ziehen können; und ebensowenig die Abhängigkeit der Extinction von der Farbe, die G. Müller aus seinen Messungen fand; man wird sich begnügen müssen mit einer Correction für mittlere Extinction. Dafür wurde die Tafel benutzt, die Müller aus den Messungen in Potsdam ableitete [1]), und die auch in seinem Werke „Die Photometrie der Gestirne", S. 515 abgedruckt ist. Die Extinction wird dort in Helligkeitslogarithmen ausgedrückt; in den folgenden Reductionen wird als Masz der Helligkeiten immer die theoretische Grössenklasse benutzt werden, wobei der Logarithmus des Helligkeitsverhältnisses 0,4 ist.

Zur Construction einer Correctionstafel wurden die Zenithdistanzen von Algol und seinen Vergleichsternen berechnet und durch Inter-

1) Publio. Potsdam, Bd. III, S. 285.

polation für jede 10^m Sternzeit zwischen $19^h\,0^m$ und $11^h\,0^m$ abgeleitet. (Die Polhöhe wurde zu 52°, die Örter der Sterne für 1893,0 angenommen). Mit diesen Zenithdistanzen wurde aus der Müller'schen Tafel die Extinction interpoliert, und dann von dem für Algol gefundenen Betrag der der anderen Sterne abgezogen. Man bekommt dann die Correctien, welche an die Grösse von Algol anzubringen ist, wie sie unmittelbar aus der Schätzung abgeleitet wurde. Dies gilt für die Scale der Grössenklassen, wo die kleinste Zahl die grösste Helligkeit angiebt; benutzt man eine Scale (wie die meisten Stufenscalen), wo zu der grössten Helligkeit auch die grösste Zahl gehört, so wird man das Zeichen der Correction umkehren müssen. In Tafel I ist die Extinction für jede 10^m Sternzeit in Tausendsteln einer Grössenklasse gegeben, auf der einen Seite für die am meisten benutzten Vergleichsterne γ Andromedae, β Arietis, ι Aurigae, γ, ε, δ, ρ, ν Persei, α und β Trianguli, auf der anderen Seite für die weniger benutzten α Cephei, β, γ, δ, ε Cassiopeiae, α, ζ, $\varkappa$ Persei und η Aurigae. In der letzten Spalte ist der ganze (negative) Extinctionsbetrag (Reduction auf das Zenith) für Algol selbst gegeben; für jeden anderen Stern wird man ihn finden können, wenn man von diesem negativen Betrage den unter diesen Stern gesetzten Tafelwert abzieht.

Diese Tafel wird ohne bedeutenden Fehler auch für andere Beobachtungsörter, deren Breite um mehrere Grade von 52° verschieden ist, benutzt werden können. Für ihre Benutzung ist die Kenntnis der Sternzeit notwendig; um das Aufschlagen der astronomischen Jahrbücher zu vermeiden, sind Tafel II und III beigegeben. Tafel II giebt die Sternzeit im mittleren Greenwicher Mittage von Tag zu Tag für ein fictives Jahr; in Tafel III ist die mit den Jahren veränderliche Correction gegeben, die an den Tafelwert aus II angebracht werden muss. Um einen Teil der Präcession zu berücksichtigen, wurde als Zeitraum, nach dem das Argument der Extinctionstafel bei gleicher mittlerer Zeit zu demselben Betrage zurückkehrt, nicht das tropische, sondern das siderische Jahr genommen. Da ein siderisches Jahr 365,2564 Tage ist, wird die Jahrescorrection in III jedes folgende Jahr um 1,0108 Minute kleiner; nach 4 Jahren ist die Summe der Sprünge $-4 \times 1{,}0108 + 3{,}9424 = -0{,}1008$; nach 100 Jahren ist sie $-25 \times 0{,}1008 - 3{,}9424 = -6{,}46$ Min. In den Schaltjahren hat man zwei Correctionen, die erste für Januar und Februar, die andere für die übrigen Monate geltend, die um $3^m,94$ verschieden sind.

Die 4te und 5te Tafel geben zusammen die Lichtgleichung, zur Reduction der Beobachtungszeit auf die Sonne. Tafel IV giebt diese Reduction, berechnet mit dem Wert 498,4 Sec. für die Aberrationszeit, für ein fictives Jahr; Tafel V ist die Correction, die für jedes Jahr an die auf Greenwich bezogene und in Decimalen eines Tages ausgedrückte Zeit des Minimums angebracht werden muss, um das Argument von Tafel IV zu erhalten. Diese Correction wird bestimmt durch die Differenz des siderischen und des bürgerlichen Jahres; jedes folgende Jahr fällt die Conjunction Algols um 0,2564 Tage später; jedesmal nach 4 Jahren um $0^d,0255$, nach 100 Jahren um $1^d,6374$ später. Für die Schaltjahre ist nur die Correction für Januar und Februar gegeben; für die übrigen Monate muss + 1 Tag hinzugefügt werden.

Bei allen Beobachtungen wurde, um die Phase abzuleiten, die Zeit des Minimums berechnet nach der ersten Chandler'schen Formel, die dabei, um die Rechnungen einfacher zu gestalten, in Decimalen eines Tages umgerechnet und auf die Julianische Ära bezogen wurde:

$$2410640{,}31308 + 2{,}8673082\, E + 0{,}1203\, \sin\left(\tfrac{1}{50}{}^\circ E + 202^\circ\, 30'\right)$$
$$+ 0{,}0125\, \sin\left(\tfrac{3}{40}{}^\circ E + 203^\circ\, 15'\right) + 0{,}0024\, \sin\left(\tfrac{1}{6}{}^\circ E + 90^\circ\, 20'\right).$$

Direct berechnet wurde dabei nur jedes 98ste Minimum, da 98 Perioden um nur $0^d,0037964$ kürzer sind als 281 Tage.

Da bei der Inangriffnahme dieser Arbeit die neue Chandler'sche Formel noch nicht bekannt war, mussten für das letzte Jahrzehnt Correctionen der Formel abgeleitet werden, um Beobachtungen, die um mehrere Jahre auseinanderliegen, vereinigen zu können. Dazu wurden aus verschiedenen Quellen Beobachtungen der Zeit des Minimums gesammelt; die hier folgende Liste macht keinen Anspruch auf Vollständigkeit, doch wird sie zu dem Zwecke der Ableitung von empirischen Correctionen für die letzten Jahre wohl ausreichen. Die Resultate von Yendell (Y) und von Dunér (D) sind verschiedenen Banden des Astronomical Journal entnommen; die von Hartwig (H) seinen Mitteilungen in der Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft, die von Bohoiawlenski (B) und von den andren Kasanschen Beobachtern (K) dessen Russischer Schrift „Nabludenia peremennych swjesd tipa Algola". Die Resultate von Plassmann und von mir selbst (Pl und P) sind durch Curvenzeichnung aus dem Beobachtungsmaterial abgeleitet, das in den folgenden Kapiteln ausführlich behandelt wird.

E.	B—R.	Beobachter.	E.	B—R.	Beobachter.	E.	B—R.	Beobachter.
89	$+14^m,9$	Pl	488	$+47^m,7$	P	633	$+41^m$	B
97	$+12,6$	Pl	489	$+46,9$	P	745	$+34,1$	Pl
118	$-8,8$	Y	„	$+23,2$	Pl	„	$+53,8$	P
120	$+13,1$	Pl	„	$+17$	B	856	$+21,9$	Y
238	$+13,8$	Y	„	$+17,0$	K	872	$+42,3$	Y
239	$+34,9$	Y	490	$+17,8$	D	879	$+22,3$	Y
„	$+4,3$	Pl	496	$+22$	B	881	$+56,7$	P
240	$+8,5$	Pl	„	$+21,8$	K	887	$+22,2$	Y
247	$+22,9$	Y	497	$+25$	B	985	$+51,1$	P
269	$+52,7$	Y	„	$+18,0$	K	986	$+56,6$	P
353	$+23,4$	Pl	„	$+35,4$	Pl	992	$+49,7$	P
367	$+28,5$	Y	505	$+8,5$	Y	1122	$+39$	H
376	$+8,3$	Pl	525	$+5,5$	D	1250	$+59,1$	P
„	$+3,4$	D	527	$+27$	B	„	$+53$	H
397	$-7,0$	Y	534	$+14$	B	1271	$+76,8$	P
466	$+7,2$	D	535	$+28$	B	1299	$+56$	H
474	$+29,1$	D	601	$+43$	B	1363	$+44$	H
482	$+11,4$	D	616	$+36,8$	P	1371	$+56$	P
488	$+23,1$	D	623	$+52,1$	Y	1498	$+67$	H

Diese Differenzen zwischen den beobachteten und den nach der Formel berechneten Minimumzeiten wurden zu Mitteln aus 5 oder 4 zusammengezogen. Sie sind am besten durch eine lineare Formel darzustellen; graphisch wurde abgeleitet:

$$\text{Corr. der Chandler'schen Formel} = +4^m,5 + 0^m,0408\,E,$$

für den Zeitraum von 1888 bis 1900. Die übrig bleibenden Abweichungen sind in der folgenden Tafel, wo die Mittelwerte zusammengestellt sind, in der letzten Spalte enthalten:

E.	B—R.	Formel	Abw.
132	+ 9^m,1	+ 9^m,9	— 0^m,8
247	+24, 7	+14 ,6	+10 ,1
374	+11 ,3	+19 ,8	— 8 ,5
480	+23 ,7	+24 ,1	— 0 ,4
489	+24 ,4	+24 ,4	0 ,0
497	+24 ,4	+24 ,8	— 0 ,4
525	+16 ,6	+25 ,9	— 9, 3
644	+41 ,4	+30 ,8	+10 ,6
847	+39 ,4	+39 ,1	+ 0 ,3
962	+44 ,9	+43 ,7	+ 1 ,2
1223	+57 ,0	+54 ,4	+ 2 ,6
1383	+55 ,8	+60 ,9	— 5 ,1

Eine bestimmte Abweichung von der regelmässigen Zunahme nach der einen oder der anderen Seite tritt nicht hervor; auf der dem Chandler'schen Aufsatze in Astron. Journal XXII, S. 39 beigegebenen Zeichnung ist auch zu sehen, dass in diesen Jahren zwischen der alten und der neuen Formel eine nahezu constante Differenz der Periodenlängen besteht.

Für die Berechnung der Minimumzeiten in den Jahren nach 1888 wurde die hier abgeleitete lineare Formel als Correction an der Chandler'schen Formel angebracht.

KAPITEL II.

Die Beobachtungen von J. Plassmann.

Die Beobachtungen von J. Plassmann, die bei dieser Discussion benutzt wurden, erstrecken sich von 1888 bis 1897; sie sind veröffentlicht in den Astron. Nachr. Bd. 124, und in dem 2ten, 3ten, 4ten und 5ten Teil von den „Beobachtungen veränderlicher Sterne, von J. Plassmann". Sie sind angestellt nach der Argelander'schen Methode durch Stufenschätzung der Helligkeitsdifferenzen von Algol und einigen benachbarten Vergleichsternen, für die, ausgenommen in den ersten Jahren, wo dann und wann auch andere mitgenommen wurden, ausschliesslich α, ε, δ und ν Persei, γ Andromedae (γ') und α Trianguli (α''), und bisweilen ρ Persei zu Verwendung gekommen sind. Die Zustand des Himmels wurde immer sorgfältig notiert und durch Zahlen ausgedrückt; auch wurden störende Umstände immer durch Zeichen angegeben.

Bei der ersten Inangriffnahme dieser Rechnungen zeigte sich sofort, dass die Schätzungen grossen systematischen Fehlern unterworfen sind. Dieser Umstand hat mir viel Mühe gemacht, und viele und ausführliche Berechnungen sind notwendig gewesen, um sie einigermaszen zuverlässig zu bestimmen. Doch schien mir diese Arbeit nicht fruchtlos, und ebensowenig erscheint mir eine ausführliche Darlegung dieser Rechnungen nutzlos, weil Plassmann auch an anderen veränderlichen Sternen eine grosse Menge Beobachtungen angestellt hat, für deren Verwertung die hier erhaltenen Resultate von Bedeutung sein können.

Diese Fehler, die seitdem auch von anderen Beobachtern aufgefunden wurden, wie z. B. von A. A. Nijland [1]) und von G. Müller [2]), und auch von früheren Beobachtern gelegentlich erwähnt oder nachgewiesen wurden und die wahrscheinlich bei allen Stufenschätzungen in grösserem oder geringerem Grade vorkommen, bestehen darin, dass bei grossen Helligkeitsdifferenzen die Stufen bedeutend grösser sind als bei kleinen. Dadurch wachsen die wirklichen Differenzen viel schneller als die sie angebenden Stufenzahlen; und letztere werden, um den wirklichen Differenzen proportional zu sein, einer Verbesserung bedürfen, die mit ihren höheren Potenzen wächst.

Dieser Fehler bewirkt, dass man das Helligkeitsintervall zwischen zwei Vergleichsternen, wenn man es nach der Argelander'schen Vorschrift aus den gleichzeitigen Anschlüssen des Algol an sie ableitet, verschieden findet je nach der Helligkeit von Algol. Ist Algol einem der beiden gleich, so wird man es kleiner, liegt Algol in der Mitte zwischen den beiden, so wird man es grösser finden, da der Fehler bei einem doppelten Intervall um mehr als das doppelte seines Betrages wächst. Benutzt man gar Beobachtungen, wo beide Sterne grösser oder kleiner als Algol sind, so wird sich das Intervall als Differenz zweier Schätzungen, einer kleinen und einer sehr grossen ergeben, und da wird es noch viel kleiner gefunden. Dieser Umstand musste sofort bei der Bildung der Vergleichsternscala auffallen; und die hier gewonnenen Ergebnisse liefern auch das Material zur Bestimmung des Betrages des Fehlers.

Ich habe bei diesen Rechnungen versucht, den Fehler durch eine exacte mathematische Formel auszudrücken, exact nur in dem Sinne, dass damit scharf zu rechnen ist, nicht in dem Sinne, als ob die gewählte Function die richtige Beziehung zwischen Helligkeitsintervall und geschätzter Stufenzahl gäbe. Die Natur der Function, der vielleicht eine viel umfassendere psycho-physiologische Bedeutung zukommt, wird aus dem zur Verfügung stehenden Material nicht zu bestimmen sein; für den praktisch zu erreichenden Ziel genügt es jedoch, eine Formel von einfacher Gestalt zu finden, die dem Beobach-

1) Astron. Nachr. Bd. 154, S. 413.
2) Astron. Nachr. Bd. 156, S. 194.

tungsmaterial innerhalb seiner Genauigkeitsgrenzen genügt, und gestattet, die Schätzungen innerhalb derselben Grenzen von dem Einfluss des Fehlers zu befreien. Es liegt nahe, eine mit einer höheren Potenz der Stufenzahl proportionale Verbesserung zu versuchen; nachdem die zweite Potenz sich nicht als genügend erwies, wurde zuerst die dritte gewählt, und nachher sind auch noch höhere in die Rechnungen aufgenommen. Das wirkliche Helligkeitsintervall wird also dem Ausdrucke $n + c\,n^3$, allgemein $n + c_p\,n^p$, wo n die Stufenzahl bedeutet, proportional gesetzt. Der Coefficient c wird sich dann aus den verschiedenen Ergebnissen für das Intervall zwischen den Vergleichsternen berechnen lassen.

Auf diese Weise wurde seiner Zeit $c_3 = 0{,}015$ gefunden, und hiernach wurden die Algolbeobachtungen reduciert und eine Lichtcurve abgeleitet. Da diese Discussion, deren Resultate meiner Mitteilung in der Görlitzer Versammlung der „Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik" [1]) zu Grunde liegen, sich später in mehreren Hinsichten als nicht ganz befriedigend herausstellte, obgleich die Resultate dadurch wohl nicht viel beeinträchtigt werden, ist sie aufs neue angegriffen worden. Die damals erhaltenen Ergebnisse bieten jedoch die Möglichkeit, die Stufenverbesserung auch nach einer anderen Methode abzuleiten. Ist die gefundene Lichtcurve richtig, so giebt sie sofort für jede Schätzung die wirkliche Helligkeitsdifferenz, in der dieser Lichtcurve zu Grunde liegenden Einheit ausgedrückt. Die Ergebnisse nach der letzten Methode folgen hier zuerst.

Ableitung der Stufenverbesserung aus der Lichtcurve. Die damals gefundene und für die jetzige Untersuchung benutzte Lichtcurve so wie die angenommenen Helligkeitszahlen für die Vergleichsterne sind die folgenden. (Die Einheit ist nahe 0,1 Grössenklasse.)

Phase.	Helligkeit.	Phase.	Helligkeit.	Phase.	Helligkeit.
$-5^h\,50^m$	20,13	$-1^h\,0^m$	8,24	$+3^h\,0^m$	16,29
5 0	19,84	0 4	6,12 Min.	4 0	18,88
4 0	18,67	0 0	6,14	5 0	20,00
3 0	16,40	+1 0	8,21	+5 40	20,13
2 0	12,75	2 0	12,16		

Vergleichsterne: $\alpha = 21{,}8$; $\gamma' = 17{,}5$; $\varepsilon = 12{,}9$; $\delta = 9{,}2$; $\alpha'' = 4{,}2$; $\nu = 0{,}0$.

1) Mitth. der V. A. P., Bd. VIII (1898), S. 98.

Man könnte gegen diese Methode das Bedenken haben, dass vielleicht die den früheren Rechnungen zu Grunde liegenden Voraussetzungen, da sie die Gestalt der benutzten Lichtcurve bestimmen, wieder in das zu erhaltende Resultat zurückkehren oder es wenigstens stark beeinflussen. Dass solche Bedenken keinen Grund haben, wird die folgende Betrachtung zeigen.

Ein Fehler in der angenommenen Beziehung zwischen der Stufenzahl n und der ihr entsprechenden wirklichen Helligkeitsdifferenz v bedeutet, dass unter den benutzten n einige durch ein zu grosses, andere durch ein zu kleines v ausgedrückt sind; denn im Mittel aus allen müssen die v ungefähr denselben Wert behalten, da ihre Einheit durch die die angenommene Lichtcurve bestimmenden Zahlen bestimmt ist. Ausser den Werten $n = 0$, $v = 0$, $v_1 = 0$ (mit v werden wir das wahre, mit v_1 das angenommene zu der Stufenzahl n gehörende Intervall bezeichnen) wird es dann wenigstens noch ein n $(= n')$ geben, für welches $v = v_1$; für grössere n weicht v_1 nach der einen, für kleinere nach der anderen Seite von v ab; vielleicht auch wechselt die Differenz zwischen v und v_1 für zwei verschiedene n ihr Zeichen, und weicht v_1 ausserhalb dieser Grenzen nach der einen, zwischen denselben nach der anderen Seite von v ab. In der ganzen Reihe von Vergleichungen Algols mit einem bestimmten Stern, während deren er erst viel grösser und zuletzt viel kleiner war, muss der dadurch entstandene Fehler in der Helligkeit Algols wenigstens dreimal das Zeichen wechseln, nämlich wenn Algol n' Stufen über und unter dem Stern stand, und wenn er ihm gleich war; vielleicht geschieht dies noch öfter. In dem Teil des Lichtwechsels, wo Algol schnell abnimmt oder zunimmt, werden solche mehrfach ihr Zeichen wechselnde Fehler ausgeglichen und aufgehoben, indem man als Lichtcurve eine regelmässige Curve von möglichst einfacher Gestalt zieht. Nur wo der Stern während langer Zeit dieselbe Helligkeit behält, im vollen Lichte und auch in der unmittelbaren Nähe des Minimums, wird man nicht darauf rechnen können, dass der Fehler ganz aufgehoben wird.

Durch eine fehlerhaft angenommene Beziehung zwischen v und n werden auch die Intervalle zwischen den Vergleichsternen und die für sie angenommenen Helligkeiten fehlerhaft, und diese Fehler beeinflussen wieder die Lichtcurve. Da die Vergleichungen mit den einzelnen

Sternen sehr weit über einander greifen, wird der Fehler eines bestimmten Sternes jedoch nur mit einem Bruchteil seines Betrages in die Helligkeit Algols eingehen, wenn dieser ihm gleich ist; für grössere und kleinere Helligkeit nimmt dieser Bruchteil allmählich ab und verschwindet erst, wenn Algol an Helligkeit sehr weit von ihm entfernt ist. Die Fehler in den angenommenen Helligkeiten der Vergleichsterne geben also zusammen einen sehr langsam und regelmässig auf- und niederschwankenden Fehler in der angenommenen Lichtcurve.

Benutzt man jetzt diese Curve zur Ableitung der Beziehung zwischen v und n, so gelten die nämlichen Betrachtungen. Den verschiedenen Formeln für diese Beziehung, unter den man zu wählen hat, entsprechen fur jedes n Helligkeiten von Algol, deren Differenzen während der Änderung Algols oft ihr Zeichen wechseln, und daher von den einzig möglichen Fehlern der Curve, den langsam und regelmässig verlaufenden, nicht beeinflusst werden. Ausserdem wirken für ein bestimmtes v und n eine grössere Anzahl Punkte der Lichtcurve zusammen, nämlich alle wo Algol um den Betrag v grösser, und wo er um v kleiner als jeder der Vergleichsterne ist. Für die Helligkeiten der Vergleichsterne aber, die man zugleich dabei als Unbekannte bestimmen und eliminieren muss, wird man Ergebnisse erhalten, die durch diese langsam verlaufenden Fehler nicht unbeeinflusst sind.

Die Furcht, dass die früher angenommene Beziehung zwischen v und n in merklichem Grade die zu erhaltenden Ergebnisse beeinflussen werde, erweist sich also als unbegründet. Doch wird noch viele Fürsorge nötig sein, um das gewünschte Resultat von systematischen Fehlern frei zu erhalten. Bei der Ausführung stehen zwei Wege offen: erstens sucht man bei allen Beobachtungen, wo die wirkliche Helligkeit m dieselbe war, die geschätzte Stufenzahl n für die Differenz mit einem der Vergleichsterne, und nimmt dann aus allen diesen n das Mittel; oder zweitens sucht man für alle Beobachtungen, wo die geschätzte Stufenzahl dieselbe war, z. B. Algol — $\varepsilon = n$, die wirkliche Helligkeit m, und nimmt von allen diesen m das Mittel.

Beide Methoden bieten Schwierigkeiten bei den äussersten Werten von n oder m. Die Stufenschätzung ist ein subjectiver psychologischer Prozess; ein Helligkeitsintervall zweier Sterne wird mit dem Auge aufgefasst, wobei es durch äussere (Dunst, ungleiche Durchsichtigkeit der Luft u. A.) und innere (örtliche und zeitliche Verschiedenheiten der Empfindlichkeit des Auges) Umstände mit Fehlern behaftet ist; dieses Intervall wird im Geiste mit einer gedachten Einheit verglichen und durch die Zahl n ausgedrückt; das Phänomen, das uns jetzt beschäftigt, zeigt schon, dass dieses n nicht einfach die Anzahl der in dem Intervall enthaltenen Einheiten ausdrückt. Änderungen in der vorgestellten Einheit bringen entgegengesetzte Änderungen in die Schätzung n; und wenn man auch nicht behaupten darf, dass letztere zu den ersteren genau im umgekehrten Verhältnis stehen, so ist es doch wohl wahrscheinlich, dass die positiven Abweichungen von dem richtigen n dem Betrage nach überwiegen werden, wodurch der Mittelwert zu gross gefunden wird. Dieser Einfluss wird aber für grosse n ganz aufgehoben und übertroffen durch einen in dem anderen Sinn wirkenden.

Bei den Stufenschätzungen wird von allen Beobachtern vermieden, allzu grosse Zahlen zu benutzen, wenn auch die innegehaltene Grenze weder für verschiedene Beobachter dieselbe noch auch für denselben Beobachter constant ist. Argelander, dessen Vorschriften jedem Beobachter als erster Leitfaden gedient haben, rät, nicht über 4 zu gehen; die meisten Beobachter benutzen 5 äusserst selten; Plassmann geht im Allgemeinen etwas höher als die meisten Anderen und benutzt 5 und 6 noch ziemlich oft, 7 sehr viel weniger, und 8 nur in seltenen Ausnahmefällen. Ein Beobachter, der z. B. die Helligkeit von Algol schätzen will, vergleicht ihn nach einander mit mehreren Sternen; hält er das Helligkeitsintervall für zu gross, so schreibt er es nicht nieder; nur die, welche unterhalb der Grenze liegen, wo gute Schätzungen möglich erscheinen, werden genauer angesehen und niedergeschrieben. Wenn ein Intervall, das ohne Fehler, in mittleren Verhältnissen, gleich 5 Stufen erscheinen würde, durch die verschiedenen Fehler zu gross gesehen wird, z. B. 7 oder 8, so wird es meistenfalls für eine zuverlässige Schätzung zu gross erachtet und nicht notiert werden: wird es ebensoviele Male um ebensoviel zu klein gesehen, also 3 oder 2, so wird es jedesmal sorgfältig geschätzt und niedergeschrieben werden. Dadurch wird bei grossen wirklichen Helligkeitsunterschieden das Mittel der n in desto stärkerem Masze zu klein gefunden werden, als der beobachtete Unterschied selbst grösser ist; auch bei den allergrössten wirklichen Unterschieden wird man als

Mittel der n nahe 5 oder 6 finden, da nur die Schätzungen notiert sind, die 5, 6 und vielleicht 7 waren, und alle grösseren fehlen.

Die Richtigkeit dieser Betrachtung zeigte sich bei einem Versuche, nach der ersten der genannten Methoden die Beziehung zwischen n und v abzuleiten. Dabei wurden jedesmal alle Beobachtungen zusammengenommen, wo die wirkliche Helligkeit Algols nach der Lichtcurve zwischen zwei ganzen Zahlen liegt, und für diese die Mittel der geschätzten Stufendifferenzen mit γ', ε, und δ berechnet. Die übrigen Vergleichsterne wurden weggelassen, weil dabei die v und n alle nur von einem Zeichen sind und innerhalb ziemlich enger Grenzen bleiben, so dass die Helligkeit dieser Sterne nicht gut zu eliminieren ist. Die Resultate finden sich in der folgenden Tafel, wo die Zahlen der ersten Spalte um den mittleren wirklichen Helligkeitsunterschied v von der Helligkeit der Vergleichsterne verschieden sind; s ist die Anzahl der in jedem Mittel enthaltenen Beobachtungen.

$\gamma' \pm v$	n	s	$\varepsilon \pm v$	n	s	$\delta \pm v$	n	s
20,40	$= \gamma' + 3,37$	6	20,62	$= \varepsilon + 5,46$	13	19,10	$= \delta + 6,50$	2
19,33	+ 3,42	19	19,41	+ 5,45	16	18,45	+ 5,82	14
18,47	+ 1,90	32	18,44	+ 5,21	19	17,43	+ 5,77	13
17,43	— 0,04	36	17,38	+ 4,95	22	16,44	+ 5,45	14
16,52	— 1,81	35	16,47	+ 4,77	21	15,46	+ 4,86	18
15,46	— 3,02	32	15,59	+ 3,64	14	14,31	+ 4,31	18
14,36	— 4,20	22	14,41	+ 2,71	14	13,43	+ 4,01	21
13,36	— 4,42	21	13,43	+ 1,28	16	12,49	+ 3,35	27
12,46	— 4,96	29	12,44	— 0,53	17	11,47	+ 2,67	33
11,41	— 5,56	17	11,38	— 2,10	25	10,50	+ 1,80	36
10,46	— 5,96	12	10,52	— 3,03	18	9,45	+ 0,87	48
9,60	— 6,09	8	9,48	— 3,95	32	8,45	— 1,09	51
8,50	— 6,33	3	8,45	— 4,47	23	7,43	— 2,56	58
			7,54	— 5,07	19	6,40	— 3,66	132
			6,53	— 5,39	21	5,66	— 4,00	8
			5,27	— 5,50	4	4,21	— 5,82	10

Man sieht hier deutlich, wie bei regelmässig wachsendem v die mittleren n sich in der Nähe von 5 und 6 zusammendrängen, wodurch sich der Einfluss des Fehlens der grossen Stufenzahlen verrät.

Diese äussersten Zahlen sind also unbrauchbar und sollen bei der Ableitung der Beziehung zwischen v und n ausgeschlossen werden, da diese n gewiss zu klein sind, aber kein Mittel besteht, den Fehler numerisch zu bestimmen. Man wird sich auf die kleineren n beschränken müssen; dabei wird man jedoch immer in Unsicherheit sein, wie weit man sie mitnehmen darf. Nimmt man zu grosse mit, so besteht die Gefahr, dass sie bereits durch diesen Fehler verfälscht sind; schliesst man zu viele aus, so ist das Material unzureichend zu einer Bestimmung der gesuchten Beziehung. Ich habe versucht, eine Formel aus den kleineren n zu berechnen, wobei alle durch horizontale Striche in der obigen Tafel von den anderen getrennten Zahlen ausgeschlossen wurden. Als Form der Function, die die Beziehung zwischen v und n ausdrücken soll, wurde in Zusammenhang mit den später zu behandelnden Ergebnissen:

$$v = a\,n + b\,n^4 = a\,(n + c_4\,n^4)$$

gewählt. Eine Rechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate ergab dabei:

$$\gamma' = 17{,}54 \qquad \varepsilon = 12{,}45 \qquad \delta = 9{,}50$$
$$a = 0{,}6326 \qquad b = 0{,}00355 \qquad b/a = c_4 = 0{,}00561 \pm 0{,}00159.$$

Doch ist diesem Resultat wenig Wert beizumessen. Hätte man grössere n mitgenommen, so wäre c_4 wohl grösser geworden; hätte man aber mehr ausgeschlossen, so würde die zufällige Unsicherheit viel grösser sein. Der Auswahl der mitzunehmenden Zahlen ist ganz eine Sache der Willkür. Man wird auch jetzt noch mit Recht fürchten können, dass das gefundene Resultat zu gross ist, nicht nur weil die grössten mitgenommenen n möglicherweise noch mit diesem Fehler behaftet und zu klein sind, sondern auch, weil die kleinen n durch den anderen oben erwähnten Umstand etwas zu gross sein können.

Da sich nach dieser Methode die Beziehung zwischen v und n voraussichtlich nicht von systematischen Fehlern frei bestimmen lässt, wurde die 2te Methode befolgt, bei jedem n ein mittleres v zu berechnen. Zwar hat man hier mit ähnlichen Fehlern zu thun, da hier die grössten v fehlen, weil Algol bei seinem Wechsel innerhalb bestimmter Grenzen bleibt; doch wie sich zeigen wird, sind die daraus entspringenden Fehler numerisch in Rechnung zu bringen, wenn man über die Natur und das Verhalten der Fehler scharfformulierte Voraussetzungen macht. Wir setzen voraus, dass die wirklichen zu einer bestimmten Schätzung n gehörenden Helligkeitsintervalle nach dem bekannten exponentiellen Fehlergesetze verteilt sind. Da aber die wirklichen Helligkeiten m, und ebenso ihre Differenzen mit der constanten Helligkeit eines Vergleichsterns $m - m_1 = v$, keine Beobachtungsgrössen sind, muss man es bestimmter ausdrücken, also: wenn alle wirklichen Helligkeiten zwischen $\pm\infty$ gleich zahlreich vorkommen, und man sucht darunter alle diejenigen auf, bei denen der Unterschied mit einem bestimmten Stern zu n Stufen geschätzt wurde, so werden diese nach dem Fehlergesetze verteilt sein. Es wird gleichsam vorausgesetzt, dass der ganze Fehler eine fehlerhafte Auffassung des wirklichen Helligkeitsintervalles ist und die Umsetzung dieses Intervalles in eine Stufenzahl fehlerlos geschieht. Dies wird nicht ganz richtig sein, und daher wird die Voraussetzung der Gültigkeit des exponentiellen Fehlergesetzes auch nicht völlig zutreffen; für die praktischen Rechnungen wird man sich dieser Voraussetzung jedoch mit Nutzen bedienen können.

Wird durch äussere Umstände verursacht, dass nicht alle wirklichen Helligkeiten zwischen $\pm\infty$ gleich zahlreich vorkommen, ist vielmehr ihre Anzahl $f(m)$, so wird die Anzahl Male, dass die Differenz $m - m_1 = v$ gleich n Stufen geschätzt wird, nicht

$$c\,e^{-h^2(v-v_0)^2} \quad \text{sein, sondern} \quad c\,f(m)\,e^{-h^2(v-v_0)^2},$$

und das Mittel aller v wird nicht gleich v_0 sein. Kennt man diese Function f, so ist der Unterschied der beiden zu berechnen. Bei den Algolbeobachtungen wird die Function, die hauptsächlich bestimmt wird durch die Zeit, während welcher Algol in jeder Helligkeit verweilt, und daneben durch die Häufigkeit der Beobachtungen, oberhalb der Maximum- und unterhalb der Minimumhelligkeit verschwinden, für diese Grenzen einen sehr grossen Wert haben, und für die dazwischenliegenden Helligkeiten bedeutend kleiner und ziemlich constant sein. Besonders der grosse Wert für die Grenzhelligkeiten ist sehr störend, da er eine grosse Abweichung zwischen v_0 und dem Mittel aller v verursacht und alle Mittelzahlen der v durch sein Ueberwicht nach den für diese Helligkeiten geltenden v hindrängt. Hätte man nur Beobachtungen im vollen Lichte, was auf das nämliche hinauskommt, wie der Fall eines unveränderlichen Sternes, so wird bei dieser Rechnungsweise bei jedem n nur ein einziger, für alle n gleicher Wert v erhalten, da für alle anderen m als diese $m_1 + v$ die $f(m)$ verschwindet. In diesem Falle hat die Methode also gar keinen Sinn, und wo er, wie bei Algol, mit anderen combiniert wird, kann er die Resultate nur verderben. Sogar die Beobachtungen der Grenzhelligkeiten mit kleinerem Gewichte mit den anderen zu vereinigen ist nicht erwünscht, weil diese ausserdem noch nach dem oben Gefundenen viel weniger frei sind von systematischen Einflüssen der vorher angenommenen Beziehung zwischen v und n.

Es sind darum die Beobachtungen im vollen Lichte und in der Nähe des Minimums ganz ausgeschlossen und allein die mitgenommen, wo m nach der Lichtcurve zwischen 18,7 und 8,2 liegt. Dazwischen ist die Dichtigkeit der Beobachtungen ziemlich constant, wie sich herausstellt aus den Anzahlen, die in jedem Intervall von 1,5 Stufe gezählt und zwischen:

	18,7	17,2	15,7	14,2	12,7	11,2	9,7	8,2
zu	55	50	39	47	44	58	78	

gefunden wurden. In den folgenden Rechnungen wurde die etwas grössere Dichtigkeit an den Grenzen des Gebietes doch noch berücksichtigt, indem $f(m)$ zu $1 + 0{,}02\,(m - 14)^2$ angenommen wurde.

Sucht man jetzt unter allen Beobachtungen, wo m zwischen 18,7 und 8,2 lag, diejenigen zusammen, wo die Differenz von Algol mit einem der drei Vergleichsterne γ', ε oder δ zu n Stufen geschätzt wurde, und nimmt man das Mittel m'_0 dieser m, so sieht man auch hier die Mittelwerte sich in der Nähe der Grenzen zusammendrängen (vergl. die m'_0 in der Tafel S. 76). Das ist durch den Ausschluss der ausserhalb des Gebietes liegenden m selbstverständlich; aber durch unsere Voraussetzungen sind wir im Stande, die Fehler zu berechnen und zu verbessern.

Ist die wirkliche Helligkeit, wenn sie ohne Fehler beobachtet war, $m_0 = m_1 + v_0$, so ist die Häufigkeit, womit m vorkommt, bestimmt durch $f(m)\, e^{-h^2(m - m_0)^2}$. Das Mittel aller m ist also:

$$m'_0 = \frac{\int_{8,2}^{18,7} f(m) \, . \, m \, . \, e^{-h^2 (m - m_0)^2} dm}{\int_{8,2}^{18,7} f(m) \, . \, e^{-h^2 (m - m_0)^2} dm}$$

wo für $f(m)$ die Function $1 + 0{,}02\,(m - 14)^2$ zu setzen ist. Nennt man:

$$18{,}7 - m_0 = a \qquad 8{,}2 - m_0 = b \qquad 14{,}0 - m_0 = c \qquad {}^1/_2\, h^2 = \mu^2$$

$$\int_0^x e^{-h^2 x^2} dx = \psi(x),$$

so werden Zähler und Nenner dieses Ausdrucks:

$$\text{Zähler} = \left\{ 1 + 0{,}02\,(2\,\mu^2 + (a - c)^2 \right\} \mu \;\; e^{-h^2 a^2}$$
$$- \left\{ 1 + 0{,}02\,(2\,\mu^2 + (b - c)^2 \right\} \mu^2\, e^{-h^2 b^2}$$
$$- \, 0{,}04\, c\, \mu^2\, \psi(a) + 0{,}04\, c\, \mu^2\, \psi(b).$$

$$\text{Nenner} = \left\{ 1 + 0{,}02\,(c^2 + \mu^2) \right\} \left\{ \psi(a) - \psi(b) \right\}$$
$$+ \, 0{,}02\, \mu^2\, (2\,c - a)\, e^{-h^2 a^2} - 0{,}02\, \mu^2\, (2c - b)\, e^{-h^2 b^2}.$$

Mit diesen Formeln wurden für Werte von m_0, die mit 1 wachsen und für $\mu = 1{,}5$, 2,0 und 2,5 die m'_0 berechnet und tabuliert. Wie vorauszusehen, weichen die m'_0 und m_0 in der Mitte des Gebietes nur wenig von einander ab; an den Grenzen drängen sich die m'_0 zusammen und nähern sich den Grenzen asymptotisch, während die m_0 regelmässig darüber hinausgehen. Diese Tafeln gestatten umgekehrt, wozu wir sie brauchen, aus den m'_0 die m_0 zu berechnen, wenn nur die μ, die mittleren Fehler einer Schätzung, bekannt sind. Diese μ wurden abgeleitet aus den Abweichungen der einzelnen m von ihren Mittelwerten m'_0, wozu selbstverständlich nur die Reihen benutzt werden konnten, wo m'_0 in der Mitte des Gebietes lag und, nach den äussersten Werten zu urteilen, wohl kein m durch die Grenzen abgeschnitten war. So fand sich:

für 0, 1 und 2 Stufen zusammen		$\mu = 1{,}39$
„ 3	Stufen	$\mu = 1{,}47$
„ 4	„	$\mu = 1{,}96$
„ 5	„	$\mu = 1{,}93.$

Für grössere Stufenzahlen wächst also der mittlere Fehler. Für die weiteren Rechnungen wurden nicht diese empirischen Werte benutzt, sondern ausgeglichene, die mit steigendem n regelmaässig zunehmen, und zwar: für 0 und 1 Stufe $\mu^2 = 2{,}3$; 2 St. 2,5; 3 St. 2,9; 4 St. 3,6; 5 St. 4,6; 6 St. 6,2.

Mit diesen μ^2 wurden, in Verbindung mit der Anzahl (s in der folgenden Tafel) auch die m. F. der m'_0 berechnet. Daraus finden sich die m. F. von m_0 durch Multiplication mit $^{d\,m_0}/_{d\,m'_0}$, aus den nämlichen Tafeln zu entnehmen, die m'_0 als Function von m_0 geben. Nahe an den Grenzen ist dieser Factor sehr gross, daher das Gewicht von m_0 sehr klein. Dieses Gewicht (g in der folgenden Tafel) ist $= s : [\mu^2\,(^{d\,m_0}/_{d\,m'_0})^2]$ angenommen, so dass der m. F. der Gewichtseinheit gleich 1 wird. Es ist dabei vernachlässigt, dass durch die Unsicherheit der μ auch den m_0, in deren Ableitung sie eingehen, eine entsprechende Unsicherheit anhaftet; da diese wieder an den Grenzen gross, in der Mitte des Gebietes klein ist, wird durch diesen Umstand das Verhältnis der g wenig beeinträchtigt und nur der m. F. der Gewichtseinheit etwas grösser als 1 werden. In der Tafel auf der folgenden Seite sind die Resultate dieser Rechnungen zusammengestellt.

Diese m_0 bilden das Material, aus dem die Beziehung zwischen den n und den wirklichen Differenzen $v = m_0 - \gamma'$, ε, oder δ abgeleitet werden muss, wobei die Helligkeiten der Sterne γ', ε und δ selbst als Unbekannte betrachtet werden müssen. Da sich bei graphischen Ableitungen und vorläufigen Näherungsrechnungen herausgestellt hatte, dass die v bedeutend schneller für grössere n zunehmen, als in den früheren Rechnungen angenommen war, und die Stufenverbesserung am besten durch eine 4te Potenz darzustellen war, wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate Formeln abgeleitet von der Gestalt $v = a\,n + b\,n^3$, $a\,n + b\,n^4$, und $a\,n + b\,n^5$. Die Fehlergleichungen sind dann z. B. bei der ersten:

$$\gamma'\ (\text{bez. } \varepsilon \text{ oder } \delta) + a\,n + b\,n^3 = m_0 + \varepsilon \qquad \Sigma\, g\,\varepsilon\,\varepsilon = \text{Min.}$$

wo γ', ε, δ, a, b die 5 Unbekannten sind. Daneben wurde auch eine Auflösung für $v = a\,n$ versucht; diese liess als Summe der Fehlerquadrate $[g\,\varepsilon\,\varepsilon] = 54{,}347$ übrig, also für die Gewichtseinheit $\mu_1{}^2 = 1{,}698$. Die Resultate der anderen Auflösungen sind:

n.	m'_0.	s.	m_0.	dm_0/dm'_0.	g.	Beob. — Rechn.		
δ + 0	9,45	24	8,58	2,8	1,3	— 1,17	— 1,18	— 1,17
» + 1	10,08	17	9,89	1,7	2,6	— 0,37	— 0,45	— 0,49
» + 2	10,55	21	10,51	1,3	5,0	— 0,37	— 0,45	— 0.52
» + 3	11,74	37	11,82	1,1	10,5	+ 0,11	+ 0,10	+ 0,06
» + 3,5	11,92	10	11,96	1,1	2,6	— 0,28	— 0,25	— 0,25
» + 4	12,99	29	13,05	1,0	8,0	+ 0,19	+ 0,25	+ 0,30
» + 4,5	12,89	14	12,95	1,0	3,5	— 0,63	— 0,57	— 0,51
» + 5	14,87	37	14,97	1,0	8,0	+ 0,54	+ 0,56	+ 0,60
» + 5,5	15,02	10	15,27	1,4	1,0	— 0,13	— 0,25	— 0,31
» + 6	16,77	9	18,45	2,9	0,2	+ 2,02	+ 1,66	+ 1,37
ε + 5,5	17,05	13	18,89	3,7	0,2	+ 0,79	+ 0,67	+ 0,61
» + 5	16,76	19	17,91	2,4	0,7	+ 0,79	+ 0,80	+ 0,84
» + 4,5	16,97	13	18,02	2,3	0,6	+ 1,74	+ 1,81	+ 1,86
» + 4	15,53	12	15,67	1,2	2,3	+ 0,12	+ 0,18	+ 0,21
» + 3	14,32	9	14,32	0,9	3,8	— 0,08	— 0,10	— 0,14
» + 2	12,68	6	12,73	0,9	2,9	— 0,85	— 0,92	— 1,00
» + 1	13,19	9	13,23	0,9	4,8	+ 0,27	+ 0,20	+ 0,14
» 0	12,60	16	12,68	0,9	8,6	+ 0,23	+ 0,23	+ 0,23
» — 1	11,01	10	11,11	1,0	4,3	— 0,83	— 0,76	— 0,71
» — 2	11,45	10	11,53	1,0	4,0	+ 0,21	+ 0,28	+ 0,35
» — 3	10,43	19	10,24	1,6	2,5	— 0,25	— 0,25	— 0,21
» — 4	10,38	14	9,96	1,8	1,2	+ 0,61	+ 0,55	+ 0,51
» — 4,5	9,91	9	8,93	2,5	0,4	+ 0,31	+ 0,24	+ 0,18
» — 5	9,66	10	7,56	4,5	0,1	— 0,22	— 0,23	— 0,28
γ + 3	17,39	13	18,33	2,5	0,7	— 1,33	— 1,35	— 1,41
» + 2	17,68	12	19,18	3,4	0,4	+ 0,35	+ 0,26	+ 0,17
» + 1	17,77	9	19,27	3,4	0,3	+ 1,06	+ 0,97	+ 0,90
» 0	17,22	12	17,81	2,0	1,3	+ 0,11	+ 0,09	+ 0,07
» — 1	16,56	8	16,71	1,2	2,4	— 0,48	— 0,43	— 0,40
» — 2	15,53	12	15,53	1,0	4,8	— 1,05	— 0,99	— 0,93
» — 3	15,67	28	15,71	1,1	8,0	— 0,04	— 0,04	— 0,02
» — 4	14,97	22	15,00	1,0	6,1	+ 0,40	+ 0,32	+ 0,27
» — 4,5	14,12	13	14,18	1,0	3,2	+ 0,30	+ 0,22	+ 0,15
» — 5	13,50	27	13,60	1,0	5,9	+ 0,57	+ 0,54	+ 0,48
» — 5,5	12,23	15	12,23	1,1	2,3	+ 0,18	+ 0,27	+ 0,32
» — 6	11,10	24	10,65	1,7	1,3	— 0,28	+ 0,06	+ 0,34

$$\text{I.}\quad v = 0{,}4927\,n + 0{,}01767\,n^3 = 0{,}4927\,(n + 0{,}0358\,n^3)$$
$$\pm 0{,}0850 \quad \pm 0{,}00410 \qquad\qquad \pm 0{,}0124$$
$$\delta = 9{,}755 \quad \varepsilon = 12{,}449 \quad \gamma' = 17{,}703 \quad [g\,\varepsilon\,\varepsilon] = 27{,}971 \quad \mu_1^2 = 0{,}9023.$$
$$\text{II.}\quad v = 0{,}5791\,n + 0{,}002819\,n^4 = 0{,}5791\,(n + 0{,}00487\,n^4)$$
$$\pm 0{,}0700 \quad \pm 0{,}000502 \qquad\qquad \pm 0{,}00136$$
$$\delta = 9{,}757 \quad \varepsilon = 12{,}452 \quad \gamma' = 17{,}719 \quad [g\,\varepsilon\,\varepsilon] = 26{,}777 \quad \mu_1^2 = 0{,}8635.$$
$$\text{III.}\quad v = 0{,}6313\,n + 0{,}0004683\,n^5 = 0{,}6313\,(n + 0{,}000742\,n^5)$$
$$\pm 0{,}0633 \quad \pm 0{,}0000828 \qquad\qquad \pm 0{,}000189$$
$$\delta = 9{,}751 \quad \varepsilon = 12{,}454 \quad \gamma' = 17{,}737 \quad [g\,\varepsilon\,\varepsilon] = 26{,}728 \quad \mu_1^2 = 0{,}8622.$$

Ein constanter Stufenwert ist nach diesen Ergebnissen mit den Beobachtugsresultaten nicht zu vereinigen; die drei anderen angenommenen Functionen genügen ihnen ungefähr gleich gut, und sogar besser als zu erwarten war, da die erhaltenen m. F. der Gewichtseinheit kleiner als 1 sind. In der vorigen Tafel sind in den drei letzten Spalten die Abweichungen zwischen die dort abgeleiteten m_0 und die berechneten gesetzt; es zeigt sich, dass sie bei den drei Formeln sehr wenig verschieden sind. Berechnet man, wie gross nach den drei Formeln die den Stufenzahlen 1 bis 7 entsprechenden Helligkeitsintervalle sind, so findet man für:

	1	2	3	4	5	6	7
I	0,51	1,13	1,96	3,10	4,67	6,77	9,51
II	0,58	1,20	1,97	3,04	4,66	7,12	10,83
III	0,63	1,28	2,01	3,00	4,62	7,43	12,29.

Ausgenommen für die selten benutzten grössten n sind sie so wenig von einander verschieden, dass praktisch alle drei Formeln auf dasselbe hinauskommen und eine Auswahl aus ihnen eine ganz gleichgültige Sache ist. Bei allen drei haben die Coefficienten der höheren Potenz mittlere Fehler, die in der Nähe von $^1/_3$ oder $^1/_4$ ihres Betrages liegen.

Ableitung der Stufenverbesserung aus den Intervallen der Vergleichsterne. Wie schon oben bemerkt wurde, wird das Helligkeitsintervall von zwei Vergleichsternen aus den gleichzeitigen Anschlüssen von Algol an sie um so kleiner gefunden, je mehr die Helligkeit Algols von dem Mittel zwischen ihnen abweicht; dies zeigt auch die Notwendigkeit einer Stufenverbesserung, und gestattet, ihren Betrag zu bestimmen. Werden die beiden Helligkeitsintervalle zwischen Algol und den zwei Sternen, v_1 und v_2, durch n_1 und n_2 Stufen ausgedrückt, so wird $n_1 + n_2$ umso kleiner sein, je grösser $v_1 - v_2$ oder $n_1 - n_2$ ist. Es sind aus der Beobachtungssammlung für jedes Vergleichsternpaar die zu einander gehörenden n_1 und n_2 aufgesucht, und diejenigen, wo $n_1 - n_2$ zwischen bestimmten Grenzen lag, zu Mitteln zusammengezogen.

Solche Mittelzahlen liefern nicht nur die Beobachtungen des eigentlichen Lichtwechsels, sondern auch für einige Paare die Beobachtungen des vollen Lichtes; ausserdem wurden noch von Herrn Plassmann 1895—96 auf meine Bitte directe Schätzungen der Intervalle $\varepsilon - \delta$, $\delta - \alpha''$ und $\delta - \nu$ ausgeführt, eben um zu dieser Untersuchung noch anderes Material zu haben. In der folgenden Tafel, wo die Mittelzahlen von n_1, n_2 und ihre Summen zusammengestellt sind (durch die vorgesetzten Buchstaben m, v. l., d, wird angedeutet, dass die Zahlen aus den Beobachtungen des Minimums oder des vollen Lichtes herrühren, oder directe Schätzungen sind) sieht man jedoch, dass die direkten Schätzungen mit den anderen nicht übereinstimmen und alle grösser sind, als man aus Interpolation der $n_1 + n_2$ für $n_2 = 0$ erhalten würde. Es liegt nahe, hier an eine Verringerung des Stufenwertes mit der Zeit zu denken, da die Beobachtungen des Lichtwechsels im Mittel viel früher, um 1891, fallen.

Um diese Vermutung zu prüfen, wurden dieselben Zahlen benutzt, die auch zu der vorigen Untersuchung benutzt waren; da die grössten Helligkeitsunterschiede am besten gestatten, zeitliche Änderungen abzuleiten, wurden die Vergleichungen von Algol mit γ' und mit δ in 5 Perioden geteilt; für jedes n wurden die wirklichen Differenzen für jede Periode gesondert zusammengezogen und mit dem Mittel aus allen Perioden zusammen verglichen. Das Verhältnis dieser Mittel wurde gefunden:

Periode.	Für δ.	Für γ'.	Zusammen.	Gewicht.
1888—89—90	1,20	1,00	1,10	47
1890—91	1,10	1,02	1,07	22
1891—92—93	0,85	0,96	0,90	12
1893—94—95			1,14	3.
1895—96—97	0,49	0,98	0,75	20

	n_1 n_2	$n_1 + n_2$	s	Reducierte Intervalle		
	$\alpha - \gamma$					
m	3,43 + 2,80 =	6,23	22	4,52	4,72	4,85
m	4,45 + 1,61	6,06	23	5,32	5,40	5,43
m	4,80 — 1,25	3,55	20	4,22	4,05	3,87
m	5,28 — 4,11	1,17	23	2,29	2,25	2,03
v l	3,61 + 2,86	6,47	93	4,49	4,64	4,83
v l	3,85 + 1,17	5,02	74	3,58	3,73	3,84
v l	4,58 — 1,27	3,31	17	3,66	3,36	3,15
	$\gamma' - \varepsilon$					
m	4,27 + 3,52 =	7,79	32	6,74	6,70	6,65
m	4,63 + 1,69	6,32	21	5,59	5,66	5,68
m	5,53 + 0,09	5,62	29	6,55	6,15	6,30
m	6,24 — 2,89	3,35	20	6,58	6,80	6,82
v l	5,63 — 3,50	2,13	119	4,12	4,01	3,64
	$\gamma' - \vartheta$					
m	4,85 + 4,09 =	8,94	40	9,21	8,48	8,30
m	5,68 + 2,92	8,60	37	9,10	9,23	9,23
m	6,05 + 0,22	6,27	18	8,44	8,75	8,89
m	6,45 — 2,89	3,56	19	7,54	7,89	8,07
	$\varepsilon - \vartheta$					
m	2,92 + 2,27 =	5,19	24	3,41	3,66	3,85
m	3,49 + 0,23	3,72	28	2,80	2,84	2,90
m	4,46 — 0,38	4,08	21	3,94	3,80	3,67
m	5,30 — 2,57	2,73	37	4,23	4,10	3,93
d	5,44	5,44	23	6,17	6,02	5,78
	$\vartheta - \alpha''$					
m	3,51 + 3,32 =	6,83	34	5,08	5,18	5,30
m	4,07 + 2,47	6,54	42	5,06	5,17	5,26
m	4,77 + 0,75	5,52	33	5,23	5,22	5,15
m	5,58 — 1,58	4,00	19	5,72	5,47	5,16
d	5,77	5,77	15	7,05	6,94	6,71
	$\vartheta - \nu$					
m	5,67 + 4,83 =	10,50	15	11,92	11,79	11,54
m	5,73 + 3,50	9,23	12	9,31	9,71	9,60
m	6,16 + 2,53	8,69	16	10,27	10,50	10,57
m	6,87 + 0,13	7,00	15	10,96	11,68	12,12
d	7,08	7,08	19	11,44	12,09	12,44

Eine zeitliche Abnahme ist bei den Resultaten für δ sehr gross, für γ' unmerklich; eine Ursache für dieses verschiedene Verhalten konnte jedoch nicht gefunden werden; nach der Mitteilung des Beobachters sind ihm die Vergleichungen mit γ', wegen der Röte dieses Sternes, immer schwieriger erschienen. Wenn also auch die Abnahme des Stufenwertes mit der Zeit sehr wahrscheinlich ist, ist diese Thatsache nicht so fest begründet und numerisch so sicher bestimmt, dass man dafür Correctionen anbringen könnte. Die oben erhaltenen Resultate für die Beziehung zwischen n und v werden durch diese Veränderlichkeit nicht beeinträchtigt, da die m in jeder Gruppe nahe gleichmässig über die ganze Beobachtungsperiode verteilt sind.

Der Verdacht der zeitlichen Veränderlichkeit des Stufenwertes ist aber stark genug, um den Ausschluss der directen Schätzungsresultate zu rechtfertigen. Dasselbe gilt auch einigermaszen für die Resultate aus den Beobachtungen des vollen Lichtes, die im Mittel auch ein paar Jahre später fallen, als die Beobachtungen der Minima. Es sind also zu der Ableitung der Beziehung zwischen v und n nur die mit m bezeichneten Mittelwerte benutzt.

Nennt man die wirklichen Helligkeitsintervalle zwischen Algol und den beiden Vergleichsternen v_1 und v_2, so ist $v_1 + v_2 + \varepsilon = x$, wo x das Intervall zwischen den beiden Vergleichsternen ist, ε der gesamte Beobachtungsfehler, und für v_1 und v_2, da wir hier dieselben oben benutzten Functionen einführen wollen, $a\,n_1 + b\,n_1^3$ und $a\,n_2 + b\,n_2^3$, bez. Ausdrücke mit der 4ten oder 5ten Potenz, gesetzt werden. Der Beobachtungsfehler wird hier also, wie auch oben S. 72, als ein Fehler in der Auffassung der wirklichen Helligkeiten betrachtet, so dass die n gleichsam die Rolle von Parametern spielen. Jede Beobachtung liefert also eine Gleichung von der Gestalt:

$$a\,(n_1 + n_2) + b\,(n_1^3 + n_2^3) + \varepsilon = x,$$

und eine Mittelzahl der vorhergehenden Tafel eine Gleichung:

$$a\,{}^1/_s\,\Sigma\,(n_1 + n_2) + b\,{}^1/_s\,\Sigma\,(n_1^3 + n_2^3) + \varepsilon = x.$$

Diese in der vorigen Tafel unter $n_1 + n_2$ stehenden ${}^1/_s\,\Sigma\,(n_1 + n_2)$ werden wir mit n bezeichnen und ${}^1/_s\,\Sigma\,(n_1^3 + n_2^3)$ mit p. Wir schreiben die Gleichung also, wenn wir noch ${}^b/_a = c$ setzen:

$$a\,(n + p\,c) = x - \varepsilon.$$

Diese Gleichungen gestatten nicht, wie die in der vorigen Untersuchung behandelten, die x in absolutem Masze abzuleiten; die hier benutzten Zahlen erlauben nur das Verhältnis der zu verschiedenen n gehörenden v zu einander zu bestimmen. Damit $\Sigma\, g\, \varepsilon\, \varepsilon =$ Minimum den wahrscheinlichsten Wert von c bestimme, muss die Einheit, in der die Zahlen der Gleichungen ausgedrückt sind, für jedes c dieselbe bleiben; da die x, die Differenzen der Vergleichsterne, bestimmte Helligkeitsintervalle sind, wird dieser Bedingung genügt, wenn im Mittel die x für jedes c durch dieselben Zahlen ausgedrückt werden. Darum wurde eben das a in den Gleichungen beibehalten, damit es durch seine entgegengesetzte Änderung die Zunahme von $n + p\,c$ für wachsendes c aufheben könne. Die Gleichung für jedes der x hat die Gestalt:

$$a \left\{ [n\,g] + c\,[p\,g] \right\} = [g]\,x.$$

Nimmt man das Mittel dieser x, jedem das Gewicht $[g]$ gebend, so wird $\Sigma\,[g]\,x$, wo $\Sigma\,[g]$ die über alle Vergleichsternpaare oder Gruppen von Gleichungen erstreckte Summe bedeutet, eine Constante sein müssen, also, wenn $\Sigma\,[n\,g] = N$, $\Sigma\,[p\,g] = P$ gesetzt wird:

$$a\,(N + c\,P) = C \quad \text{oder} \quad a = C : (N + c\,P).$$

Führt man diesen Wert von a in die Fehlergleichungen ein, so werden sie:

$$n\,\frac{C}{N} + \left(p - \frac{P}{N}\,n\right) \frac{C\,c}{N + c\,P} = x - \varepsilon.$$

Oder, wenn man setzt:

$$c\,\frac{N}{N + c\,P} = c'; \quad x\,\frac{N}{C} = x'; \quad \varepsilon\,\frac{N}{C} = \varepsilon',$$

$$x' - \left(p - \frac{P}{N}\,n\right) c' = n + \varepsilon' \qquad \Sigma\,(g\,\varepsilon'\,\varepsilon') = \text{Min.}$$

Aus diesen Gleichungen sind c' und die x', und dadurch c zu finden. In der folgenden Tafel sind die n, p und g für die 3te, 4te und 5te Potenz gegeben für die mit m bezeichneten Mittelzahlen der vorigen Tafel. Als Gewicht wurde $g = {}^1/_4\, s : (\mu_1{}^2 + \mu_2{}^2)$ genommen, wo μ_1 und μ_2 die zu den n_1 und n_2 gehörenden μ nach der Angabe auf S. 75 sind. Der m. F. der Gewichtseinheit ist also zu 0,5 angenommen.

n	p_3	p_4	${}^1/_{10}\, p_5$	g	Beob.—Rechn.		
$\alpha - \gamma'$							
6,23	76,1	306	125	0,9	+ 0,27	+ 0,44	+ 0,60
6,06	113,2	557	289	0,9	+ 1,07	+ 1,11	+ 1,17
3,55	113,2	612	334	0,7	— 0,03	— 0,23	— 0,38
1,17	75,8	494	290	0,6	— 1,96	— 2,04	— 2,22
$\gamma' - \iota$							
7,79	141,1	637	297	1,2	+ 0,34	+ 0,38	+ 0,29
6,32	119,8	590	307	0,8	— 0,81	— 0,66	— 0,67
5,62	173,7	884	568	1,0	+ 0,15	— 0,17	— 0,06
3,35	217,6	1533	1067	0,5	+ 0,18	+ 0,48	+ 0,46
$\gamma' - \delta$							
8,94	225,0	986	497	1,2	+ 0,37	— 0,22	— 0,38
8,60	226,5	1293	772	1,1	+ 0,26	+ 0,53	+ 0,54
6,27	242,1	1592	1074	0,5	— 0,39	+ 0,05	+ 0,21
3,56	254,5	1841	1326	0,4	— 1,30	— 0,82	— 0,61
$\varepsilon - \delta$							
5,19	48,5	166	59	1,1	— 0,13	+ 0,09	+ 0,29
3,72	48,8	190	76	1,3	— 0,75	— 0,72	— 0,66
4,08	91,6	426	199	0,8	+ 0,40	+ 0,23	+ 0,11
2,73	128,9	786	482	1,2	+ 0,68	+ 0,54	+ 0,37
$\delta - \alpha''$							
6,83	88,6	336	131	1,3	— 0,11	- 0,04	+ 0,07
6,54	93,1	389	170	1,7	— 0,13	— 0,05	+ 0,03
5,52	119,6	· 604	312	1,2	+ 0,04	0,00	— 0,08
4,00	168,9	981	565	0,6	+ 0,53	+ 0,25	— 0,06
$\delta - \nu$							
10,50	311,2	1745	1007	0,4	+ 1,23	+ 0,83	+ 0,57
9,23	223,9	1324	755	0,3	— 1,37	— 1,25	— 1,37
8,69	274,6	1685	1074	0,4	— 0,41	— 0,45	— 0,40
7,00	335,9	2391	1719	0,3	+ 0,32	+ 0,73	+ 1,15

$N = 119{,}34$; $P_3 = 2849{,}9$; $P_4 = 15135$; ${}^1/_{10}\, P_5 = 8644$.

Die Ergebnisse der drei Auflösungen sind:

	I.		II.		III.		für $c = 0$.
x' für $\alpha - \gamma'$	4,25	± 0,57	4,29	± 0,52	4,25	± 0,57	4,59
„ „ $\gamma' - \varepsilon$	6,40	0,44	6,32	0,38	6,36	0,42	6,20
„ „ $\gamma' - \delta$	8,84	1,41	8,70	1,18	8,68	1,21	7,73
„ „ $\varepsilon - \delta$	3,55	0,53	3,56	0,49	3,56	0,51	3,88
„ „ $\delta - \alpha$	5,19	1,09	5,22	0,99	5,23	1,03	6,05
„ „ $\delta - \nu$	10,68	2,18	10,95	2,33	10,97	2,42	8,96
c'	0,02348		0,003112		0,0004219		
c	0,0535		0,00514		0,000608		
μ_c	± 0,0151		± 0,00098		± 0,000106		
$\Sigma g \varepsilon' \varepsilon'$	8,11		7,37		7,97		39,99
μ^2_1	0,477		0,434		0,469		2,352
μ_1	0,691		0,659		0,685		1,534

In der Einheit, in welcher diese Werte der x' und ε' ausgedrückt sind, ist $a = N : (N + c\,P)$, also nach den gefundenen Zahlen:

0,439   0,605   0,694.

In dieser Einheit ausgedrückt, wird also v für n Stufen:

I. $v = 0{,}439\,(n + 0{,}0535\,n^3)$.
II. $v = 0{,}605\,(n + 0{,}00514\,n^4)$.
III. $v = 0{,}694\,(n + 0{,}000608\,n^5)$.

Der *a priori* angenommene Wert des m. F. der Gewichtseinheit 0,5 ist nicht in dieser Einheit ausgedrückt, sondern in der früher benutzten, die auch der Lichtcurve zu Grunde lag. Um beurteilen zu können, wie weit die gefundenen m. F. der Gewichtseinheit eine genügende Darstellung der Beobachtungsresultate anzeigen, muss das Verhältnis der beiden Einheiten bestimmt werden. Dies ist möglich durch Vergleichung der Differenzen $\gamma' - \varepsilon$, $\gamma' - \delta$ und $\varepsilon - \delta$, wie sie bei der vorigen Bestimmung der Stufenverbesserung S. 77 gefunden wurden, und der jetzt gefundenen x'. Im Mittel sind die früheren im Verhältnis 0,81, 0,82, 0,82 und 0,88 kleiner. In der früher benutzten Einheit ausgedrückt, sind also die jetzt aus den Auflösungen gefundenen m. F. der Gewichtseinheit:

0,56   0,54   0,56   1,35.

Die Übereinstimmung der drei ersten Zahlen mit 0,5 ist in jeder Hinsicht befriedigend; die Vernachlässigung der Stufenverbesserung ist aber mit den Beobachtungen vollständig unvereinbar.

Die beiden Untersuchungen stimmen also mit einander überein in dem Resultat, dass durch Hinzufügung einer Stufenverbesserung, die der 3ten, 4ten oder 5ten Potenz der Stufenzahl proportional ist, die Stufenzahlen mit den wirklichen Helligkeitsintervallen zur Übereinstimmung gebracht werden. Die erhaltenen Coefficienten sind nach der:

	1sten Unters.	2ten Unters.	Differenz
$10\,c_3$	$0{,}358 \pm 0{,}124$	$0{,}535 \pm 0{,}151$	$0{,}177 \pm 0{,}195$
$100\,c_4$	$0{,}487 \pm 0{,}136$	$0{,}514 \pm 0{,}098$	$0{,}027 \pm 0{,}168$
$1000\,c_5$	$0{,}742 \pm 0{,}189$	$0{,}608 \pm 0{,}106$	$0{,}134 \pm 0{,}214$.

Diese Übereinstimmung ist auch genügend, da die Differenzen bei allen kleiner als ihre m. F. sind. Für jede der drei Formeln ist die Übereinstimmung der Rechnungsergebnisse mit den Beobachtungen nahezu dieselbe; bei der 4ten Potenz nur ein wenig besser als bei den anderen, und hier sind auch die x' mit den kleinsten m. F. behaftet. Für die Praxis ist es ziemlich gleichgültig, welche Formel man benutzt, da sie für alle n, ausgenommen die allergrössten, nur um sehr wenig verschiedene v geben.

Das S. 71 nach der ersten Methode erhaltene Resultat für c_4, 0,00561, zeigt sich jetzt etwas zu gross, wie zu erwarten war. Da man nicht zu bestimmen imstande ist, um wieviel es zu gross ist, hat es neben den anderen Ergebnissen keine Bedeutung.

Die Fehler der Beobachtungen. Die gefundenen Resultate über die Beziehung von v und n geben zu der Unterscheidung Anlass zwischen wirklicher und scheinbarer Genauigkeit. Man kann einen Beobachtungsfehler sowohl als Fehler in v (wirklichen Fehler), als auch in n (scheinbaren Fehler) betrachten; zwischen ihnen besteht die Beziehung $\Delta v = \Delta n \, {}^{dv}/_{dn}$ und diese Beziehung besteht auch zwischen den mittleren Fehlern μ_v und μ_n.

Oben wurden die m. F. einer Beobachtung für verschiedene n abgeleitet; diese sind m. F. der wirklichen Helligkeit, also μ_v. Man wird aus ihnen ableiten können, mit welcher Unsicherheit der geschätzten n selbst sie übereinstimmen, wenn man durch $^{dv}/_{dn}$ dividiert. Nimmt man das Mittel der beiden für die 4te Potenz gefundenen Formeln:

$$v = 0{,}54\,n + 0{,}00268\,n^4,$$

also

$$^{dv}/_{dn} = 0{,}54 + 0{,}107\,n^3,$$

so findet man für:

n	$^{dv}/_{dn}$	μ_v	μ_n
0	0,54	1,39	2,6
2	0,63		2,2
3	0,83	1,47	1,8
4	1,18	1,96	1,7
5	1,88	1,93	1,0.

Die μ_n nehmen also für grössere n ab; das bedeutet, dass die scheinbare Genauigkeit, wie sie aus den Abweichungen der verschiedenen n von einander hervortritt, für grössere n grösser ist. Dem Beobachter wird es also scheinen, als ob er die grossen Helligkeitsintervalle genauer schätzen könne, als die kleinen. Dies wird bestätigt durch die Mitteilung von Herrn Plassmann selbst, dass ihm die Stufenzahlen 4 und 5 immer am sichersten zu schätzen erschienen, die kleineren und grösseren viel weniger.

Auch wird es bestätigt durch die Häufigkeit, womit halbe und Viertelstufen herbei gezogen werden, um das geschätzte Intervall möglichst gut auszudrücken. Eine Zählung aller Beobachtungen der Algolminima im 2ten, 3ten und 4ten Teil der „Beobachtungen veränderlicher Sterne" ergab folgende Anzahlen für jedes n:

Ganze		Halbe			Viertel		
0	36	0,5	3	(0,08)	2,75	2	(0,02)
1	36	1,5	4	(0,08)	3,25	7	(0,07)
2	61	2,5	10	(0,11)	3,75	6	(0,06)
3	122	3,5	34	(0,32)	4,25	5	(0,05)
4	87	4,5	55	(0,57)	4,75	11	(0,12)
5	94	5,5	59	(0,88)	5,25	9	(0,12)
6	53	6,5	24	(0,63)	5,75	4	(0,07)
7	22	7,5	0	(0,00)	6,25	0	(0,00)
8	6						

Die zwischen Klammern gesetzten Brüche geben das Verhältnis der gezählten Anzahlen zu den durch graphische Interpolation aus den Anzahlen der ganzen Stufenzahlen abgeleiteten. Es zeigt sich, dass verhältnismäszig die Halben am stärksten bei 5,5, die Viertel bei 5 vertreten sind. Dies weist auch darauf hin, dass in der Nähe dieser Zahlen die scheinbare Genauigkeit am grössten ist. Die Zahlenreihe fur μ_n auf der vorigen Seite, die dort bei $n = 5$ abbricht, wird also für grössere n voraussichtlich wieder steigen; nimmt man die untenstehenden regelmässig verlaufenden Zahlen für μ_n, die sich den auf der vorigen Seite berechneten Werten und den jetzt gefundenen Ergebnissen anschliessen (für die grösseren n aber selbstverständlich etwas willkürlich sind), so erhält man daraus mittels ${}^{dv}/_{dn}$ die nachstehenden wirklichen m. F.:

n	μ_n	${}^{dv}/_{dn}$	μ_v
0	2,5	0,54	1,3
2	2,2	0,63	1,4
3	1,9	0,83	1,6
4	1,5	1,18	1,8
5	1,2	1,88	2,2
6	1,4	2,85	4,0
7	2,0	4,21	8,4.

Diese μ_v gestatten die relativen Gewichte der verschiedenen Schätzungen zu bestimmen.

Grundlagen der Reduction der Algolbeobachtungen. Diese Untersuchungen liefern die Grundlagen zu der Reduction der Algolbeobachtungen. Für den Stufenwert wurde die Formel mit der 4ten Potenz angenommen, wie sie sich in der 2ten Untersuchung ergab, also $v = 0{,}605\,(n + 0{,}00514\,n^4)$. Man hat jedoch Anlass, eine andere Einheit den Rechnungen zu Grunde zu legen. An den Beobachtungen müssen Correctionen für atmosphärische Extinction angebracht werden; da diese in Grössenklassen ausgedrückt sind, wird es die Rechnungen sehr erleichtern, wenn die gewählte Einheit ungefähr 0,1 Grössenklasse ist. Durch eine Vergleichung der S. 83 gefundenen Intervalle der Vergleichsterne mit den photometrischen Grössen fand sich eine der dort benutzten Einheiten zu 0,08 Grössenklassen; das stimmt auch überein mit dem S. 83 gefundenenen Reductionsfactor 0,82, da auch die Einheit der früher abgeleiteten Lichtcurve nahezu 0,1 Grkl. war.

Die unter den Intervallen S. 83 vorkommenden $\gamma' - \varepsilon$, $\gamma' - \delta$, $\varepsilon - \delta$ wurden zuvor noch ausgeglichen; es fand sich $\gamma' - \varepsilon = 6{,}25$, $\varepsilon - \delta = 3{,}40$, also die Correctionen der drei Werte, $\gamma' - \varepsilon$ zu $-0{,}07$, $\gamma' - \delta$ zu $+0{,}95$, $\varepsilon - \delta$ zu $-0{,}16$, alle kleiner als die m. F.

Durch Multiplication mit 0,8 werden die Intervalle:

$$\alpha - \gamma' = 3{,}43 \qquad \gamma' - \varepsilon = 5{,}00 \qquad \varepsilon - \delta = 2{,}72$$
$$\delta - \alpha'' = 4{,}18 \qquad \delta - \nu = 8{,}76.$$

Setzt man $\nu = 0$ und kürzt man die daraus folgenden Helligkeiten für die übrigen Sterne auf eine Stelle ab, so wird die Vergleichsternscala:

$$\alpha = 19{,}9;\quad \gamma' = 16{,}5;\quad \varepsilon = 11{,}5;\quad \delta = 8{,}8;\quad \alpha'' = 4{,}6;\quad \nu = 0{,}0.$$

Der Ausdruck für v geht durch den Factor 0,8 in

$$v = 0{,}484\,(n + 0{,}00514\,n^4) = 0{,}484\,n + 0{,}00250\,n^4$$

über. Für alle vorkommenden Stufenzahlen wird v, mit einer Stelle angesetzt, zu:

n	v	n	v	n	v	n	v
0	0,0	$^1/_4$	0,1	0,5	0,2	$^3/_4$	0,4
1	0,5	$1^1/_4$	0,6	1,5	0,7	$1^3/_4$	0,9
2	1,0	$2^1/_4$	1,2	2,5	1,3	$2^3/_4$	1,5
3	1,7	$3^1/_4$	1,9	3,5	2,1	$3^3/_4$	2,3
4	2,6	$4^1/_4$	2,0	4,5	3,2	$4^3/_4$	3,5
5	4,0	$5^1/_4$	4,5	5,5	5,0	$5^3/_4$	5,5
6	6,1						

Für die Gewichte der verschiedenen Stufen wurden, um die Rechnungen am wenigsten zu verwickeln, nur die drei Zahlen 4, 2 und 1 angenommen; die Trennung der Gruppen wurde bei den Werten $\mu_v = 1{,}7$, 2,5, 4,1 vollzogen, deren Quadrate ungefähr im umgekehrten Verhältnis zu 3, 1,5 und 0,5 stehen; nach den μ_v auf S. 86 erhalten die Schätzungen $n = 0$ bis $3^1/_4$ volles Gewicht 4, $n = 3{,}5$ bis $5^1/_4$ halbes Gewicht 2, $n = 5{,}5$ bis 6 ein viertel Gewicht 1; grössere n bekommen das Gewicht 0.

Mit diesen Daten wurde aus jeder Schätzung der Helligkeitsdifferenz zwischen Algol und einem Vergleichstern ein Wert für die Helligkeit von Algol gefunden, der dann für Extinction verbessert ward. Aus den verschiedenen gewonnenen Ergebnissen einer Beobachtung wurde mit Rücksicht auf die Gewichte 4, 2 oder 1 das Mittel gebildet, das als Helligkeit Algols nach dieser Beobachtung angenommen wurde.

Das Gewicht dieses Resultates darf nicht einfach der Summe der Einzelgewichte gleichgesetzt werden; neben der gegenseitigen Beeinflussung der gleichzeitigen Schätzungen kommen noch viele andere äussere Fehlerursachen vor, die auf Beobachtungen mit grosser und mit kleiner Gewichtssumme gleich stark einwirken und den Unterschied der Gewichte abschwächen. Es wurde daher angenommen, wenn die Summe der Einzelgewichte

$s = 1$,	so sei	$g = 1$
$s = 2$ oder 3,	„ „	$g = 2$
$s = 4, 5, 6$ oder 7,	„ „	$g = 3$
$s = 8$ oder mehr,	„ „	$g = 4$.

Der nachteilige Einfluss ungünstiger Beobachtungsumstände wurde dadurch berücksichtigt, dass dort wo starkes Mondlicht ($M_4 - M_6$), starke Dämmerung (D_3), schlechte oder unzuverlässige Luft ($2^1/_2$, 3 oder grösser) notiert sind, statt s nur $^3/_4\, s$ als Argument zu g benutzt wurde. Auch bei geringer Höhe werden die Fehler grösser; daher wurde bei allen Beobachtungen, wo Algol tiefer als 30° stand, $^3/_4\, s$, tiefer als 20° nur $^1/_2\, s$ statt s genommen. Beim Zusammentreffen zweier Einflüsse, die einzeln $^3/_4\, s$ geben würden, wurde $^1/_2\, s$ genommen.

An einigen Tagen wurde auch ρ Persei als Vergleichstern benutzt; seine Helligkeit wurde für diese Tage aus den gleichzeitigen Anschlüssen von Algol an ρ, ν, α'' und δ, sowie aus direkten Anschlüssen an ν, α'' und δ abgeleitet. Das Mitnehmen der Vergleichungen mit ρ schwächt einigermaszen den Einfluss der zufälligen Fehler ab und macht den Verlauf der Helligkeiten regelmässiger; da die mittlere Helligkeit von Algol für all diese Schätzungen durch das Mitnehmen von ρ weder geändert wird, noch grössere Genauigkeit bekommt, wurde das Gewicht dieser Beobachtungsresultate berechnet, als ob die Anschlüsse an ρ nicht da wären. Die angenommenen Helligkeiten von ρ sind:

'88 Sept.	14	3,4	'89 Nov.	21	−0,7
„ „	17	1,8	'90 Febr.	18	0,5
„ Oct.	7	1,9	'91 Nov.	2	2,7.

Die Phasen wurden berechnet aus der von dem Beobachter notierten M. Z. Münster, und den auf diesen Meridian reducierten nach den Angaben im vorigen Kapitel berechneten Zeiten des Minimums.

Ableitung der Lichtcurve. Die Beobachtungen zwischen -6^h und $+6^h$ Phase, die zu dieser Ableitung benutzt wurden, verteilen sich über 72 Tage, unter denen es jedoch viele giebt, auf die nur ein kleines Stück der Curve, oft nur aus den äussersten Phasen, fällt. Es giebt 53 Tage mit Beobachtungen zwischen -4^h und $+4^h$. Die Anzahl der Beobachtungen ist 676, von denen 166 das Gewicht 4, 343 das Gewicht 3, 118 das Gewicht 2 und 49 das Gewicht 1 haben. Im 2ten Anhang sind alle diese Beobachtungen zusammengestellt; die hinter dem Beobachtungstage stehenden angenommenen Minimumzeiten gestatten, aus den Phasen die M. Z. der Beobachtungen zu finden und sie mit den gedruckten Beobachtungen zu identificieren.

Diese Werte für die Helligkeit Algols wurden jetzt nach der Phase geordnet, und es wurden jedesmal so viele aufeinander folgende zusammengezogen, dass die Mittel das Gewicht 16, 15, 17 oder 14 erhielten. Diese Mittel sind in der folgenden Tafel enthalten:

Phase	Hellig-keit	$B-R_1$	$B-R_2$	Phase	Hellig-keit	$B-R_1$	$B-R_2$
$-5^h43^m,0$	18,45	+ 2	+ 2	$-3^h32^m,7$	15,81	− 76	− 80
21 ,6	18,31	− 12	− 12	26 ,9	16,38	− 2	− 5
10 ,2	18,29	− 11	− 14	19 ,9	15,78	− 41	− 38
−4 54 ,7	18,19	− 10	− 17	14 ,9	16,28	+ 25	+ 31
42 ,1	18,65	+ 52	+ 43	11 ,9	16,43	+ 51	+ 58
24 ,9	17,88	+ 5	− 7	6 ,5	15,60	− 12	− 2
9 ,8	17,51	0	− 13	1 ,9	15,69	+ 15	+ 28
−3 56 ,7	17,49	+ 30	+ 18	−2 56 ,1	16,46	+ 117	+ 132
45 ,7	15,92	− 100	− 109	52 ,4	14,29	− 83	− 67
38 ,8	16,77	+ 3	− 3	47 ,5	15,60	+ 73	+ 89

Phase	Hellig-keit	$B-R_1$	$B-R_2$	Phase	Hellig-keit	$B-R_1$	$B-R_2$
— $2^{h}42^{m}$,2	14,41	— 17	0	— $0^{h}17^{m}$,6	5,88	— 53	— 60
37 ,8	14,56	+ 23	+ 40	14 ,2	6,59	+ 24	+ 17
32 ,7	14,07	+ 6	+ 22	12 ,0	6,36	+ 4	0
25 ,8	13,85	+ 29	+ 45	7 ,4	5,79	— 48	— 51
21 ,8	13,07	— 23	— 7	3 ,4	6,23	— 2	— 3
17 ,1	12,55	— 43	— 28	— 0 1 ,4	6,33	+ 9	+ 9
11 ,9	12,27	— 36	— 22	+ 0 1 ,3	6,75	+ 50	+ 52
9 ,2	12,17	— 28	— 13	4 ,0	6,07	— 19	— 16
4 ,9	12,48	+ 33	+ 45	9 ,4	5,96	— 36	— 31
1 ,1	11,29	— 60	— 47	12 ,3	7,01	+ 64	+ 71
— 1 58 ,6	12,44	+ 72	+ 84	14 ,4	5,99	— 42	— 34
53 ,2	11,45	+ 9	+ 21	18 ,1	6,75	+ 26	+ 36
48 ,8	10,60	— 46	— 36	22 ,1	6,80	+ 20	+ 32
44 ,6	10,16	— 62	— 54	23 ,4	6,41	— 23	— 10
42 ,6	10,43	— 22	— 14	24 ,5	7,61	+ 93	+ 107
39 ,4	10,66	+ 23	+ 29	29 ,2	7,04	+ 22	+ 37
34 ,1	9,81	— 27	— 24	33 ,1	6,87	— 9	+ 8
31 ,4	9,89	— 1	+ 1	35 ,9	6,33	— 72	— 55
29 ,4	10,21	+ 44	+ 45	38 ,0	7,30	+ 18	+ 35
25 ,1	9,27	— 23	— 23	41 ,4	7,49	+ 25	+ 42
21 ,2	9,18	— 7	— 9	46 ,5	7,56	+ 12	+ 29
17 ,9	9,60	+ 55	+ 52	50 ,7	6,90	— 70	— 54
13 ,9	8,59	— 23	— 27	53 ,5	8,14	+ 43	+ 57
10 ,8	8,99	+ 36	+ 31	57 ,1	7,85	— 1	+ 12
6 ,9	8,11	— 31	— 36	+ 1 0 ,4	7,12	— 88	— 77
4 ,9	8,05	— 25	— 31	1 ,7	8,03	— 3	+ 8
1 ,2	7,86	— 24	— 30	5 ,2	7,62	— 60	— 51
— 0 57 ,2	8,76	+ 88	+ 80	8 ,9	8,53	+ 14	+ 20
53 ,9	7,59	— 13	— 21	12 ,1	8,41	— 13	— 9
50 ,4	6,97	— 58	— 66	17 ,1	9,14	+ 36	+ 36
46 ,3	7,89	+ 53	+ 44	21 ,1	8,79	— 20	— 21
43 ,4	7,60	+ 37	+ 27	23 ,7	9,22	+ 9	+ 7
38 ,6	6,80	— 24	— 34	25 ,8	9,97	+ 73	+ 70
35 ,3	6,28	— 63	— 73	31 ,3	9,15	— 41	— 45
32 ,5	7,12	+ 31	+ 21	34 ,2	10,58	+ 92	+ 86
30 ,3	6,77	+ 3	— 7	37 ,6	9,31	— 62	— 67
27 ,3	6,54	— 11	— 21	41 ,1	10,68	+ 54	+ 48
23 ,9	6,59	+ 3	— 6	44 ,4	9,66	— 68	— 74
19 ,8	6,44	— 2	— 9	50 ,6	10,17	— 56	— 61

Phase	Hellig-keit	$B-R_1$	$B-R_2$	Phase	Hellig-keit	$B-R_1$	$B-R_2$
$+1^h55^m,5$	10,98	-6	-11	$+3^h22^m,3$	16,37	$+25$	$+29$
$+2\ \ 1\ ,5$	11,19	-24	-30	28 ,6	16,51	$+13$	$+20$
8 ,1	11,69	-17	-23	33 ,1	16,91	$+35$	$+44$
11 ,9	12,41	$+29$	$+24$	41 ,2	16,96	$+10$	$+23$
22 ,9	13,65	$+78$	$+74$	49 ,6	17,11	-2	$+12$
30 ,1	12,70	-65	-68	58 ,9	16,37	-101	-88
36 ,8	14,24	$+47$	$+42$	$+4\ 10\ ,2$	18,21	$+56$	$+65$
47 ,3	13,81	-59	-63	23 ,6	18,12	$+19$	$+28$
52 ,3	14,77	$+10$	$+5$	36 ,1	18,35	$+19$	$+29$
56 ,3	15,22	$+34$	$+29$	48 ,0	18,48	$+14$	$+24$
$+3\ \ 3\ ,1$	15,56	$+34$	$+30$	$+5\ \ 0\ ,8$	18,26	-16	-12
8 ,1	15,21	-26	-28	15 ,5	18,56	$+13$	$+13$
11 ,9	15,38	-27	-27	34 ,2	18,90	$+47$	$+47$
18 ,0	15,97	$+4$	$+6$	49 ,4	18,71	$+28$	$+28$

Die Lichtcurve wurde aus diesen Zahlen durch graphische Darstellung und wiederholte Ausgleichung der übrigbleibenden Abweichungen gewonnen. Die Helligkeit des vollen Lichtes, an welche die Curve in den äussersten Phasen angeschlossen werden musste, wurde nach den nachher (Kap. IV) ausführlich zu behandelnden Beobachtungen des vollen Lichtes zu 18,43 angenommen. Bei der Bestimmung von Anfang und Ende der Curve, die wegen der geringeren Anzahl der Mittelzahlen und der Langsamkeit der Veränderung immer schwierig ist, wurde einigermaszen darauf Rücksicht genommen, dass bei erstem Anfang der Bedeckung einer leuchtenden Scheibe durch eine dunkle die Helligkeitsabnahme mit der $^3/_2$ ten Potenz der Zeit wächst; so wurde der Anfang zu $-5^h\,20^m$, das Ende zu $+5^h\,5^m$ bestimmt. Die Lichtcurve, die zuletzt erhalten wurde, wird in der nachfolgenden Tafel (S. 92) in den drei ersten Spalten von 10 zu 10 Min. Phase gegeben.

Die Fehler, die diese Lichtcurve in den Beobachtungsmitteln übriglässt, sind in der vorigen Tafel unter $B-R_1$ in Einheiten der zweiten Stelle mitgeteilt. Man findet dort 68 Zeichenwechsel gegen 55 Zeichenfolgen: der Anschluss ist also enger als nötig wäre, und es zeigt sich keine Veranlassung, in der mittleren Curve Abweichungen von dem regelmässigen Zuge anzunehmen. Die Summe der Fehlerquadrate ist 22,92; denkt man sich die Curve durch 7 Punkte

Phase.	Helligkeit			Phase.	Helligkeit		
	vor dem Min.	nach dem Min.	Symm. Curve.		vor dem Min.	nach dem Min.	Symm. Curve.
$5^h 20^m$	18,43	18,43	18,43	$2^h 40^m$	14,46	13,97	14,15
10	18,40	18,43	18,43	30	13,84	13,34	13,53
0	18,34	18,42	18,39	20	13,18	12,67	12,87
4 50	18,23	18,36	18,30	10	12,50	11,99	12,20
40	10,10	18,23	18,16	0	11,82	11,33	11,54
30	17,92	18,05	18,00	1 50	11,14	10,69	10,89
20	17,73	17,86	17,81	40	10,47	10,07	10,27
10	17,51	17,65	17,59	30	9,81	9,48	9,66
0	17,27	17,41	17,34	20	9,18	8,93	9,07
3 50	17,03	17,14	17,07	10	8,59	8,44	8,51
40	16,77	16,82	16,77	0	8,03	7,98	7,98
30	16,49	16,44	16,44	0 50	7,53	7,57	7,51
20	16,19	16,02	16,08	40	7,09	7,19	7,10
10	15,85	15,56	15,67	30	6,73	6,85	6,76
0	15,46	15,07	15,22	20	6,46	6,54	6,48
2 50	15,00	14,55	14,72	10	6,29	6,33	6,30
40	14,46	13,97	14,15	0 0	6,24	6,24	6,23

vollständig bestimmt, so wird $\sqrt{22,92:119} = \sqrt{0,1927} = 0,44$ der m. F. eines Mittels. Da ihr durchschnittliches Gewicht 15,8 und das durchschnittliche Gewicht einer Beobachtung 2,9 ist, wird der m. F. der Gewichtseinheit $\sqrt{3,05} = 1,74$ und der m. F. einer Beobachtung $\sqrt{1,05} = 1,02$.

Diese Lichtcurve ist nicht symmetrisch. Indem das Minimum in bezug auf den angenommenen Nullpunkt der Zeit auf $-0^h\,1^m,6$ fällt, sind die Zeiten gleicher Helligkeit vor und nach dem Minimum, ihre Mitte, und deren Abweichung von der Minimumzeit:

Helligkeit.	Phase neg.	Phase pos.	Mitte.	Abw.
17,0	$-3^h 48^m,8$	$+3^h 45^m,3$	$-1^m,7$	$-0^m,1$
16,0	3 14 ,2	3 19 ,6	+2 ,7	+4 ,3
14,0	2 32 ,5	2 40 ,5	+4 ,0	+5 ,6
12,0	2 2 ,6	2 10 ,2	+3 ,8	+5 ,4
10,0	1 32 ,9	1 38 ,8	+3 ,0	+4 ,6
8,0	0 59 ,4	1 0 ,4	+0 ,5	+2 ,1

Die Asymmetrie hat also denselben Sinn und nur wenig geringeren Betrag als Scheiner aus den Schönfeld'schen Beobachtungen fand. Da die Mitten der Zeitpunkte gleicher Helligkeit während der schnellsten Änderung zwischen 16 und 10 nur wenig verschieden sind, die Asymmetrie also hauptsächlich der Umgegend des Minimums und den weniger sicher bestimmten äussersten Phasen zugeschrieben werden muss, ist man zu dem Versuch berechtigt, die Beobachtungsmittel durch eine symmetrische Lichtcurve darzustellen. Diese Curve ist in der vorigen Tafel neben der asymmetrischen in der letzten Spalte von 10^m bis 10^m gegeben; die Fehler, die sie bei Annahme des Minimums zu $+2^m,3$ in den Beobachtungsmitteln S. 89 ff. übrig lässt, sind dort unter $B - R_3$ gegeben. Die Anzahl der Zeichenwechsel ist hier 65, gegen 56 Zeichenfolgen; die Zeichenverteilung giebt also keinen Anlass, eine andere als eine symmetrische Curve anzunehmen: die Summe der Fehlerquadrate ist hier 24,06, woraus sich, wenn man die Curve durch 5 Punkte als bestimmt ansieht, der m. F. eines Mittels, der Gewichtseinheit, und einer durchschnittlichen Beobachtung zu $\sqrt{0,1988} = 0,45$, zu $\sqrt{3,14} = 1,77$ und zu $\sqrt{1,08} = 1,04$ ergiebt. Diese sind kaum grösser, als bei der asymmetrischen Curve gefunden wurde.

Den Plassmann'schen Beobachtungen ist also durch eine symmetrische Lichtcurve völlig zu genügen. Eine Vergleichung mit den Scheiner'schen Ergebnisse zeigt, dass einerseits durch den grösseren m. F. einer Beobachtung, anderseits durch die geringere Anzahl der benutzten Beobachtungen die Beobachtungsmittel hier so viel ungenauer sind als die Schönfeld'schen, dass dort eine Asymmetrie von nahezu demselben Betrage mit grosser Wahrscheinlichkeit constatiert werden konnte, die hier als gar nicht verbürgt betrachtet werden muss.

Das Resultat dieser Discussion ist eine mittlere Lichtcurve; auf die möglichen Verschiedenheiten der Lichtänderung zwischen den einzelnen Minimis ist dabei keine Rücksicht genommen. Diese Verschiedenheiten bewirken einerseits Abweichungen in der Zeit des Minimums von dem regelmässigen Verlaufe, anderseits Abweichungen der Helligkeit des Minimums von dem mittleren Werte. Nur die letzteren werden hier näher betrachtet werden, da in dieser ganzen Schrift eine eingehendere Untersuchung der Zeiten der Minima weggelassen werden musste.

Für jeden Abend, wo Beobachtungen in der Nähe des Minimums vorkommen, kann man einen Tageswert für die Helligkeit des Minimums berechnen, wenn man an jeder beobachteten Helligkeit in dessen Nähe (angenommen wurde innerhalb 33^m Phase) eine kleine Correction anbringt, die dem der mittleren Lichtcurve entnommenen Helligkeitsunterschied in dieser Phase gegen das Minimum gleich ist, und dann das Mittel aus allen nimmt. In der folgenden Tafel sind die so erhaltenenen Tageswerte der Minimum-Helligkeit zusammengestellt; *a* ist die Anzahl der benutzten Beobachtungen, *s* ihre Gewichtssumme, *g* das angenommene Gewicht jedes Resultates (siehe weiter unten). Die drei letzten sind nicht in die vorgehende Discussion aufgenommen, da die Beobachtungen aus den Jahren 1898 und 99 erst nach ihrer Fertigstellung handschriftlich von dem Beobachter erhalten wurden.

Tag.	Min. Hell.	*s*	*a*	*g*	Tag.	Min. Hell.	*s*	*a*	*g*
88 Sept. 14	6,60	7	3	3	91 Dec. 21	6,75	19	6	4
» 17	5,80	4	2	2	93 Nov. 8	6,65	8	3	3
Oct. 7	5,26	15	5	4	» 11	6,68	13	4	4
Dec. 12	3,82	4	4	2	95 Jan. 18	8,1	4	1	2
89 März 5	5,45	2	2	1	April 11	8,00	7	3	3
Nov. 18	6,54	25	7	5	Aug. 18	4,55	4	2	2
» 21	5,73	24	7	5	Sept. 10	6,4	1	1	1
Dec. 14	6,18	15	4	4	Nov. 26	6,40	2	2	1
90 Febr. 18	5,95	11	4	3	96 Jan. 20	4,86	8	4	3
Sept. 18	5,6	2	1	1	März 20	6,0	1	1	1
Oct. 8	6,66	25	6	5	Sept. 8	6,96	8	3	3
» 14	6,86	19	6	4	Oct. 1	7,90	9	3	3
Nov. 3	5,50	4	2	2	97 Juli 29	7,3	3	1	2
Dec. 13	4,97	11	3	3	Oct. 26	6,90	7	3	3
» 16	5,36	14	4	4	» 29	5,48	11	5	3
91 Nov. 2	6,40	15	5	4	98 Sept. 15	6,72	19	5	4
» 5	6,65	13	5	4	Oct. 8	7,6	3	1	2
» 8	8,4	3	1	2	99 März 6	5,20	4	2	2
» 28	6,80	8	3	3					

Die Differenzen dieser Zahlen sind bedeutend grösser als nach dem m. F. der Gewichtseinheit zu erwarten ist. Das Mittel, mit den Summen *s* als Gewichten gebildet, ist 6,32, und aus den Abweichungen findet sich als m. F. der Gewichtseinheit $\sqrt{6,67}$, während aus der vorigen Discussion $\sqrt{3,14}$ gefunden wurde. Dies ist dadurch zu erklären, dass die Beobachtungen eines Abends einander beeinflussen, was schon *a priori* wahrscheinlich ist, oder dadurch, dass wirkliche Helligkeitsschwankungen vorkommen. Ob letzteres in erheblichem Masze stattfindet, wird nur durch Vergleichung mit gleichzeitigen Resultaten anderer Beobachter zu entscheiden möglich sein. Darum ist es nicht zulässig, für die Tageswerte die Gewichte s anzunehmen; es wurden dafür die ganzen Zahlen g genommen, die $\sqrt{s}$ am nächsten kommen.

Bildet man, um den mittleren Verlauf der Minimum-Helligkeit zu finden, Mittel für jede Opposition, oder zwei Oppositionen zusammen, so findet man:

Oppos.	Min. Hell.	Σg.	Anzahl.	Oppos.	Min. Hell.	Σg.	Anzahl.
1888—89	5,46	12	5	1893—95	7,24	12	4
89—90	6,11	17	4	95—96	5,31	8	5
90—91	5,98	19	6	96—98	6,88	14	5
91—92	6,85	17	5	98—99	6,56	8	3

Eine Zunahme mit der Zeit ist angedeutet, die jedoch durch die 6te Zahl erheblich gestört wird. Berechnet man den m. F. für $g = 1$ aus den Abweichungen der einzelnen Tage von den Oppositionsmitteln, so findet man $\sqrt{1,81}$; berechnet man ihn aus den Abweichungen der Oppositionsmittel von dem allgemeinen Mittel, so findet man $\sqrt{5,68}$. Das Mittel der 3 ersten Oppositionen 1888—91 ist $5,90 \pm 0,19$; aus den anderen, 1891—98, ergiebt sich $6,69 \pm 0,18$; ihre Differenz ist also $0,79 \pm 0,26$, wo die m. F. aus den m. F. $\sqrt{1,81}$ für $g = 1$ abgeleitet sind. Es scheint, nach diesen Zahlen zu urteilen, während der Jahre um 1890 eine wirkliche Zunahme der Helligkeit des Minimums stattgefunden zu haben. Es ist jedoch immer gefährlich, die Realität solcher Änderungen zu behaupten, wenn sie nicht durch unabhängige Ergebnisse eines anderen Beobachters bestätigt wird, da es immer schwer zu entscheiden ist, in wie weit langsame Änderungen der Beobachtungsmethode, des Stufenwertes, der Farbenauffassung u. s. w. dergleichen scheinbare Variationen der Helligkeit bewirken können.

KAPITEL III.

Bearbeitung meiner eigenen Beobachtungen.

Die in Leiden von mir angestellten Algolbeobachtungen, welche zu dieser Discussion benutzt sind, erstrecken sich von 1891 bis 1898. Die Methode war auch bei mir die der Schätzung kleiner Helligkeitsintervalle (mit dem blossen Auge); nur wurde darin von den Vorschriften Argelanders abgewichen, wie es auch Nijland bei seinen Beobachtungen that [1]), dass nicht versucht wurde, die Intervalle in einer vorgestellten absoluten Einheit auszudrücken, sondern immer nur das Verhältnis von zwei Intervallen genau geschätzt wurde. Zwei Schätzungen $a\,4\,b\,2\,c$ und $a\,1\,b\,{}^1/_2\,c$ bedeuten also dasselbe, nämlich, dass das Intervall $a\,b$ das Doppelte von $b\,c$ war. Doch werden im allgemeinen grössere Zahlen auch den grössten Intervallen entsprechen.

Eine Beobachtung von Algol bestand also aus einer Vergleichung mit zwei Sternen, einem helleren und einem schwächeren, und der Bestimmung des Verhältnisses der beiden Helligkeitsdifferenzen. Selten wurde also in einer Beobachtung mit mehr als zwei Sternen verglichen; weil dadurch die Anschlüsse an die verschiedenen Vergleichsterne sehr wenig über einander greifen, und auch um keine grosse Intervalle schätzen zu müssen, wurden sehr viele Vergleichsterne benutzt, nämlich α, γ und δ Andromedae; β, γ, δ, ε Cassiopeiae; γ, δ, ε, ζ Persei; β Arietis; β Trianguli; α Cephei; η Aurigae.

---

1) Astron. Nachr. Bd. 154, S. 413.

Aufstellung der Vergleichsternscala. Bei dieser Beobachtungsmethode geben die Schätzungen von Algol kein Material zur Bestimmung der Intervalle zwischen den Vergleichsternen ab; diese müssen vielmehr durch besondere Beobachtungen bestimmt werden. Dazu wurden dann und wann alle Vergleichsterne an einander gereiht und ihre Helligkeitsunterschiede mit einander verglichen; bisweilen wurden einige, wenn sie ungünstig lagen, weggelassen; ein paarmal sind α Persei und α Trianguli hinzugenommen. Weil die in diesen Reihen benutzte Einheit eine willkürliche ist, wurden sie auf nahe dieselbe Einheit reduciert, indem für das Intervall der äussersten Sterne eine bestimmte Zahl genommen wurde; wo eine Reihe unvollständig war, wurde das Intervall der äussersten mitgenommenen nach den Ergebnissen der vollständigen Reihen angenommen. Die Rechnung wurde zweimal ausgeführt, zuerst roh, um den Wert der Einheit in Grössenklassen ungefähr kennen zu lernen und für Extinction verbessern zu können, und dann noch einmal mit den für Extinction verbesserten Werten. Die Resultate für die Intervalle finden sich in der folgenden Tafel zwischen den Namen der Sterne:

	α Persei. – γ Androm.	γ Androm. – γ Cassiop.	γ Cassiop. – β Cassiop.	β Cassiop. – α Cephei	α Cephei – δ Cassiop.	δ Cassiop. – γ Persei	γ Persei – ζ Persei	ζ Persei – δ Persei	δ Persei – η Aurigae	η Aurigae – ε Cassiop.	ε Cassiop. – α Triang.
92 Dec. 25	—	2,80	2,70	1,27	5,42	2,20	0,07	2,59	1,23	3,51	
93 Nov. 8	—	2,60	2,13	1,05	5,57	3,48	0,41	2,54	0,97	—	
93 Nov. 9	—	2,43	3,39	1,59	5,55	3,43	—	—	0,30	—	
94 Jan. 8	—	1,54	2,03	1,02	5,63	3,44	0,89	2,77	1,54	2,93	
94 Sept. 5	—	2,82	2,14	1,53	5,20	4,53	— 0,82	3,17	—	—	
95 Sept. 27	—	1,75	1,70	0,95	6,74	2,69	+ 0,53	2,98	1,34	3,15	
97 Dec. 2	—	1,20	2,68	0,18	7,13	3,52	0,89	2,31	—	—	
98 Nov. 17	3,40	2,23	3,31	0,94	5,35	2,82	1,02	2,57	—	—	0,93
98 Dec. 13	3,37	1,88	3,25	0,78	6,33	3,75	0,18	2,27	0,78	2,66	0,74
	3,38	2,14	2,59	1,03	5,88	3,32	0,40	2,65	1,03	3,06	0,84

Aus den Abweichungen der Einzelwerte von ihren Mitteln findet sich der m. F. einer Beobachtung zu 0,53, also eines Mittels aus 9, 8, 6, 4 und 2 Beobachtungen zu 0,18, 0,19, 0,22, 0,26, 0,38. In dieser Liste wurde β Arietis weggelassen, weil er in einigen Reihen fehlt. Aus den einzelnen Vergleichungen mit α Ceph. und δ Cass. an 11 Tagen ergiebt sich β Ariet. 1,76 γ Cass. $\pm$ 0,20.

Als Probe auf diese Zahlen können noch andere Beobachtungen benutzt werden. In den Jahren 1890 bis '92 wurde die gegenseitige Helligkeit der meisten hellen nördlichen Sterne durch Stufenschätzungen bestimmt. Dazu wurden sie in Gruppen zusammengenommen, von denen eine, die aus den Sternen α Persei, α, β, γ Androm., β, γ Cassiop., γ, ε Cygni, ε Pegasi und α Cephei bestand, die helleren, eine andere, die aus β Arietis, ι, ϑ, η Aurigae, η Tauri, γ, ε, ζ, δ Persei, β Triang. und ε Gemin. bestand, die schwächeren Vergleichsterne für Algol enthält. Durch Multiplication mit einem Factor wurde das Intervall der äussersten in jeder Reihe vorkommenden Algolsterne dem Intervalle nach der obigen Algolreihe gleichgemacht; die übrigen werden dann:

	α Pers.	γ Andr.	γ Cass.	β Cass.	α Ceph.
90—91	3,12	2,29	2,42	1,32	
91—92	2,88	2,92	2,09	1,24	
Mittel	3,00	2,60	2,25	1,28	Gew. 1
Algolreihe	3,38	2,14	2,59	1,03	„ 2
	3,25	2,29	2,48	1,11	

	β Ariet.	γ Pers.	ζ Pers.	δ Pers.	η Aur.
90—91	5,20	0,50	2,32	1,16	
91—92	5,28	0,73	2,02	1,13	
Mittel	5,24	0,61	2,17	1,15	Gew. 1
Algolreihe	5,08	0,40	2,65	1,03	„ 2
	5,13	0,47	2,49	1,07	

Nach den Differenzen der beiden Reihen 1890—91 und 91—92 hat ihr Mittel einen m. F. von 0,15. Dennoch wurde diesem nur das halbe Gewicht von dem der Algolreihe gegeben; bei diesen Beobachtungen ist die gegenseitige Beeinflussung der Resultate durch die Erinnerung eine der bedeutendsten Fehlerquellen; der m. F. 0,15 wird daher wohl viel zu klein sein. Auch in der Algolreihe werden die Resultate der einzelnen Tage nicht unabhängig von einander sein, aber sie erstrecken sich über eine viel grössere Anzahl von Jahren, und daher muss sie grösseres Gewicht haben. Nach den Abweichungen der Mittel der älteren Beobachtungen von den Resultaten der Algolreihe findet sich der m. F. der Mittel aus allen zu 0,15. Diese allgemeinen Mittel wurden angenommen; die Abweichung des neuen Wertes 5,13 für β Arietis — γ Persei von dem alten 5,08, proportional über die Differenzen β Arietis — δ Cass. und δ Cass. — γ Pers. verteilt, macht diese zu 1,78 und 3,35.

Die Helligkeit der übrigen als Vergleichsterne für Algol benutzten Sterne wurde aus allen Anschlüssen an die schon gegebenen abgeleitet mit dem Resultate: η Aur. 0,60 δ Andr.; β Triang. 0,60 δ Pers.; α Andr. 1,54 γ Cass.; ε Pers. 0,13 ζ Pers.

Giebt man jetzt dem kleinsten der mitgenommenen Sterne die Helligkeit 0, so werden die anderen:

α Pers.	26,31	α Ceph.	17,18	ζ Pers.	7,46	ε Cass.	0,84
γ Andr.	23,06	β Ariet.	13,06	β Triang.	5,57	α Triang.	0,00
α Andr.	22,31	δ Cass.	11,28	δ Pers.	4,97		
γ Cass.	20,77	γ Pers.	7,93	η Aur.	3,90		
β Cass.	18,29	ε Pers.	7,59	δ Andr.	3,30.		

Eine Vergleichung dieser Zahlen mit den photometrischen Grössen zeigte, dass eine Einheit nahe $^1/_{17}$ Grkl. war. Es wurde, zur leichteren Verbesserung für atmosphärische Extinction, als Einheit 0,1 Grkl. genommen; dividiert man also alle Zahlen durch 1,7 und setzt man nur eine Stelle an, so erhält man als weiter zu benutzende Vergleichsternscala:

α Pers.	15,5	β Ariet.	7,7	δ Pers.	2,9
γ Andr.	13,6	δ Cass.	6,6	η Aur.	2,3
α Andr.	13,1	γ Pers.	4,7	δ Andr.	1,9
γ Cass.	12,2	ε Pers.	4,5	ε Cass.	0,5
β Cass.	10,8	ζ Pers.	4,4	α Triang.	0,0
α Ceph.	10,1	β Triang.	3,3.		

Ableitung der Lichtcurve. Die aus den geschätzten Differenzen mittels dieser Werte der Vergleichsternhelligkeiten berechnete Helligkeit von Algol findet sich für jede Beobachtung in Anhang II mit der Phase als Argument. Die Anzahl ist 489 zwischen 6 Stunden vor und nach dem berechneten Minimum, über 52 Tage verteilt. Jeder Beobachtung wurde dasselbe Gewicht gegeben; die als verdächtig notierten wurden weggelassen.

Nachdem diese Resultate nach der Phase geordnet waren, wurden sie zu je 5 zusammengefasst, wodurch die in der folgenden Tafel aufgeführten Mittel entstanden.

Phase	Hellig-keit	$B-R_1$	$B-R_2$	Phase	Hellig-keit	$B-R_1$	$B-R_2$
$-5^h46^m,6$	12,02	−71	−71	$-1^h12^m,8$	4,48	+22	+24
29 ,0	11,95	−78	−78	9 ,4	4,12	+ 2	+ 4
15 ,6	11,76	−90	−93	6 ,6	4,12	+13	+17
3 ,6	11,78	−80	−81	2 ,0	4,08	+28	+33
−4 47 ,2	12,18	−24	−23	−0 59 ,8	3,74	+ 3	+ 9
34 ,0	12,22	− 2	− 1	54 ,4	3,38	−14	− 6
19 ,6	12,20	+19	+19	52 ,6	3,26	−20	−11
10 ,8	11,90	+ 5	+ 5	50 ,2	3,42	+ 4	+14
−3 59 ,6	11,56	− 8	−10	46 ,8	3,10	−17	− 6
51 ,0	11,42	− 3	− 6	42 ,0	3,24	+11	+23
37 ,2	11,20	+ 7	+ 7	39 ,6	2,88	−18	− 6
28 ,6	11,10	+20	+20	35 ,4	3,08	+13	+25
19 ,8	10,78	+15	+14	32 ,2	3,06	+19	+31
12 ,6	10,16	−24	−25	28 ,4	2,82	+ 5	+16
−2 57 ,8	9,64	−21	−24	25 ,2	2,58	−12	− 1
40 ,8	9,46	+37	+30	21 ,0	3,16	+54	+64
22 ,2	8,58	+47	+40	15 ,6	2,52	0	+ 8
9 ,0	7,06	−27	−34	9 ,8	2,42	− 2	+ 4
−1 59 ,6	7,30	+53	+47	5 ,8	2,30	− 9	− 4
56 ,6	6,26	−33	−39	−0 1 ,8	2,50	+15	+17
53 ,0	5,90	−47	−54	+0 1 ,4	2,48	+15	+16
47 ,2	5,48	−56	−62	5 ,4	2,70	+39	+39
41 ,8	5,66	− 7	−12	10 ,0	1,98	−32	−34
37 ,4	5,46	− 3	− 7	15 ,8	2,28	− 3	− 7
34 ,2	4,94	−38	−40	21 ,4	2,10	−24	−30
32 ,4	5,14	− 8	−10	26 ,6	2,46	+ 7	0
28 ,8	4,88	−15	−17	32 ,6	2,12	−34	−43
26 ,2	5,22	+33	+31	36 ,4	2,30	−23	−33
21 ,0	4,58	− 6	− 7	43 ,0	2,64	− 2	−14
17 ,0	4,46	+ 1	+ 1	47 ,0	2,60	−15	−28

Phase	Helligkeit	$B-R_1$	$B-R_2$	Phase	Helligkeit	$B-R_1$	$B-R_2$
$+0^h50^m,8$	3,04	+19	+5	$+1^h50^m,0$	5,52	−28	−18
54 ,0	3,10	+15	+1	54 ,4	6,20	+12	+24
58 ,6	3,34	+23	+10	59 ,0	6,22	−15	0
+1 0 ,6	3,08	−9	−23	+2 4 ,6	6,80	+8	+24
2 ,6	3,12	−13	−27	12 ,2	7,12	−6	+11
5 ,6	3,04	−33	−46	18 ,0	7,18	−34	−18
8 ,4	3,92	+44	+31	23 ,8	8,56	+70	+85
11 ,6	4,28	+66	+53	34 ,8	9,30	+83	+95
15 ,8	3,50	−32	−44	44 ,6	8,96	+1	+9
18 ,6	3,38	−58	−68	55 ,8	9,32	−11	−8
22 ,0	4,22	+8	−1	+3 9 ,4	9,94	0	−2
24 ,0	4,12	−13	−20	16 ,2	10,80	+63	+59
27 ,8	4,62	+16	+11	28 ,8	10,36	−21	−26
31 ,0	4,62	−3	−5	38 ,8	10,72	−13	−19
34 ,0	4,14	−68	−68	48 ,2	10,70	−39	−47
37 ,0	5,02	+2	+5	+4 11 ,6	11,20	−42	−50
40 ,2	5,18	−1	+4	28 ,0	11,88	−4	−13
43 ,8	5,32	−10	−2	+5 1 ,4	11,78	−63	−69
47 ,8	5,76	+10	+19	40 ,4	12,22	−50	−51

Aus diesen Werten wurde mittels graphischer Ausgleichung eine Lichtcurve gebildet, die ihnen am besten genügte. Daneben wurde zugleich versucht, eine symmetrische Lichtcurve abzuleiten. Beide sind in der Tafel auf der folgenden Seite enthalten, wo für die asymmetrische die angenommenen Nullpunkte der Zeiten, die berechneten Minimumzeiten, beibehalten wurden.

Das Minimum der asymmetrischen Curve findet sich auf $+8^m,3$; eine gleiche Helligkeit vor und nach den Minimum findet statt:

Helligkeit.	Phase neg.	Phase pos.	Mitte.	Abw. vom Min.
12,0	$-4^h18^m,8$	$+4^h32^m,4$	$+6^m,8$	$-1^m,5$
11,0	3 32 ,2	3 44 ,6	+6 ,2	−2 ,1
10,0	3 1 ,6	3 11 ,2	+4 ,8	−3 ,5
8,0	2 20 ,4	2 26 ,2	+2 ,9	−5 ,4
6,0	1 46 ,5	1 53 ,2	+3 ,3	−5 ,0
4,0	1 7 ,0	1 19 ,6	+6 ,3	−2 ,0

Phase.	Helligkeit			Phase.	Helligkeit		
	vor dem Min.	nach dem Min.	symm. Curve.		vor dem Min.	nach dem Min.	symm. Curve.
5^h40^m	12,73	12,72	12,73	2^h40^m	9,05	8,73	8,88
30	12,73	12,68	12,73	30	8,54	8,21	8,35
20	12,69	12,61	12,69	20	7,98	7,64	7,77
10	12,63	12,51	12,61	10	7,39	7,05	7,17
0	12,55	12,39	12,51	0	6,79	6,43	6,57
4 50	12,45	12,26	12,39	1 50	6,20	5,80	5,98
40	12,33	12,12	12,25	40	5,63	5,18	5,40
30	12,18	11,96	12,10	30	5,09	4,59	4,86
20	12,02	11,78	11,94	20	4,59	4,03	4,36
10	11,84	11,59	11,76	10	4,13	3,55	3,89
0	11,65	11,38	11,57	0	3,72	3,15	3,47
3 50	11,43	11,14	11,34	0 50	3,37	2,83	3,11
40	11,20	10,88	11,08	40	3,07	2,59	2,82
30	10,94	10,61	10,80	30	2,81	2,42	2,59
20	10,64	10,30	10,50	20	2,60	2,33	2,43
10	10,31	9,96	10,16	10	2,44	2,30	2,34
3 0	9,94	9,60	9,78	0 0	2,34	2,34	2,31
2 50	9,52	9,19	9,36				

Die Fehler, welche diese beiden Curven, die asymmetrische, und die symmetrische mit dem Minimum zu $+4^m,8$, in den Beobachtungsmitteln übrig lassen, sind dort unter $B - R_1$ und $B - R_2$ gesetzt. Die Quadratsummen sind 10,38 und 11,73, also findet sich bei Division durch $98 - 7 = 91$ der m. F. eines Mittels nach der asymmetrischen Curve $\sqrt{0,1141} = 0,34$, nach der symmetrischen $\sqrt{0,1262} = 0,36$, und der m. F. einer Beobachtung 0,76 oder 0,79. Der Unterschied ist nur gering; die Zeichenverteilung ist auch um sehr wenig verschieden, da bei der asymmetrischen Curve 51 Zeichenfolgen gegen 42 Zeichenwechsel, bei der symmetrischen 55 Zeichenfolgen gegen 38 Zeichenwechsel auftreten. Die Asymmetrie wird also auch durch diese Beobachtungen als sehr wenig sicher constatiert betrachtet werden können; überdies hat sie gerade den umgekehrten Sinn wie bei den gleichzeitigen Beobachtungen von Plassmann.

Die Fehlerverteilung ist in beiden Fällen jedoch eine sehr ungünstige und weist auf systematische Abweichungen der Beobachtungsmittel von dem Curvenzuge hin. Solche findet man besonders bei Anfang und Ende der Curve, wo fast alle Abweichungen negativ sind. Aus allen Beobachtungen des vollen Lichtes war dessen Helligkeit zu 12,73 gefunden, und an diesen Wert wurden die Endpunkte der Curve angeschlossen; wären dabei die Curven den Beobachtungsmitteln möglichst eng angeschmiegt, so wären Anfang und Ende der Verfinsterung weit ausserhalb 6 Stunden gekommen. Aus den Beobachtungen des vollen Lichtes findet man zwischen $+6^h$ und $+10^h$ Phase die mittlere Helligkeit zu 12,41, zwischen -10^h und -6^h zu 12,45. Diese Abweichung von der mittleren Helligkeit des vollen Lichtes wird man einer anderen Ursache als der Verfinsterung zuschreiben müssen; es ist daher am richtigsten, die Lichtcurve an den Wert 12,43 anzuschliessen. Die Lichtcurven nehmen dann für die grösseren Phasen folgende Gestalt an:

Phase.	Helligkeit			Phase.	Helligkeit		
	vor dem Min.	nach dem Min.	symm. Curve.		vor dem Min.	nach dem Min.	symm. Curve.
5^h40^m	12,43	12,42	12,43	4^h30^m	12,02	11,81	11,94
30	12,43	12,38	12,43	20	11,90	11,66	11,82
20	12,40	12,32	12,40	10	11,75	11,50	11,68
10	12,35	12,24	12,33	0	11,59	11,33	11,51
0	12,28	12,15	12,24	3 50	11,41	11,12	11,31
4 50	12,21	12,05	12,15	40	11,19	10,88	11,07
40	12,12	11,94	12,05	30	10,94	10,61	10,80

Die Abweichungen, die dabei in den ersten und letzten Beobachtungsmitteln übrig bleiben, finden sich auf der folgenden Seite. Die Zeichenverteilung wird nur unerheblich verbessert; die Quadratsumme der Abweichungen wird aber herabgedrückt zu 8,39 bez. 9,64, woraus sich der m. F. eines Mittels zu $\sqrt{0,0922} = 0,30$ oder $\sqrt{0,1036} = 0,32$, der m. F. einer Beobachtung zu 0,68 oder 0,71 ergiebt. Diese Werte werden sich der Wahrheit wohl mehr nähern; zugleich weist das Vorherrschen der Zeichenfolgen noch auf bedeu-

Phase.	$B-R_1$.	$B-R_2$.	Phase.	$B-R_1$.	$B-R_2$.
$-5^h46^m,6$	-41	-41	$-3^h51^m,0$	-1	-1
29 ,0	-48	-48	37 ,2	$+8$	$+8$
15 ,6	-62	-64			
3 ,6	-53	-54	$+3$ 38 ,8	-13	-19
-4 47 ,2	-1	$+1$	48 ,2	-38	-45
34 ,0	$+16$	$+18$	$+4$ 11 ,6	-33	-43
19 ,6	$+30$	$+33$	28 ,0	$+13$	$+2$
10 ,8	$+14$	$+16$	$+5$ 1 ,4	-38	-43
-3 59 ,6	-3	-3	40 ,4	-20	-21

tende systematische Fehlerursachen hin, deren Ursprung man wohl besonders in der gegenseitigen Beeinflussung der Beobachtungen durch die Erinnerung, oder in dem Einflusse irrtümlicher Erwartungen über die Geschwindigkeit der Änderungen zu suchen hat.

Der aus den Vergleichsternen abgeleitete m. F. einer Schätzung (Seite 97), in der jetzigen Einheit 0,31, ist bedeutend kleiner als der jetzt gefundene. Zum Teil wird das daher rühren, dass die Vergleichsternreihen bei sorgfältig ausgesuchter Klarheit des Himmels beobachtet wurden. Zum grössten Teil jedoch ist hierin ein neues Anzeichen zu erblicken, wie bedeutend der Einfluss der Erinnerung auf die gegenseitige Übereinstimmung dieser Reihen war.

Gleich wie bei den Plassmann'schen Beobachtungen sind auch hier die Tageswerte der Minimum-Helligkeit berechnet; wegen des grösseren mittleren Intervalls zwischen den einzelnen Beobachtungen wurden sie hier bis zu 45^m von dem Minimum mitgenommen. In der folgenden Tafel, wo a die Anzahl Beobachtungen und g das angenommene Gewicht bedeutet, sind die Resultate zusammengestellt.

Hier ergeben die Abweichungen von dem, mit den a als Gewichten berechneten Mittel 2,36 auch einen grösseren m. F. einer Beobachtung, als aus den nach der Phase geordneten Beobachtungsmitteln gefunden wurde, nämlich $\sqrt{1,18}$ statt 0,79 oder 0,71; die Schlussfolgerungen, welche bei Plassmann gezogen wurden, gelten also auch hier.

Tag.	Min. Hell.	a	g	Tag.	Min. Hell.	a	g
91 Nov. 2	2,04	5	2	95 Sept. 30	2,40	12	3
„ 5	1,70	6	2	Oct. 17	2,62	13	3
92 Nov. 3	2,10	3	2	Nov. 12	1,72	5	2
93 Nov. 8	2,30	5	2	97 Dec. 2	3,10	4	2
„ 11	2,30	4	2	„ 25	3,31	8	3
94 Jan. 13	2,06	5	2	98 Sept. 15	2,60	2	1
Dec. 13	1,87	3	2	Nov. 17	2,08	5	2
95 Febr. 4	2,85	2	1	Dec. 13	2,25	2	1
Sept. 27	2,28	12	3				

Diese Werte mit den Gewichten g zusammenziehend findet man:

Oppositionen.	Min. Hell.	Σg.	Anzahl.
1891—93	1,95	6	3
93—94	2,22	6	3
94—96	2,28	14	6
97—99	2,79	9	5

Eine Zunahme mit der Zeit ist in diesen Zahlen angedeutet, welche nach dem, aus den Abweichungen von diesen Mitteln zu $\sqrt{0,57}$ gefundenen m. F. für $g = 1$, ihre zufällige Unsicherheit übertrifft.

KAPITEL IV.

Die Beobachtungen des vollen Lichtes.

Von dem vollen Lichte Algols hat zuerst Schönfeld zwischen 1869 und 1875 eine grössere Beobachtungsreihe erhalten, die von J. Scheiner in der schon erwähnten Schrift bearbeitet wurde. Scheiner fand dabei, dass die Helligkeit im vollen Lichte völlig constant ist; dagegen fand Plassmann i. d. J. 1890 und 1891 [1]) eine wenig regelmässige Schwankung. Meine Beobachtungen schienen diese Veränderlichkeit zu bestätigen [2]), doch gab die Verschiedenheit der in verschiedenen Jahren gefundenen Schwankung Anlass, die Realität dieser Änderung überhaupt einigermaszen in Zweifel zu ziehen. In der nachfolgenden Untersuchung wird allein der mittlere Verlauf des vollen Lichtes untersucht werden, da dieser für die uns beschäftigenden Fragen zunächst von Bedeutung ist. Dazu werden zwei längeren Beobachtungsreihen benutzt werden, eine von Plassmann und eine von mir selbst herrührend, die beide zwischen 1890 und 1900 fallen.

Bei den Plassmann'schen Beobachtungen wurde die Methode befolgt, Algol immer an die Vergleichsterne α, γ' und ε anzuschliessen; die Reductionsmethode, die der Beobachter auf einen Teil des Materials angewandt hat, besteht auch darin, dass das Mittel

---

1) Astron. Nachr., Bd. 126, S. 257; J. Plassmann, Beobachtungen veränderlicher Sterne, 3ter Teil, S. 19.

2) Algol im vollen Lichte. Mitth. der Verein. v. Fr. d. Astr. u. K. Ph. Bd. 4, S. 152.

$^1/_3\,[(\beta-\alpha)+(\beta-\gamma')+(\beta-\varepsilon)]$ als die Helligkeit von β in bezug auf die mittlere Helligkeit der drei Sterne betrachtet wird. Dies ist nach dem im 2ten Kap. gefundenen nicht zulässig, da diesen Stufenzahlen ganz andere Helligkeitsunterschiede entsprechen und ihnen auch sehr verschiedenes Gewicht zukommt. Daher wurden sie nach derselben Methode berechnet, die bei den Beobachtungen der Verfinsterungen benutzt wurde. Zwar scheint es, dass infolge der Notwendigkeit, dabei immer die grossen Intervalle zwischen β und ε zu schätzen, diese durch die grössere Übung genauer, aber auch im Mittel etwas kleiner als bei dem Lichtwechsel geschätzt wurden; dennoch wurde nicht von der früheren Berechnungsmethode abgewichen, erstens um Mangel an Homogenität bei dem Anschlusse an die eigentliche Lichtcurve vorzubeugen, da auch viele Beobachtungen bei 4^h und 5^h Phase unter diesen Reihen des vollen Lichtes vorkommen; zweitens, weil in die Untersuchung der Schwankungen im vollen Lichte dadurch doch kein Fehler hineingebracht wird.

Nur in einem Punkte wurde von der früheren Methode abgewichen, nämlich in der Gewichtsbestimmung. Plassmann hat oft eine grosse Anzahl Beobachtungen des vollen Lichtes an einem Abend angestellt, und man wird wohl mit Bestimmtheit sagen können, dass solche nicht von einander unabhängig sind. Das Gewicht einer Beobachtung wird daher um so mehr verringert werden, einer je grösseren Abendreihe sie angehört. Die Rechnung wurde also derart ausgeführt, dass die Gewichtssummen s (vergl. S. 81) dividiert wurden

durch	1,	wenn	1 — 2	Beobachtungen
„	2,	„	3 — 6	„
„	3,	„	7 — 12	„
„	4,	„	13 — 20	„

an demselben Abend angestellt waren; und aus diesen s wurden die Gewichte g abgeleitet.

Die Phasen wurden nach den Hartwig'schen Ephemeriden in der V. J. S. der A. G. berechnet; da sie mittels der Chandler'schen Formel berechnet sind, wurden an den angegebenen Minimumzeiten für jede Opposition constante mittlere, nach der linearen Formel S. 62 abgeleitete Verbesserungen angebracht.

Die ganze Anzahl der Beobachtungen von $+6^h$ bis zu -6^h Phase ist 578, die an 162 Tagen in den Jahren 1890—96 angestellt sind; ihr Gesamtgewicht ist 1337. Nachdem sie nach der Phase geordnet waren, wurden Mittel gebildet mit 16, 15, 17 oder 14 als Gewicht. Diese sind in der folgenden Tafel enthalten.

Phase.	Hell.	Abw.	Phase.	Hell.	Abw.	Phase.	Hell.	Abw.
$6^h,1$	18,10	— 33	$26^h,1$	18,39	— 4	$45^h,1$	18,59	+ 16
6 ,6	18,14	— 29	26 ,8	18,87	+ 44	45 ,6	19,13	+ 70
7 ,9	18,82	+ 39	27 ,6	18,48	+ 5	45 ,8	18,75	+ 32
10 ,0	18,52	+ 9	28 ,0	19,11	+ 68	46 ,1	18,33	— 10
11 ,0	18,55	+ 12	28 ,9	18,00	— 43	46 ,6	18,49	+ 6
11 ,8	19,12	+ 69	30 ,0	18,15	— 28	47 ,4	18,51	+ 8
12 ,5	18,86	+ 43	30 ,7	18,16	— 27	48 ,1	18,63	+ 20
13 ,2	18,91	+ 48	31 ,4	18,73	+ 30	49 ,0	18,51	+ 8
13 ,5	18,56	+ 13	32 ,0	18,13	— 30	49 ,7	18,21	— 22
13 ,7	18,45	+ 2	33 ,1	18,78	+ 35	50 ,3	17,79	— 64
14 ,1	18,15	— 28	33 ,8	18,43	0	51 ,5	18,20	— 23
14 ,7	17,88	— 55	34 ,1	18,37	— 6	52 ,0	18,36	— 7
15 ,2	18,81	+ 38	34 ,5	18,52	+ 9	52 ,5	18,28	— 15
15 ,7	19,05	+ 62	35 ,0	18,29	— 14	53 ,8	18,75	+ 32
16 ,1	18,41	— 2	35 ,8	18,23	— 20	54 ,5	18,61	+ 18
16 ,6	17,76	— 67	36 ,5	18,14	— 29	54 ,9	18,01	— 42
17 ,3	18,90	+ 47	36 ,7	18,32	— 11	55 ,2	17,99	— 44
18 ,2	18,11	— 32	37 ,4	18,22	— 21	55 ,6	18,39	— 4
19 ,4	18,36	— 7	37 ,9	18,15	— 28	56 ,0	18,18	— 25
20 ,5	18,61	+ 18	38 ,3	18,41	— 2	56 ,4	18,25	— 18
21 ,3	17,97	— 46	38 ,7	18,24	— 19	57 ,0	17,99	— 44
21 ,6	18,17	— 26	39 ,2	18,41	— 2	57 ,5	18,85	+ 42
21 ,9	17,98	— 45	39 ,9	18,82	+ 39	58 ,1	18,53	+ 10
22 ,3	18,62	+ 19	40 ,7	18,38	— 5	58 ,6	18,24	— 19
23 ,1	18,39	— 4	41 ,2	18,12	— 31	59 ,2	18,76	+ 33
23 ,5	18,15	— 28	42 ,0	18,54	+ 11	60 ,5	18,44	+ 1
23 ,9	18,19	— 24	43 ,4	18,23	— 20	61 ,6	19,06	+ 63
24 ,4	18,49	+ 6	44 ,1	18,66	+ 23	62 ,6	18,51	+ 8
25 ,1	18,60	+ 17	44 ,7	18,74	+ 31			

Das Mittel aus allen ist 18,43, welcher Wert auch bei der Ableitung der Lichtcurve benutzt wurde. In der 3ten Spalte sind die Abweichungen von diesem Mittel angeführt; sie ergeben bei der Annahme, dass Algol im vollen Lichte constant sei, den m. F. eines Mittels zu $\sqrt{0,1001} = 0,32$; da das durchschnittliche Gewicht der Mittel 15,5 ist, das der Einzelbeobachtungen 2,3, findet sich der m. F. der Gewichtseinheit gleich $\sqrt{1,55} = 1,25$ und der einer durchschnittlichen Beobachtung gleich $\sqrt{0,67} = 0,82$. Diese Zahlen sind bedeutend kleiner, als aus den Beobachtungen der Minima gefunden wurde. Das wird hauptsächlich seine Ursache darin finden, dass immer die zu erwartende Helligkeit nahezu bekannt war; man wird aber in diesem m. F. keine Veranlassung finden, eine Veränderlichkeit von Algol im vollen Lichte anzunehmen. Die Anzahl Zeichenfolgen ist 51 gegen 32 Zeichenwechsel; dies weist darauf hin, dass die Abweichungen nicht ganz zufälliger Natur sind. Zum Teil wird es daher rühren können, dass die Beobachtungen eines Abends einander stark beeinflussen, wodurch eine stark abweichende Abendreihe einer Anzahl aufeinander folgender Mittel eine Abweichung in demselben Sinne giebt. Um zu untersuchen, ob diesen Reihen von Zeichenfolgen eine Abweichung der Algolhelligkeit entspricht, wird man die Resultate eines gleichzeitigen Beobachters benutzen müssen.

Meine eigenen Beobachtungen, deren Anzahl 267 beträgt, verteilen sich über 197 Tage in den Jahren 1891 bis 1899; nur selten wurden mehr als 2 Beobachtungen an einem Tage angestellt, und dann immer mit einem Zeitintervall von vielen Stunden; daher werden sie einander sehr wenig beeinflusst haben. Sie sind in derselben Weise berechnet, wie die Beobachtungen der Minima; nachdem sie nach der Phase geordnet waren, wurden Mittel aus je 5 gebildet, die in der folgenden Tafel enthalten sind.

Phase.	Hell.	Abw.	Phase.	Hell.	Abw.	Phase.	Hell.	Abw.
$6^h,5$	12,52	— 22	$15^h,8$	12,46	— 28	$23^h,2$	12,90	+ 16
7 ,7	12,14	— 60	16 ,5	12,90	+ 16	23 ,7	13,20	+ 46
9 ,6	12,68	— 6	17 ,1	12,50	— 24	24 ,1	12,64	— 12
11 ,6	12,96	+ 22	18 ,4	12,68	— 6	24 ,4	12,92	+ 16
13 ,4	12,92	+ 18	19 ,9	12,88	+ 14	25 ,6	12,88	+ 14
14 ,6	12,86	+ 12	21 ,6	12,68	— 6	26 ,6	12,66	— 8

Phase.	Hell.	Abw.	Phase.	Hell.	Abw.	Phase.	Hell.	Abw.
$27^h,6$	12,48	— 26	$41^h,3$	12,78	+ 4	$51^h,7$	12,60	— 14
28 ,8	12,68	— 6	42 ,0	12,92	+ 18	53 ,2	12,86	+ 12
29 ,7	12,84	+ 10	42 ,7	13,16	+ 42	54 ,8	12,72	— 2
30 ,9	12,86	+ 12	44 ,4	12,60	— 14	55 ,7	12,70	— 4
32 ,6	12,80	+ 6	45 ,5	12,88	+ 14	57 ,1	12,88	+ 14
33 ,4	12,86	+ 12	46 ,8	13,36	+ 62	57 ,9	12,68	— 6
34 ,5	12,46	— 28	47 ,5	12,83	+ 9	59 ,3	12,38	— 36
36 ,1	12,66	— 8	47 ,9	13,18	+ 44	60 ,1	12,62	— 12
37 ,3	12,64	— 10	48 ,6	12,88	+ 14	60 ,5	12,46	— 28
38 ,6	12,74	0	49 ,5	12,88	+ 14	61 ,4	12,70	— 4
39 ,3	12,74	0	50 ,8	12,70	— 4	62 ,4	12,20	— 54
39 ,9	12,78	+ 4	51 ,2	12,54	— 20			

Die Abweichungen gegen den schon früher benutzten Mittelwert 12,74, die in der dritten Spalte enthalten sind, geben, wenn sie ganz als zufällige Fehler betrachtet werden, als m. F. eines Mittels $\sqrt{0,0502} = 0,22$; also den m. F. einer Beobachtung $\sqrt{0,25} = 0,50$. Dieser Wert ist wieder bedeutend kleiner als der früher gefundene, was auch hier wohl zum grössten Teil dem Einflusse der Erinnerung zugeschrieben werden muss. Auch in dieser Reihe hat man ein bedeutendes Vorherrschen der Zeichenfolgen, nämlich 30 gegen 19 Zeichenwechsel; hier aber wird die gegenseitige Beeinflussung der Beobachtungen kaum als Ursache betrachtet werden können.

Vergleicht man die Zahlenreihen, welche die Abweichungen bei den zwei Beobachtern angeben, mit einander, so findet man besonders in der zweiten Hälfte der Periode, zwischen 30^h und 50^h Phase, einige Übereinstimmung. Um die Vergleichung noch zu erleichtern, sind in der folgenden Tafel die Abweichungen, bei Plassmann noch zu Mitteln aus je drei, bei mir aus je zwei vereinigt, so nebeneinander gestellt, dass nahe gleiche Phasen neben einander stehen. Da die benutzte Einheit bei den zwei Beobachtern ungefähr 0,1 Grkl. ist, sind auch die Beträge sofort vergleichbar. Daneben sind noch die Schönfeld'schen Ergebnisse gesetzt. In seiner oben erwähnten Abhandlung giebt Scheiner Mittel aus je 10 nach der Phase

Plassmann.		Pannekoek.		Schönfeld.	
Phase.	Abw.	Phase.	Abw.	Phase.	Abw.
6,9	— 8	7,1	— 41	7,3	— 2
				9,1	— 10
10,9	+ 30	10,6	+ 8	10,7	— 2
13,1	+ 35			12,3	+ 11
14,2	— 27	14,0	+ 15	14,0	+ 3
15,7	+ 33	16,2	— 6	15,7	— 7
17,4	— 17	17,8	— 15	17,6	— 2
				19,0	— 8
20,4	— 12	20,8	+ 4	20,7	— 14
21,9	— 17	23,4	+ 31	22,4	0
23,5	— 19	24,2	+ 2	24,2	+ 7
25,2	+ 6	26,1	+ 3	25,8	+ 2
27,5	+ 39			27,3	— 2
		28,2	— 16	28,9	— 1
29,9	— 33	30,3	+ 11	30,6	+ 1
32,2	+ 12	33,0	+ 9	32,3	+ 2
34,1	+ 1			33,9	— 5
35,8	— 21	35,3	— 18	35,7	— 5
37,3	— 20			37,4	— 5
38,7	— 8	38,0	— 5	38,8	0
40,6	+ 1	39,6	+ 2	40,9	+ 2
		41,6	+ 11	42,3	+ 1
43,2	+ 5	43,6	+ 14	44,0	+ 20
45,1	+ 39	46,2	+ 38	45,7	— 11
46,2	+ 9	47,7	+ 27	47,4	— 5
48,2	+ 12	49,0	+ 14	49,1	— 2
50,5	— 36	51,0	— 12	50,4	+ 1
52,8	+ 3	52,4	— 1	52,1	+ 8
54,9	— 23			53,9	+ 11
56,0	— 16	55,2	— 3	55,5	+ 14
57,5	+ 3	57,5	+ 4	57,1	+ 5
59,4	+ 5	59,7	— 24	58,9	— 2
				60,3	+ 7
62,1	+ 35 (2)	61,4	— 29 (3)	61,9	— 5

geordneten Beobachtungen des vollen Lichtes, wovon das erste und das letzte hier nicht angeführt werden, weil sie weniger als 6 Stunden von dem Minimum entfernt sind. Da die Schönfeld'sche Einheit nahe 0,075 Grkl. ist, sind die oben angeführten Zahlen die mit $^3/_4$ multiplicierten Abweichungen der Scheiner'schen Zahlen von ihrem Mittel 20,41. Die Abweichungen sind bei Schönfeld im allgemeinen bedeutend kleiner als bei den zwei anderen: ihr mittlerer Wert ist $\sqrt{0{,}0051} = 0{,}07$.

Im allgemeinen ist die Übereinstimmung der neben einander stehenden Zahlen gering, und besonders in der ersten Hälfte der Lichtcurve wird man die Abweichungen ganz zufälligen Schätzungsfehlern zuschreiben müssen. Die Beobachtungen mit kleinerer Phase als 30^h weisen bei Plassmann 19 Zeichenfolgen gegen 14 Zeichenwechsel, bei mir 9 Zeichenfolgen gegen 11 Zeichenwechsel auf. Der Überschuss an Zeichenfolgen liegt bei beiden Beobachtern in den grösseren Phasen. Beide Reihen ergeben dort zuerst eine Abnahme, zwischen 34^h und 40^h ein Vorherschen des negativen, zwischen 40^h und 50^h des positiven Zeichens, und nachher wieder des negativen. Hier zeigen jedoch die Schönfeld'schen Zahlen gerade das entgegengesetzte Verhalten; eine grössere Helligkeit zwischen 50^h und 60^h ist eben die auffallendste Regelmässigkeit, die die Abweichungen bei ihm zeigen. Wenn hier also vielleicht auch eine reelle Schwankung des Algol vorliegt, wird diese doch keinenfalls ein beständiges Phänomen sein.

Die ersten und letzten Mittel in der mittleren Columne zeigen die Erscheinung, die im vorigen Kap. erwähnt wurde, dass nach meinen Beobachtungen die Helligkeit Algols zwischen $+6^h$ und $+10^h$, sowie zwischen -6^h und -10^h bedeutend kleiner ist, als die mittlere Helligkeit des vollen Lichtes. Zugleich zeigt diese Tafel jedoch, dass die Plassmann'schen Beobachtungen die Abweichung nicht bestätigen; nach ihnen ist die Helligkeit zwischen -6^h und -10^h grösser als die mittlere. Eine reelle Lichtschwächung des Algol wird man also nicht annehmen dürfen; eher ist an eine, wenn auch in ihrem Ursprung noch unerklärbare, Anhäufung systematischer Beobachtungsfehler zu denken.

Ein besonderes Interesse beanspruchen die negativen Abweichungen zwischen 34^h und 40^h, die sich auch, obgleich in kleinerem Betrage, in den Schönfeld'schen Zahlen vorfinden. Wenn irgendwo, so muss ein sekundäres Minimum in dieser Gegend gesucht werden; die Hoffnung, es aufzufinden, war auch eine der Triebfedern zu den vielen Beobachtungen im vollen Lichte. Es zeigt sich jetzt, dass, soweit man sich nur auf dieses Material stützt, ohne Rücksicht auf andere Betrachtungen, sein Dasein mit Sicherheit nicht behauptet werden darf; dazu sind die Abweichungen viel zu klein im Verhältnis zu den m. F. der Mittel. Nur wenn aus anderen Quellen abgeleitet wird, dass dort die Stelle der Opposition liegt (nach der Tisserandschen Theorie ist diese $38^h,6$ i. J. 1893, $34^h,4$ i. J. 1873), wird man es für wahrscheinlich erachten können, dass die negativen Zeichen zum Teil als Anzeichen eines sekundären Minimums zu betrachten sind, und dass die Bedeckung des Begleiters durch Algol eine Schwächung des vollen Lichtes um ungefähr 0,02 Grkl. bewirkt.

Um zu sehen, in welchem Masze in den Abweichungen eine regelmässige Änderung, sei es durch die Axendrehung des deformierten Haupststernes, sei es durch das von dem Begleiter reflektierte Licht, bemerkbar ist, wurde der Zeitraum zwischen Ende und Anfang der Verfinsterung in 6 gleiche Abschnitte geteilt und die symmetrischen zusammengenommen. Die mittlere Abweichung fand sich:

für	Phase $\pm$ 6^h bis $15^h,5$	$15^h,5$ bis $24^h,9$	$24^h,9$ bis $34^h,4$
bei Plassmann	+ 0,05	— 0,02	— 0,03
„ Pannekoek	— 0,11	+ 0,07	+ 0,02
„ Schönfeld	+ 0,03	— 0,01	— 0,01

Nur der Gang bei meinen Mittelzahlen entspricht einigermaszen dem, was aus dem Zusammenwirken der beiden Einflüsse zu erwarten ist; er wird jedoch durch den entgegengesetzten Gang bei den zwei anderen Beobachtern aller Ansprüche auf Wirklichkeit beraubt. Man wird daher sagen können, weil die Einheit, in der die angeführten Beträge ausgedrückt sind, nur 0,1 Grkl. ist, dass weder aus der einen noch aus der anderen Ursache eine Helligkeitsschwankung des vollen Lichtes entsteht, die 0,01 Grössenklassen erreicht.

KAPITEL V.

Die Beobachtungen von Argelander.

Die von Argelander angestellten Algolbeobachtungen sind bisher noch nicht für eine genauere Untersuchung der Lichtcurve benutzt worden; Argelander selbst hat daraus nur die Zeiten der Minima abgeleitet. Die Beobachtungen selbst sind auch besonders zu diesem Zwecke angestellt; sie umfassen selten mehr als wenige Stunden in der Nähe des Minimums, während den weiter vom Minimum entfernten Phasen viel weniger Aufmerksamkeit gewidmet wurde. Daher wird es auch nicht möglich sein, aus den Argelander'schen Beobachtungen eine vollständige und bis zu den äussersten Phasen genaue Lichtcurve abzuleiten; dennoch ist eine eingehende Untersuchung der Gestalt des Teiles der Lichtcurve, der zwischen -2^h und $+2^h$ Phase liegt, von Bedeutung, weil diese Reihe von den nach der genauen von Argelander selbst eingeführten Stufenschätzungsmethode angestellten die älteste ist.

Die Beobachtungen sind *in extenso* in den „Beobachtungen und Rechnungen über veränderliche Sterne" [1]) S. 102—110 abgedruckt. Zuerst muss aus ihnen eine Scala von Helligkeiten der Vergleichsterne gebildet werden, wozu nur die seit 1843 angestellten benutzt wurden, da die früheren mit dem blossen Auge, statt wie die anderen mit einem Opernglase angestellt sind. (Vergl. S. 2, l. c.). Ausser ρ, dessen Veränderlichkeit damals noch nicht bekannt war, sind am meisten

1) Beobachtungen auf der Sternwarte zu Bonn, Bd. VII.

δ Persei sowie α und β Trianguli (a und b bei Argelander) benutzt worden. Weniger oft kommen ε, γ, ζ Persei und γ Andromedae (c) vor.

Ableitung der Vergleichsternscala. Die Mittel der aus den Algolbeobachtungen abgeleiteten Intervalle der drei am meisten benutzten Sterne sind:

$b - \delta = 0{,}30\ (g = 210)$; $\delta - a = 3{,}27\ (g = 89)$; $b - a = 2{,}86\ (g = 9)$

wo für die Gewichte die Anzahlen genommen sind. Durch Ausgleichung wird:

$$b - \delta = 0{,}27\ (g = 218); \qquad \delta - a = 3{,}21\ (g = 98).$$

Die Vergleichungen mit den anderen Sternen kommen so wenig vor, dass sie diese Zahlen nicht mehr verbessern können; diese sind also als fest betrachtet und dazu benutzt, um jede Differenz eines anderen Sternes mit einem dieser drei als eine Differenz mit δ auszudrücken. Es wurde gefunden:

$$\varepsilon - \delta = 1{,}46\ (g = 30); \qquad \gamma - \delta = 1{,}96\ (g = 27);$$
$$c - \delta = 8{,}76\ (g = 9); \qquad \zeta - \delta = 2{,}14\ (g = 5).$$

Alle diese Zahlen sind schon für Extinction verbessert; sie sind das Resultat einer zweiten Rechnung, nachdem die erste dazu benutzt war, den Stufenwert in Grössenklassen abzuleiten. Aus den Abweichungen der Einzelwerte für $b - \delta$ wurde der m. F. eines Intervallwertes zu 1,3, also der m. F. einer Beobachtung zu 0,9 Stufen gefunden.

Man muss es als möglich, sogar als wahrscheinlich betrachten, dass bei Argelander, gleich wie bei Plassmann und anderen Beobachtern, der Stufenwert mit der Stufenzahl wächst. Doch wird es schwer sein, den Betrag der Stnfenverbesserung aus diesen Beobachtungen zu bestimmen, da die grossen Stufenzahlen sehr wenig vorkommen. Aus dem Algolmaterial ist es nur das Intervall $\delta - a$, das einigermaszen zu diesem Zwecke dienen kann, da $b - \delta$ zu klein ist. Verteilt man alle Beobachtungen in drei Gruppen, je nachdem die beiden Einzelschätzungen, deren Summe das Intervall $\delta - \alpha$ liefert (bei Plassmann n_1 und n_2 genannt), um weniger als 1, zwischen 1 und 2,5, und um mehr als 2,5 verschieden sind, so findet man im Mittel:

$$1{,}92 + 1{,}44 = 3{,}36 \text{ (51 Beob.)}$$
$$2{,}38 + 0{,}79 = 3{,}17 \text{ (21 „)}$$
$$3{,}25 - 0{,}15 = 3{,}10 \text{ (17 „).}$$

Obgleich die Summen $n_1 + n_2$ abnehmen, sind sie von einander um weniger verschieden als nach ihren m. F. noch zulässig ist; es ist also nichts daraus abzuleiten. Ein anderes Material aus den Beobachtungen Argelanders, das mehr Aussichten auf Erfolg versprach, die aus den Beobachtungen von α Herculis abgeleiteten Intervalle zwischen β und κ Ophiuchi, war schon früher untersucht worden. In der folgenden Tafel sind 5 Gruppenmittel angeführt, und die Coefficienten zu der Berechnung einer mit dem 2ten Potenz von n proportionalen Stufenverbesserung; die x_0 sind die Resultate für die Intervalle ohne, die x_1 mit Stufenverbesserung:

n_1	n_2	Ext.	p_2	s	x_0	x_1
2,04 +	1,64	$= x - 0{,}60 -$	$7{,}25\, c_2$	117	4,28	4,17
2,47 +	1,38	$= x - 0{,}49 -$	$8{,}18\, c_2$	109	4,34	4,27
2,94 +	0,78	$= x - 0{,}26 -$	$9{,}44\, c_2$	83	3,98	4,05
3,32 +	0,24	$= x - 0{,}43 -$	$12{,}10\, c_2$	47	3,99	4,23
3,92 —	0,41	$= x - 0{,}67 -$	$11{,}53\, c_2$	18	4,18	4,36
					4,19	4,19

Es wurde $c_2 = 0{,}0765 \pm 0{,}0365$ gefunden, und der m. F. einer Summe von zwei Schätzungen sinkt durch diese Correction von 1,48 auf 0,99. Es ergiebt sich also, dass auch die Argelander'schen Stufenschätzungen solch einer Verbesserung bedürfen. Der Einfluss auf die Beobachtungsresultate ist aber nur unerheblich. Die Differenzen zwischen den unverbesserten n

1	2	3	4	5	

und den nach der Formel $v = 0{,}8\,(n + 0{,}0765\, n^2)$ berechneten

0,86	1,84	2,95	4,17	5,53	sind nur
— 0,14	— 0,16	— 0,05	+ 0,17	+ 0,53,	

also nur bei Schätzungen über 4 Stufen, die selten vorkommen, einigermaszen von Bedeutung.

Darum wurde auf diese Correction bei der Bearbeitung der Argelander'schen Algolbeobachtungen weiter keine Rücksicht genommen; der einzige Fehler, der daraus entstanden sein kann, wird sein, dass die Helligkeit von c ein paar Zehntelstufen zu klein ist.

Eine Vergleichung der gefundenen Vergleichsternintervallen mit den photometrischen Grössen ergab für eine Stufe den Wert 0,11 Grkl. Als Einheit bei den weiteren Rechnungen wurde 0,1 Grkl. genommen; darin ausgedrückt werden n Stufen zu 1,1 n; und die Vergleichsternscala wird, wenn man $\delta = 5{,}5$ setzt:

$$
\begin{array}{ll}
c = 15{,}1 & b = 5{,}8 \\
\zeta = 7{,}9 & \delta = 5{,}5 \\
\gamma = 7{,}7 & a = 2{,}0 \\
\varepsilon = 7{,}1 &
\end{array}
$$

Eine Vergleichung der Ergebnisse für die Vergleichsternintervalle aus den Beobachtungen der ersten Jahre zeigte keinen auffallenden Unterschied gegen diese Zahlen. Daher sind auch die älteren Beobachtungen mit dieser Scala reduciert.

An den meisten Tagen wurde auch ρ Persei als Vergleichstern benutzt; seine Helligkeit ist nur zu ermitteln durch die gleichzeitigen Anschlüssen von Algol an ρ und einen der anderen Sterne. Die sich ergebenden Helligkeiten von ρ sind in der folgenden Tafel zusammengestellt, wo die letzte Spalte die Anzahl der benutzten Vergleichungen von Algol und ρ zeigt.

Tag.	Hellig-keit.	Anzahl.	Tag.	Hellig-keit.	Anzahl.	Tag.	Hellig-keit.	Anzahl.
1840 Sept. 1	— 3,1	2	1843 Sept. 13	+ 2,8	15	1851 Febr. 24	+ 0,4	4
Oct. 17	— 0,8	7	44 Jan. 23	+ 0,5	4	Oct. 20	+ 1,9	6
Dec. 19	— 0,3	4	45 Aug. 24	+ 1,5	3	52 März 20	+ 2,8	5
„ 22	— 0,3	21	Sept. 19	+ 3,5	2	Juli 24	+ 2,9	12
„ 25	+ 0,7	11	Oct. 29	+ 3,4	9	53 Febr. 4	+ 3,0	3
41 März 18	+ 1,9	3	46 Sept. 18	+ 3,1	10	Oct. 3	— 0,7	4
Aug. 14	+ 1,1	11	47 Nov. 2	+ 0,9	5	„ 23	+ 1,4	7
Sept. 29	+ 1,0	12	„ 5	+ 2,8	5	„ 26	+ 2,5	8
Oct. 19	— 0,2	2	48 Jan. 7	+ 1,8	9	Nov. 12	0,0	8
42 Oct. 21	+ 3,2	5	„ 10	+ 3,0	2	Dec. 2	+ 2,9	8
Dec. 3	+ 0,5	1	„ 27	+ 3,4	8	54 Jan. 20	+ 1,3	11
„ 6	+ 3,7	3	50 Jan. 30	+ 3,5	5	März 4	+ 0,7	11

Tag.	Hellig-keit.	Anzahl.	Tag.	Hellig-keit.	Anzahl.	Tag.	Hellig-keit.	Anzahl.
1854 Sept. 12	+ 3,8	11	1856 Oct. 28	+ 5,0	12	1858 Febr. 19	+ 1,5	6
Oct. 2	+ 0,1	5	„ 31	+ 5,2	13	März 11	+ 1,7	10
„ 28	+ 6,4	11	57 Jan. 2	+ 1,4	4	Oct. 12	+ 2,5	12
Dec. 7	+ 4,0	9	Aug. 25	+ 0,9	10	Nov. 4	+ 3,0	7
55 Jan. 19	+ 3,4	11	Sept. 17	+ 0,9	12	59 Juli 17	+ 0,2	8
„ 22	+ 3,4	10	Nov. 19	+ 2,4	9	Nov. 3	+ 0,8	2
Nov. 19	— 0,6	7	58 Jan. 4	+ 4,1	9	„ 6	+ 1,9	9
56 Jan. 24	+ 4,8	3	„ 7	+ 1,8	9	62 März 18	+ 2,7	7
März 27	+ 5,7	2	„ 27	+ 1,7	7	66 Febr. 13	+ 1,9	10
Aug. 3	— 0,1	3	Febr. 16	+ 3,8	5			

Für einige Tage, wo nur Vergleichungen mit ρ vorkommen, konnten diese nicht benutzt werden; daneben giebt es Tage mit einer grossen Zahl Vergleichungen mit ρ, während die Helligkeit von ρ nur durch eine geringere Anzahl Vergleichungen mit den anderen Sternen bestimmt werden konnte; diese wurden auch weggelassen. Nur wo die Helligkeit von ρ durch eine grössere Anzahl gleichzeitiger Anschlüsse von Algol an die anderen Sterne bestimmt ist, als die Anzahl der nur aus Vergleichungen mit ρ bestehenden Beobachtungen beträgt, sind letztere mit dem Gewicht $^1/_2$ mitgenommen. Wo Vergleichungen mit ρ gleichzeitig mit den anderen vorkommen, haben sie dasselbe Gewicht erhalten.

Das Gewicht der einzelnen Schätzungen wurde, den Angaben Argelanders gemäsz, für 1 bis 3 Stufen zu 1, für 4 Stufen zu $^3/_4$ angenommen. Das Mittel aus den einzelnen Schätzungsresultaten, welches das aus der Beobachtung folgende Resultat für die Helligkeit Algols ist, erhielt als Gewicht die Summe der Einzelgewichte, mit Weglassung von ρ; für gebrochene Zahlen wurden die nächsten ganzen Zahlen genommen. Wenn Algol bei der Beobachtung tiefer als 30° stand, wurden statt 3, 2 und 1 die Zahlen 2, 1 und $^1/_2$ als Gewichte genommen.

Ableitung der Lichtcurve. Das Material, das zu der Ableitung der Lichtcurve benutzt werden konnte, erstreckt sich über 75 Beobachtungstage von 1840 Sept. 1 bis 1866 Feb. 13; es enthält 648 Beobachtungen, wovon 626 zwischen die Phasen -2^h und $+2^h$, 475 zwischen -1^h und $+1^h$ fallen. Im zweiten Anhang ist von jeder die Phase, die Helligkeit und das Gewicht gegeben.

Diese wurden nach der Phase geordnet und für den mittleren Teil zwischen -2^h und 2^h zu Mitteln zusammengezogen, deren jedes ein Gewicht zwischen 10 und $11^1/_2$ bekam; die weiter von dem Minimum entfernten sind weniger zusammengezogen, um keine zu weit auseinderliegenden Beobachtungen zu vereinigen. Für diese allein ist in der folgenden Tafel, wo alle Mittel zusammengestellt sind, das Gewicht beigefügt.

Phase.	Hellig-keit.	(g)	B — R.	Phase.	Hellig-keit.	B — R.
-4^h36^m	13,2	(1)	+ 0,3	-0^h38^m,1	3,93	— 8
12	12,4	(3)	— 0,3	37 ,2	4,97	+ 99
— 3 27	10,7	(2)	— 1,1	35 ,4	3,97	+ 7
6	10,85	(6)	— 0,40	33 ,0	3,81	0
— 2 48 ,1	10,06	(7)	— 0,69	31 ,3	4,60	+ 86
27 ,4	9,68	(11)	— 0,38	28 ,9	3,23	— 43
— 1 55 ,8	8,78		+ 0,26	25 ,8	3,61	+ 5
47 ,6	7,81		— 26	29 ,3	3,46	— 3
38 ,5	8,08		+ 57	22 ,0	3,41	— 4
33 ,4	7,04		— 16	20 ,8	3,87	+ 45
28 ,4	7,25		+ 38	19 ,2	3,78	+ 41
24 ,7	6,95		+ 32	16 ,8	2,70	— 52
22 ,6	6,72		+ 22	14 ,8	3,25	— 3
19 ,6	6,23		— 9	13 ,4	3,37	+ 12
13 ,9	5,78		— 18	12 ,4	2,96	— 28
9 ,7	5,29		— 42	11 ,3	3,38	+ 16
6 ,6	5,82		+ 30	8 ,8	3,61	+ 43
5 ,5	5,34		— 11	7 ,0	3,13	— 4
3 ,1	4,82		— 49	6 ,0	3,14	— 1
1 1 ,5	5,41		+ 19	5 ,8	2,97	— 18
59 ,3	5,87		+ 78	4 ,1	3,07	— 7
56 ,1	4,53		— 38	— 0 2 ,4	3,05	— 8
53 ,7	4,29		— 49	0 0 ,0	2,72	— 40
50 ,2	4,17		— 42	+ 0 1 ,1	3,40	+ 28
48 ,1	4,11		— 37	2 ,3	3,05	— 7
45 ,7	4,57		+ 21	3 ,3	3,48	+ 35
42 ,0	3,78		— 41	5 ,0	2,87	— 27

Phase.	Hellig-keit.	$B-R$.	Phase.	Hellig-keit.	(g)	$B-R$.
$+0^h\ 6^m,3$	2,89	— 26	$+0^h 46^m,0$	4,35		+ 3
7 ,5	3,29	+ 13	47 ,9	4,42		0
9 ,1	2,98	— 20	49 ,4	4,13		— 37
11 ,0	2,44	— 76	50 ,6	4,83		+ 27
12 ,0	3,36	+ 15	52 ,5	4,73		+ 7
14 ,2	3,50	+ 25	54 ,0	4,91		+ 17
15 ,5	3,63	+ 36	55 ,2	5,31		+ 51
16 ,5	2,91	— 38	57 ,4	4,56		— 37
18 ,6	3,91	+ 57	+1 0 ,0	5,20		+ 13
19 ,1	3,05	— 30	3 ,5	5,41		+ 14
21 ,0	3,70	+ 31	5 ,4	4,96		— 42
23 ,6	3,69	+ 22	8 ,4	6,21		+ 64
24 ,6	3,06	— 43	10 ,9	5,83		+ 11
25 ,4	3,77	+ 25	13 ,2	5,02		— 84
27 ,4	3,03	— 55	18 ,7	6,17		— 3
30 ,1	3,56	— 11	24 ,0	6,10		— 43
31 ,0	3,93	+ 23	28 ,8	7,16		+ 33
32 ,2	3,50	— 24	32 ,2	6,80		— 24
33 ,9	3,41	— 39	37 ,2	7,18		— 18
35 ,8	3,86	— 1	45 ,8	8,48	(5)	+0,58
37 ,0	4,13	+ 21	+2 10 ,8	9,96	(5)	+0,67
38 ,8	4,40	+ 40	34 ,2	10,50	(5)	+0,23
40 ,1	3,98	— 7	+3 15	11,5	(3)	0,0
41 ,8	3,93	— 20	34	12,6	(2)	+0,7
43 ,3	4,53	+ 33	+4 36	13,8	(1)	+0,9

Nur der mittlere Teil der Lichtcurve zwischen -2^h und $+2^h$ ist mit grosser Genauigkeit zu bestimmen. Eine Curve, die in einer graphischen Darstellung dieser Beobachtungsmittel sich den Punkten am besten anschmiegte, ergab die folgenden Zeiten gleicher Helligkeit, und deren Mitte:

Hellig-keit.	Phase neg.	Phase pos.	Mitte.
7,0	$-1^h 30^m,5$	$+1^h 31^m,6$	$+0^m,5$
6,0	1 14 ,8	1 15 ,2	+0 ,2
5,0	0 58 ,3	0 58 ,3	0 ,0
4,0	0 37 ,8	0 39 ,1	+0 ,6
3,5	0 22 ,9	0 26 ,0	+1 ,6

während das Minimum auf $+ 2,^m0$ fiel. Diese Curve zeigt also eine fast so vollständige Symmetrie, dass nur eine symmetrische Lichtcurve genauer bestimmt wurde. Diese ist in der folgenden Tafel gegeben.

Phase.	Hellig-keit.	Phase.	Hellig-keit.
4^h40^m	12,9	1^h30^m	6,94
4 0	12,5	20	6,31
3 30	11,8	10	5,70
3 0	11,1	1 0	5,10
2 30	10,14	0 50	4,55
20	9,74	40	4,07
10	9,28	30	3,68
2 0	8,76	20	3,38
1 50	8,18	10	3,19
40	7,57	0 0	3,12
1 30	6,94		

Die Fehler, die sie in den Beobachtungsmitteln übrig lässt, bei der Annahme des Minimums zu $+ 0,^m5$, sind S. 119—120 in der letzten Spalte unter $B - R$ gegeben. Betrachtet man nur den mittleren Teil zwischen $- 1^h56^m$ und $+ 1^h38^m$, der durch Striche von den übrigen getrennt ist, so zeigen sie 48 Zeichenwechsel gegen 39 Zeichenfolgen; systematische Abweichungen sind also nicht angedeutet. Die Summe der Fehlerquadrate 11,36 ergiebt, bei der Annahme von 5 zu bestimmenden unabhängigen Grössen, $\sqrt{0,1306} = 0,36$ als m. F. eines Mittels; da ihr durchschnittliches Gewicht 10,3 ist, wird der m. F. der Gewichtseinheit zu $\sqrt{1,35} = 1,16$ und der m. F. einer durchschnittlichen Beobachtung mit Gewicht 1,6 zu $\sqrt{0,84} = 0,92$.

Der Curvenzug muss in den weiter von dem Minimum entfernten Phasen sehr unsicher sein; das nämliche gilt für die Helligkeit des vollen Lichtes, von dem nur 8 Beobachtungen vorliegen, mit einem Gesamtgewicht von 14, die zusammen 12,9 ergeben. An diesen Wert wurde die Lichtcurve angeschlossen; dabei wurde als Phase bei Anfang und Ende 4^h40^m gefunden. Die Abweichungen, die diese symmetrische Curve in den Beobachtungen der äussersten Phasen übrig lässt, sind am Anfange der Verfinsterung fast alle negativ, am Ende fast alle positiv; eine Asymmetrie in den äusersten Phasen ist also angedeutet; da jedoch die Abweichungen die m. F. dieser Beobachtungen oder ihrer Mittel nicht oder kaum überschreiten, wird man dieser Andeutung kein grosses Gewicht geben können.

In der Absicht, zu untersuchen, ob in dieser langjährigen Reihe eine zeitliche Änderung der Curve zu bemerken war, wurde das Material in zwei Hälften geteilt und aus jeder gesondert eine Curve abgeleitet. Dabei zeigte sich, dass die Helligkeit des Minimums in der ersten Hälfte um 0,40 kleiner war als in der zweiten. Diese Rechnungen werden hier weggelassen, da es sich auf anderem Wege zeigte, dass hier keine regelmäszige Änderung der Helligkeit, sondern nur ein abweichendes Verhalten der ersten Jahre vorlag. Das tritt am besten zu Tage, wenn man, wie es oben für die anderen Beobachter geschah, die Helligkeit des Minimums für jeden Beobachtungstag berechnet. Dazu wurden die Schätzungen benutzt, die weniger als eine halbe Stunde von dem berechneten Minimum entfernt waren. In der folgenden Tafel sind die erhaltenen Tageswerte zusammengestellt; die Zahlen unter *s*, *a* und *g* geben die Summen der Gewichte, die Anzahl der benutzten Beobachtungen und das angenommene Gewicht.

Tag.	Hellig-keit.	*s*.	*a*.	*g*.	Tag.	Hellig-keit.	*s*.	*a*.	*g*.
40 Sept. 1	1,2	4	4	2	47 Nov. 5	4,4	4	2	2
Oct. 17	2,8	12^5	9	4	48 Jan. 7	2,5	5^5	6	2
Dec. 19	2,0	1	1	1	„ 27	3,7	7	7	3
„ 22	1,7	12	12	3	51 Febr. 24	1,1	3	3	2
„ 25	2,9	11^5	12	3	Oct. 20	4,0	6	3	2
41 Aug. 14	3,1	9	9	3	52 März 20	3,9	3	3	2
Sept. 29	3,5	9^5	6	3	Juli 24	4,0	4^5	5	2
Oct. 19	0,5	2	2	1	53 Febr. 4	5,1	1	2	1
42 Oct. 21	4,5	1	1	1	Oct. 3	3,3	12	6	3
Dec. 3	1,4	1	1	1	„ 23	2,3	7	8	2
43 Sept. 13	2,8	4^5	8	2	„ 26	3,6	13	8	4
44 Jan. 23	1,6	1	1	1	Nov. 12	2,5	10	5	3
45 Aug. 24	2,8	4	3	2	Dec. 2	2,4	4^5	7	2
Oct. 29	2,6	6^5	5	3	54 Jan. 20	3,1	18	6	4
46 Sept. 18	3,3	5	5	2	März 4	2,2	6	6	2
47 Nov. 2	3,4	6	3	2	Sept. 12	1,9	5	4	2

Tag.			Hellig-keit.	s.	a.	g.	Tag.			Hellig-keit.	s.	a.	g.
54	Oct.	2	3,0	15	5	4	57	Nov.	19	3,0	10	5	3
	„	28	3,4	17	6	4	58	Jan.	4	2,5	8	4	3
	Dec.	7	3,2	14	7	4		„	27	3,2	10	5	3
55	Jan.	19	3,9	6	6	2		Febr.	16	3,6	3	1	2
	„	22	3,9	14	7	4		„	19	2,6	8	4	3
	Nov.	19	2,9	4^{5}	6	2		März	11	3,4	3	3	2
56	Jan.	24	5,0	0^{5}	1	1		Oct.	12	3,0	8	4	3
	Aug.	3	3,6	1^{5}	3	1		Nov.	4	2,9	8	4	3
	Oct.	28	3,8	17	7	4	59	Juli	17	3,8	13	6	4
	„	31	4,0	15	5	4		Nov.	3	3,5	2	1	1
57	Jan.	2	3,4	8	4	3		„	6	3,0	11	6	3
	Aug.	25	3,5	12	6	3	62	März	18	4,1	3	6	2
	Sept.	17	2,3	12	6	3	66	Febr.	13	3,2	5	5	2

Die Abweichungen dieser Tageswerte von ihrem mit den s als Gewichten berechneten Mittel 3,12 ergeben als m. F. der Gewichtseinheit $\sqrt{3,36}$; dieser Wert ist bedeutend höher als oben gefunden wurde; starke systematische Differenzen sind also auch hier angedeutet.

Deshalb wurden für die Bildung der nachfolgenden Reihe von Gruppenmitteln Gewichte g angenommen, die weniger stark von einander abweichen als die s, nämlich die den Quadratwurzeln aus s am nächsten kommenden ganzen Zahlen.

	Hellig-keit.	$\Sigma\, g$.	Anzahl Min.
1840 Sept. 1—40 Dec. 25	2,26	13	5
41 Aug. 14—44 Jan. 23	2,78	12	7
45 Aug. 24—48 Jan. 27	3,23	16	7
51 Febr. 24—53 Febr. 4	3,46	9	5
53 Oct. 3—54 März 4	2,90	20	7
54 Sept. 12—56 Jan. 24	3,32	23	8
56 Aug. 3—58 März 11	3,34	34	12
58 Oct. 12—66 Febr. 13	3.33	18	7

Es stellt sich heraus, dass besonders die erste Gruppe und einigermaszen auch die zweite von den anderen abweichen, die gegen einander nur unerhebliche Differenzen aufweisen. Aus den Abweichungen der Tageswerte von den Gruppenmitteln findet sich der m. F. für $g = 1$ zu $\sqrt{0{,}50}$; die Abweichungen der 6 letzten Gruppenmittel von ihrem allgemeinen Mittel 3,25 ergeben dafür $\sqrt{0{,}67}$, nur wenig mehr. Für die ganze Beobachtungsperiode von 1845 bis 1866 weisen also die Ergebnisse nicht auf eine fortschreitende oder regelmäszige zeitliche Änderung der Minimumhelligkeit hin.

Aus der erheblich geringeren mittleren Helligkeit der ersten Jahre wird man auch noch nicht auf einem wirklichen Helligkeitszuwachs in diesen Jahren schliessen dürfen. In den ersten Jahren sind die Beobachtungen mit dem blossen Auge angestellt, während nachher ein Opernglas benutzt wurde; dies kann eine Änderung in der Auffassung der an Farbe bedeutend verschiedenen Sterne a und Algol veranlasst haben. Daneben wird wohl in Betracht kommen, dass Argelander in diesen ersten Jahren die Methode der Stufenschätzungen erst ausbilden musste, so dass erst allmählich durch die Praxis die Beobachtungsmethode zu einer festen Routine wurde. In den ersten Jahren wurden auch zunächst Worte, dann nach Herschel'schem Muster Zeichen angewandt, um die Helligkeitsintervalle auszudrücken; nachher sind diese möglichst gut in Ziffern umgesetzt; auch dadurch ist eine systematische Abweichung wohl zu erklären. Es liegt daher keine Veranlassung vor, eine Änderung der Helligkeit des Minimums in den ersten Jahren anzunehmen. Da das Opernglas seit 1843 regelmässig benutzt wurde und mit dem Anwenden der Zahlen für Helligkeitsintervalle 1842 März 5 angefangen wurde, wird man die zweite der Gruppen noch zu den späteren mitnehmen können; die mittlere Helligkeit des Minimums wird dann 3,21 ± 0,07.

KAPITEL VI.

Die photometrischen Messungen.

Die zunehmende Anwendung von Photometern zu der Bestimmung der Helligkeit der Himmelskörper hat auch zu ihrer Benutzung bei veränderlichen Sternen geführt, und unter ihnen war es oft Algol, der als geeignetes Beobachtungsobject ausgewählt wurde, einerseits weil hier grössere, nach der Argelander'schen Methode angestellten Beobachtungsreihen zur Vergleichung der beiden Methoden heranzuziehen waren, anderseits, weil besonders bei Algol das Bedürfnis nach Angaben der Helligkeitsänderung in absolutem Masze empfunden wurde. Die bei der Argelander'schen Methode benutzte Einheit, die Stufe, ist eine subjective Grösse, von der man nicht *a priori* weiss, ob sie nicht von mehreren Umständen beeinflusst wird, unter denen besonders eine Abhängigkeit von der absoluten Helligkeit die Gestalt der Lichtcurve systematisch fälschen und die Vergleichung der Beobachtungsergebnisse mit der Berechnung verfehlt machen kann. Daneben kommt als bedeutendster Mangel der Stufenschätzungsmethode der Einfluss psychologischer Wirkungen, wie die Erinnerung an vorige Schätzungen oder gewisse vorgefasste Meinungen über die zu erwartenden Helligkeitsänderungen. Daher kann man nicht die Genauigkeit der Resultate erhöhen, indem man die Beobachtungen rascher aufeinander folgen lässt. In der Vermeidung dieser Fehler psychologischen Ursprunges besteht eben der grösste Vorzug der photometrischen Messungen; da die Ergebnisse für die Helligkeit erst nachher durch eine Berechnung aus den Ablesungen gefunden werden, können solche Fehler bei einiger Vorsicht nicht auftreten.

Dem steht der Nachteil gegenüber, dass auch bei den am meisten geübten Beobachtern die zufälligen Fehler der photometrischen Messungen kaum kleiner sind als bei der Argelander'schen Methode, während sie einen bedeutend grösseren Arbeitsaufwand erfordern. Eine gute photometrische Bestimmung der Lichtcurve Algols fordert eine Beobachtungsreihe, die sich über sehr viele Abende, und an jedem Abend über sehr viele Stunden erstreckt. Nur solche Reihen haben für unser Wissen vom Algol Bedeutung; das hat wohl viele Astronomen, die über Photometer verfügen, davon abgehalten, damit Algolbeobachtungen anzustellen. Dies ist um so mehr zu bedauern, als die Beantwortung der jetzt hervortretenden Fragen über die Structur des Algolsystems nur durch die genauesten und ausgedehntesten Beobachtungsreihen möglich ist. Die Messungen, die bei der jetzigen Untersuchung allein in Betracht kommen können, sind die auf der Harvard-Sternwarte in Cambridge Mass. und die in Potsdam angestellten.

Die Messungen in Cambridge. In den Jahren 1880—81 wurden auf der Harvard-Sternwarte photometrische Messungen von Algol angestellt, deren Resultate in dem Aufsatze „Photometric measurements of the variable stars β Persei and *D M* 81°25 [1])" veröffentlicht wurden. Dort findet sich eine Beschreibung des benutzten Instruments; dicht hinter dem Objectiv war ein Rochon-Prisma angebracht, das von jedem Stern in der Focalebene zwei Bilder in einer Entfernung von nahe 100′ erzeugte, deren Licht in zwei senkrecht zu einander stehenden Ebenen polarisiert war. Das eine der Bilder von β Persei und das andere von ω Persei, die dicht neben einander standen, wurden durch Drehung eines sich vor dem Ocular befindenden Nicolprismas an Helligkeit einander gleich gemacht; der Winkel des Nicols mit den Polarisationsebenen der Bilder ergab dann den Helligkeitsunterschied der beiden Sterne, der sofort in theoretischen Grössenklassen ausgedrückt wurde. An den Messungen beteiligten sich drei Beobachter, E. C. Pickering, A. Searle und O. C. Wendell, die jedesmal einander ablösten. Es zeigten sich zwischen ihnen constante Unterschiede, die aus den Beobachtungen des vollen Lichtes

1) Proceedings of the American Academy, Vol. XVI.

zu $P - W = 0{,}00$, $P - S = +0{,}22$ bestimmt wurden; damit wurden die Resultate der anderen auf P reduciert; am Ende der Discussion wurde aus dem ganzen Material gefunden: $P - W = -0{,}05$; $P - S = +0{,}17$.

Da diese Messungen, als ich meine Rechnungen anfing, die einzige damals bekannte ausgedehnte photometrische Beobachtungsreihe waren, eine eingehende Untersuchung daher erwünscht schien, hat mir Herr Direktor Pickering auf meine Bitte eine Copie der einzelnen Beobachtungsresultate freundlichst zur Verfügung gestellt, der später die Copie einer kleineren Reihe von Wendell aus dem Jahre 1898 hinzugefügt wurde, deren Resultate noch nicht veröffentlicht sind. Auf dieses Material gründet sich die nachfolgende Discussion [1]). Die Phasen wurden abgeleitet aus den folgenden nach der Chandler'schen Formel berechneten Zeiten des Minimums:

a	$E = -922$	1880 Oct. 7	15^h	$25^m{,}6$	M.Z.Gr.
b	-921	„ „ 10	12	14 ,2	„
c	-913	„ Nov. 2	10	43 ,7	„
d	-907	„ „ 19	15	36 ,6	„
e	-906	„ „ 22	12	25 ,6	„
f	-900	„ Dec. 9	17	19 ,3	„
g	-892	1881 Jan. 1	15	51 ,9	„

Die beobachteten Werte für den Unterschied $\beta - \omega$ wurden zuerst durch die Correctionen für $W = -0{,}05$, für $S = +0{,}17$, auf P reduciert, und dann nach der Phase geordnet. Nachdem Mittel berechnet waren und eine Lichtcurve gebildet war, zeigte sich aus den Abweichungen der einzelnen Beobachtungen von der Curve, dass sie noch grosse systematische Fehler, besonders bei Searle, enthielten. Pickering hatte in seiner ersten Discussion schon die Searle'schen Messungen am 19. Nov. wegen ihrer grossen Abweichung verwerfen müssen; es zeigte sich jetzt, dass seine Messungen am 10. Oct. gleich viel von der Curve abwichen. Acht Messungen am 10. Oct. gaben im Mittel eine Abweichung $+0{,}33$, sieben Messungen am 19. Nov.

1) Eine spätere Reihe von Vergleichungen mit dem Stern $DM + 40°664$ (Grösse 6,18), von Wendell im Jahre 1901 angestellt, konnte bei dieser Untersuchung nicht mehr benutzt werden.

im Mittel — 0,34. Aus den Quadraten aller Abweichungen wurde als m. F. gefunden:

aus 86 Beob. von P $\sqrt{0{,}0100}$
„ 61 „ „ W $\sqrt{0{,}0079}$
„ 52 „ „ S $\sqrt{0{,}0508}$

oder bei Ausschluss dieser beiden Tage:

aus 37 Beob. von S $\sqrt{0{,}0223}$.

Wenn man diese beiden Tage ausschliesst, zeigen sich die Beobachtungen von Searle doch noch viel schlechter als die der beiden anderen Beobachter. Da sie das Gesamtgewicht der Resultate also kaum erhöhen können, wurden sie alle weggelassen. Für das volle Licht bekommt man dann aus 12 Messungen von P und 4 von W den Betrag 2,66, wobei allerdings eine Messung von P (1,94) ausgeschlossen wurde, weil ihre Abweichung nicht von gewöhnlichen Beobachtungsfehlern herrühren kann.

In der folgenden Tafel sind alle Messungen, nach der Phase geordnet, enthalten; die Searle'schen Zahlen stehen in Klammern; die Buchstaben der 3. Spalte geben die Beobachter, die der 4. Spalte die Beobachtungstage an.

Phase.	$\beta - \omega$.	Beob.	Tag.	$B - R_1$.	$B - R_2$.	Phase.	$\beta - \omega$.	Beob.	Tag.	$B - R_1$.	$B - R_2$.
$-4^h 33^m$	2,77	W	f	+ 11	+ 13	$-3^h 19^m$	2,52	P	f	− 4	+ 1
13	(2,75)	S	f	(+ 11)	(+ 14)	17	2,56	P	g	+ 1	+ 6
− 3 55	2,69	P	f	+ 6	+ 10	15	2,61	W	f	+ 6	+ 11
55	2,63	P	a	+ 1	+ 4	15	(2,15)	S	d	(− 39)	(− 35)
49	2,61	W	f	− 1	+ 3	10	2,51	P	f	− 2	+ 2
43	2,66	P	a	+ 5	+ 9	8	2,62	P	g	+ 10	+ 14
43	(2,17)	S	d	(− 44)	(− 40)	7	2,56	W	d	+ 4	+ 8
40	2,52	P	f	− 8	− 4	5	2,54	W	f	+ 3	+ 6
32	(2,22)	S	d	(− 36)	(− 32)	1	2,57	P	g	+ 7	+ 11
32	2,60	W	f	+ 2	+ 6	0	2,40	P	f	− 10	− 6
28	2,55	P	f	− 3	+ 2	− 2 56	2,53	P	g	+ 5	+ 8
26	(2,08)	S	d	(− 49)	(− 45)	54	(2,58)	S	f	(+ 10)	(+ 14)
24	2,51	P	f	− 6	− 1	51	2,46	P	g	0	+ 3
23	2,66	P	a	+ 9	+ 14	49	2,45	P	a	− 1	+ 2
21	(2,24)	S	d	(− 32)	(− 27)	44	2,42	W	g	− 1	+ 1

Phase.	$\beta-\omega$.	Beob.	Tag.	$B-R_1$.	$B-R_2$.	Phase.	$\beta-\omega$.	Beob.	Tag.	$B-R_1$.	$B-R_2$.
$-2^{h}39^{m}$	2,50	*P*	*a*	+ 9	+11	$-0^{h}45^{m}$	(1,58)	*S*	*e*	(−20)	(−18)
37	2,59	*P*	*g*	+20	+21	41	1,80	*W*	*g*	+ 4	+ 6
33	2,31	*W*	*d*	− 6	− 5	38	1,59	*P*	*b*	−16	−13
29	2,32	*W*	*g*	− 4	− 3	35	1,79	*P*	*g*	+ 5	+ 9
24	(2,54)	*S*	*a*	(+21)	(+21)	34	1,60	*W*	*a*	−13	−10
24	2,25	*W*	*d*	− 8	− 8	33	(1,50)	*S*	*e*	(−22)	(−20)
16	2,30	*W*	*g*	+ 1	+ 1	27	1,80	*W*	*g*	+10	+13
15	2,23	*W*	*e*	− 5	− 6	25	1,61	*P*	*a*	− 8	− 5
12	2,51	*W*	*a*	+25	+23	23	(1,78)	*S*	*b*	(+10)	(+12)
8	2,15	*P*	*e*	− 9	−11	23	1,76	*W*	*e*	+ 8	+10
8	(2,07)	*S*	*g*	(−17)	(−19)	22	1,69	*P*	*g*	+ 1	+ 3
7	2,24	*W*	*g*	+ 1	− 2	17	1,68	*W*	*a*	+ 2	+ 4
−2 1	2,24	*W*	*e*	+ 4	+ 2	17	1,83	*W*	*g*	+17	+19
−1 58	2,18	*W*	*d*	0	− 3	15	(1,57)	*S*	*e*	(− 8)	(− 7)
56	(2,19)	*S*	*a*	(+ 2)	(− 1)	12	1,53	*P*	*b*	−11	−10
54	2,11	*P*	*e*	− 4	− 7	12	1.65	*P*	*g*	+ 1	+ 2
49	(1,76)	*S*	*d*	(−36)	(−39)	10	1,66	*P*	*a*	+ 3	+ 4
47	2,14	*W*	*e*	+ 3	0	7	1,49	*P*	*e*	−13	−13
44	2,18	*W*	*a*	+ 9	+ 6	3	1,47	*W*	*a*	−15	−14
40	2,04	*P*	*e*	− 3	− 6	2	(1,83)	*S*	*b*	(+22)	(+22)
40	2,04	*W*	*d*	− 3	− 6	−0 2	1,53	*P*	*e*	− 8	− 8
37	(1,78)	*S*	*g*	(−28)	(−30)	+0 4	1,42	*P*	*e*	−18	−19
34	(2,02)	*S*	*a*	(− 2)	(− 4)	5	1,55	*P*	*a*	− 5	− 5
28	(1,62)	*S*	*d*	(−39)	(−41)	8	1,66	*P*	*b*	+ 6	+ 6
26	1,98	*W*	*a*	− 2	− 4	9	1,67	*P*	*c*	+ 7	+ 7
21	1,98	*W*	*d*	0	− 1	11	1,58	*W*	*a*	− 2	− 2
20	(1,52)	*S*	*g*	(−45)	(−46)	16	1,61	*P*	*c*	+ 1	0
17	(2,07)	*S*	*a*	(+12)	(+11)	19	1,67	*W*	*e*	+ 6	+ 6
12	(1,99)	*S*	*e*	(+ 7)	(+ 6)	24	1,65	*P*	*c*	+ 3	+ 4
11	2,02	*W*	*g*	+10	+ 9	24	(1.98)	*S*	*b*	(+36)	(+37)
10	1,95	*P*	*a*	+ 4	+ 3	27	1,72	*P*	*g*	+ 9	+10
4	1,91	*P*	*e*	+ 3	+ 3	27	1,74	*W*	*e*	+11	+12
4	1,72	*W*	*a*	−16	−16	33	(1,80)	*S*	*g*	(+15)	(+17)
−1 1	1,77	*W*	*g*	− 9	−10	35	1,73	*P*	*b*	+ 7	+ 9
−0 59	1,89	*P*	*b*	+ 3	+ 4	35	1,58	*P*	*a*	− 8	− 6
55	1,85	*P*	*g*	+ 1	+ 3	35	(1,61)	*S*	*c*	(− 5)	(− 3)
54	1,82	*P*	*a*	− 1	0	36	1,79	*W*	*e*	+13	+15
51	1,78	*P*	*g*	− 4	− 2	39	1,71	*P*	*g*	+ 3	+ 6
49	1,69	*P*	*b*	−11	− 9	43	(1,68)	*S*	*a*	(− 2)	(+ 2)

Phase.	$\beta - \omega$.	Beob.	Tag.	$B - R_1$.	$B - R_2$.
$+0^h 44^m$	1,74	*W*	*e*	+ 4	+ 8
44	1,58	*P*	*c*	− 12	− 8
45	1,75	*W*	*g*	+ 5	+ 9
50	1,74	*P*	*g*	+ 1	+ 6
50	1,60	*W*	*a*	− 13	− 8
52	(1,58)	*S*	*e*	(− 16)	(− 11)
53	(1,69)	*S*	*c*	(− 5)	(− 1)
55	1,58	*P*	*a*	− 18	− 12
56	(2,18)	*S*	*b*	(+ 42)	(+ 47)
+ 1 0	1,76	*W*	*e*	− 2	+ 3
1	1,71	*P*	*c*	− 8	− 3
5	(1,79)	*S*	*a*	(− 2)	(+ 3)
8	1,99	*P*	*b*	+ 16	+ 21
8	(1,88)	*S*	*c*	(+ 5)	(+ 10)
9	(1,72)	*S*	*e*	(− 11)	(− 6)
13	1,87	*W*	*a*	+ 1	+ 6
16	1,81	*W*	*c*	− 7	− 2
19	(2,34)	*S*	*b*	(+ 45)	(+ 49)
19	1,77	*P*	*a*	− 12	− 8
24	1,79	*P*	*c*	− 13	− 9
26	(1,75)	*S*	*a*	(− 18)	(− 15)
27	2,20	*P*	*b*	+ 26	+ 30
35	1,95	*W*	*e*	− 3	0
36	(2,39)	*S*	*b*	(+ 36)	(+ 39)
36	1,96	*W*	*a*	− 3	0
44	2,28	*P*	*b*	+ 25	+ 28
44	1,98	*P*	*a*	− 5	− 2
47	1,91	*P*	*c*	− 13	− 11
52	(2,35)	*S*	*b*	(+ 32)	(+ 34)
52	1,90	*P*	*c*	− 17	− 15
55	(1,95)	*S*	*a*	(− 13)	(− 12)
59	2,09	*P*	*c*	− 1	0
+ 2 0	2,20	*P*	*b*	+ 9	+ 10
0	2,21	*W*	*e*	+ 10	+ 11
5	2,13	*P*	*c*	0	0
7	2,22	*W*	*a*	+ 8	+ 8
10	(2,53)	*S*	*b*	(+ 38)	(+ 37)
11	2,18	*P*	*c*	+ 3	+ 1
15	2,02	*P*	*a*	− 15	− 17
$+2^h 17^m$	2,36	*P*	*b*	+ 18	+ 16
18	2,17	*P*	*c*	− 1	− 4
23	2,31	*P*	*c*	+ 11	+ 7
25	2,17	*W*	*e*	− 4	− 7
29	(2,07)	*S*	*a*	(− 16)	(− 19)
30	2,26	*P*	*c*	+ 3	− 1
36	2,30	*P*	*c*	+ 5	+ 1
42	2,30	*P*	*e*	+ 2	− 2
50	(2,32)	*S*	*e*	(+ 1)	(− 3)
50	2,27	*W*	*a*	− 4	− 8
56	2,36	*P*	*e*	+ 3	− 2
56	(2,27)	*S*	*c*	(− 6)	(− 11)
57	2,26	*P*	*a*	− 7	− 12
+ 3 5	(2,17)	*S*	*c*	(− 19)	(− 24)
15	2,37	*W*	*c*	− 3	− 7
19	(2,54)	*S*	*a*	(+ 13)	(+ 8)
23	(2,27)	*S*	*c*	(− 15)	(− 20)
26	2,44	*P*	*e*	+ 1	− 4
28	2,46	*W*	*a*	+ 3	− 2
31	2,35	*W*	*c*	− 9	− 14
33	(2,62)	*S*	*e*	(+ 17)	(+ 12)
35	2,44	*P*	*a*	− 2	− 6
39	(2,41)	*S*	*c*	(− 6)	(− 10)
41	2,58	*P*	*e*	+ 11	+ 7
41	(2,54)	*S*	*a*	(+ 7)	(+ 3)
48	2,38	*W*	*c*	− 11	− 15
50	2,45	*W*	*a*	− 4	− 9
56	2,55	*P*	*a*	+ 4	0
57	(2,38)	*S*	*c*	(− 13)	(− 17)
+ 4 3	2,54	*W*	*c*	+ 1	− 3
4	(2,53)	*S*	*a*	(0)	(− 4)
8	2,62	*P*	*c*	+ 8	+ 4
13	2,58	*W*	*a*	+ 2	− 1
14	2,55	*W*	*c*	− 1	− 4
19	2,39	*P*	*a*	− 18	− 21
20	2,62	*P*	*c*	+ 5	+ 2
24	(2,71)	*S*	*a*	(+ 13)	(+ 10)
25	2,57	*P*	*c*	− 1	− 4
31	2,47	*W*	*c*	− 13	− 15

Phase.	$\beta-\omega$.	Beob.	Tag.	$B-R_1$.	$B-R_2$.	Phase.	$\beta-\omega$.	Beob.	Tag.	$B-R_1$.	$B-R_2$.
$+4^h34^m$	2,62	*W*	*a*	+ 1	0	$+5^h\ 4^m$	2,75	*P*	*c*	+11	+10
37	2,58	*P*	*c*	− 3	− 5	11	2,53	*W*	*c*	−12	−13
40	2,62	*P*	*a*	0	− 1	18	2,69	*P*	*c*	+ 3	+ 3
44	2,47	*W*	*c*	−15	−16	25	2,57	*W*	*c*	− 9	− 9
51	2,69	*P*	*c*	+ 6	+ 5	31	2,77	*P*	*c*	+11	+11
56	2,49	*W*	*c*	−15	−16	41	(2,49)	*S*	*c*	(−17)	(−17)

Die Ergebnisse von *P* und *W* sind zusammen benutzt worden, um eine Lichtcurve zu bilden, die den Beobachtungen möglichst gut genügte; sie ist in der folgenden Tafel wiedergegeben.

Phase.	Asymm. Curve vor d. M.	Asymm. Curve nach d. M.	Symm. Curve	Phase.	Asymm. Curve vor d. M.	Asymm. Curve nach d. M.	Symm. Curve
5^h20^m	2,66	2,66	2,66	2^h30^m	2,36	2,23	2,31
10	2,66	2,65	2,66	20	2,31	2,19	2,27
0	2,66	2,64	2,66	10	2,25	2,15	2,22
4 50	2,66	2,63	2,65	0	2,19	2,11	2,16
40	2,66	2,62	2,64	1 50	2,13	2,06	2,10
30	2,66	2,60	2,63	40	2,07	2,01	2,04
20	2,65	2,57	2,62	30	2,02	1,95	1,98
10	2,64	2,55	2,60	20	1,97	1,90	1,92
0	2,63	2,52	2,58	10	1,91	1,84	1,86
3 50	2,62	2,49	2,56	0	1,86	1,78	1,79
40	2,60	2,47	2,54	0 50	1,81	1,73	1,73
30	2,58	2,44	2,51	40	1,76	1,68	1,68
20	2,56	2,41	2,49	30	1,71	1,64	1,65
10	2,53	2,38	2,46	20	1,67	1,61	1,62
0	2,50	2,34	2,43	10	1,63	1,60	1,61
2 50	2,46	2,31	2,39	0 0	1,61	1,61	1,60
40	2,41	2,27	2,35				

Die Abweichungen, die sie übrig lässt, sind unter $B-R_1$ in Einheiten der zweiten Stelle angegeben, sie zeigen, wenn man die von *S* nicht berücksichtigt, 61 Zeichenfolgen und 75 Zeichenwechsel; der Anschluss an die Beobachtungen ist also mehr als befriedigend.

Die Summe der Fehlerquadrate, 1,150, ergiebt als m. F. einer Beobachtung $\sqrt{0,0082}$, oder, nach den Beobachtern getrennt, $\sqrt{0,0087}$ für P, $\sqrt{0,0074}$ für W, also zwischen 0,08 und 0,09 Grkl.

Die Gestalt dieser Curve ist in ihrem mittleren Teile fast vollständig symmetrisch; weiter als 2^h von dem Minimum entfernt wird die Zunahme langsamer als die Abnahme. Das Minimum, wo $\beta - \omega = 1{,}60$ Grkl. ist, liegt bei $+ 9^m$. Die Zeiten gleicher Helligkeit vor und nach dem Minimum, ihre Mitte, und die Abweichung dieser Mitte von der Zeit des Minimums sind:

$\beta - \omega$	Phase neg.	Phase pos.	Mitte	Abw.
1,71	-0^h30^m	$+0^h46^m$	$+8^m$	-1^m
1,86	1 0	1 13	+ 6 ,5	− 2 ,5
2,02	1 30	1 42	+ 6	− 3
2,19	2 0	2 20	+10	+ 1
2,36	2 30	3 5	+17 ,5	+ 8 ,5
2,50	3 0	3 53	+26 ,5	+17 ,5
2,58	3 30	4 23	+26 ,5	+17 ,5
2,63	4 0	4 50	+25	+16

Da diese Abweichung von der Symmetrie in den äussersten Phasen stattfindet, wo die Änderungen langsamer sind, und einer kleinen Helligkeitsdifferenz ein grosses Zeitintervall entspricht, ist es erwünscht, zu untersuchen, wie grosse Fehler eine vollständig symmetrische Curve in den gemessenen Helligkeiten übrig lässt. Diese Curve ist in der letzten Spalte der Tafel auf der vorigen Seite enthalten, und die dabei übrig bleibenden Fehler, die in die Spalte $B - R_2$ der Tafel S. 128 ff. gesetzt sind, ergeben als Summe der Fehlerquadrate 1,296 und als m. F. einer Beobachtung $\sqrt{0,0092}$ ($\sqrt{0,0094}$ für P, $\sqrt{0,0089}$ für W); die Anzahl der Zeichenfolgen ist jetzt 70 geworden gegen 59 Zeichenwechsel. Wie zu erwarten, sind es besonders die äussersten Phasen, wo die Zeichenfolgen vorherrschen; zwischen -3^h und -4^h Phase giebt es 3 negative und 15 positive, zwischen $+3^h$ und $+4^h$ aber 7 negative und 1 positive, zwischen $+4^h$ und $+5^h$ endlich 10 negative und 3 positive Abweichungen.

Ist man hiernach geneigt, die Asymmetrie der äussersten Curventeile als eine wohlbegründete Thatsache anzusehen, so weisen anderseits die Abweichungen noch etwas Systematisches auf, wodurch sie wieder zweifelhafter wird. Es zeigt sich nämlich, dass die Abweichungen bei demselben Beobachter und an demselben Tage nicht von einander unabhängig sind, oder dass sie noch systematische Fehler enthalten. Um dies besser hervortreten zu lassen, haben wir in der folgenden Tafel die Abweichungen für die verschiedenen Tage und für die beiden Beobachter getrennt. Die durch verticale Linien getrennten Spalten geben die Tage, die horizontalen die Stunden der Phase, wobei innerhalb jeder Abteilung die Abweichungen $B - R_1$ für P an der linken, für W an der rechten Seite stehen. Zählt man jetzt in jeder der 12 Columnen die Zeichenfolgen und Zeichenwechsel, so findet man im ganzen 84 der ersteren gegen nur 42 der letzteren. Dadurch zeigt sich, dass noch Fehler darin stecken, die für jeden Beobachter an demselben Tage constant sind oder nur langsam verlaufen, für verschiedene Tage und Beobachter dagegen verschieden sind. So sieht man z. B., dass bei a zwischen -1^h und $+1^h$ Phase die Abweichungen vorherrschend negativ, bei g positiv sind. Bei e sind in den mittleren Phasen die Abweichungen bei P mehr negativ, bei W mehr positiv, gleich wie am Tage f in dem Anfange der Curve; dagegen überwiegt bei c in der zweiten Hälfte der Curve für W das negative, für P das positive Zeichen. Am grössten sind die Abweichungen am Tage b, wo sie nach dem Minimum immer mehr wachsen und dann zwischen 2^h und 3^h aufhören (die Reihe wurde durch Wolken abgebrochen). Wäre diese Reihe mit ihren Abweichungen fortgeführt, so wären alle Beobachtungsmittel in den folgenden Phasen grösser geworden; jetzt erhöhen die angestellten Beobachtungen die mittlere Helligkeit der Lichtcurve zwischen $+1^h$ und $+2^h,5$, verfrühen das Minimum und vergrössern die Asymmetrie der äussersten Curventeile. Die Beobachtungen dieses Tages ausschliessen wäre nicht von Willkür frei, denn auf die gegenseitige Helligkeit zweier so nahe bei einander liegenden Sterne werden nicht stundenlang Wolken einen gleichbleibenden Einfluss ausgeübt haben können. Es zeigt sich aus diesen Betrachtungen, dass das Material sich über zu wenig Beobachtungstage erstreckt, um über kleinere Unterschiede der Curvengestalt entscheiden zu können. In den äussersten Phasen, die das Resultat für die Asymmetrie lieferten, sind nur ein paar Tage

	a	b	c	d	e	f	g
						+ 11	
− 4	+ 1 + 5 + 9			+ 4		+ 6 − 1 − 8 + 2 − 3 − 6 − 4 − 2 + 6 − 10 + 3	+ 1 + 10 + 7
− 3	− 1 + 9 + 25			− 6 − 8	− 5 − 9 + 4		+ 5 − [illegible] 0 − [illegible] + 20 + [illegible] + [illegible]
− 2	+ 9 − 2 + 4 − 16			0 − 3 0	− 4 − 3 + 3 + 3		+ [illegible] − [illegible]
− 1	− 1 − 13 − 8 + 2 + 3 − 15	+ 3 − 11 − 16 − 11			+ 8 − 13 − 8		+ 1 − 4 + [illegible] + 5 + [illegible] + 1 + [illegible] + 1
0	− 5 − 2 − 8 − 13 − 18	+ 6 + 7	+ 7 + 1 + 3 − 12		− 18 + 6 + 11 + 13 + 4		+ 9 + 3 + [illegible] + 1
+ 1	+ 1 − 12 − 3 − 5	+ 16 + 26 + 25	− 8 − 13 − 7 − 13 − 17 − 1		− 2 − 3		
+ 2	+ 8 − 15 − 7 − 4	+ 9 + 18	0 + 3 − 1 + 11 + 3 + 5		+ 10 − 4 + 2 + 3		
+ 3	− 3 − 2 + 4 + 4		− 3 − 9 − 11		+ 1 + 11		
+ 4	− 18 + 2 0 + 1		+ 8 + 1 + 5 − 1 − 1 − 13 − 3 − 15 + 6 − 15				
+ 5			+ 11 + 3 − 12 + 11 − 9				

vertreten; daher wird dieses Resultat mit bedeutenden systematischen Fehlern behaftet sein, und ein Zweifel an der Realität der Asymmetrie bleibt noch gestattet.

Die 1898 von Wendell ausgeführten Messungen erstrecken sich nur über drei Beobachtungstage, wofür die Zeiten des Minimums, mit der Chandler'schen Formel und der Correctionsformel aus Kap. I berechnet, die folgenden sind:

h	$E = +1293$	1898 Febr. 26	$16^h 11^m,2$	M.Z.Gr.
i	$+1294$	„ März 1	13 0 ,5	„
k	$+1310$	„ Apr. 16	10 8 ,2	„

Daneben sind 4 Messungen des vollen Lichtes am 3. März und 3 am 8. März ausgeführt, die im Mittel 2,71 ergeben. Die Messungen der verschiedenen Tage greifen kaum über einander; die erste Hälfte der Curve ruht fast ausschliesslich auf dem ersten, die 2te auf dem zweiten Tage. Die folgende Tafel giebt die nach der Phase geordneten Resultate; die unmittelbar beobachteten Differenzen $\beta - \omega$ haben wir um $-0,05$ corrigiert, um sie mit der älteren Reihe homogen zu machen.

Phase.	$\beta - \omega$	Tag.	$B - R_1$	$B - R_2$	Phase.	$\beta - \omega$	Tag.	$B - R_1$	$B - R_2$
$-3^h 30^m$	2,50	*h*	-4	0	$+0^h 48^m$	1,73	*i*	-6	-1
11	2,37	*h*	-12	-8	$+1$ 5	1,87	*i*	-2	$+2$
-2 24	2,13	*h*	-12	-14	13	1,87	*i*	-7	-3
8	2,07	*h*	-8	-11	28	2,01	*i*	-2	$+2$
-1 45	1,94	*h*	-8	-11	36	2,04	*i*	-2	0
13	1,79	*h*	-7	-6	$+2$ 1	2,17	*i*	0	-2
1	1,70	*h*	-10	-7	9	2,19	*i*	-1	-5
-0 50	1,69	*h*	-5	-2	31	2,27	*i*	-2	-6
38	1,61	*h*	-8	-5	40	2,33	*i*	$+1$	-4
35	1,64	*i*	-3	-1	56	2,43	*k*	$+5$	0
27	1,51	*h*	-13	-12	$+3$ 12	2,53	*k*	$+10$	$+8$
24	1,55	*i*	-8	-7	27	2,53	*k*	$+6$	$+1$
15	1,57	*i*	-4	-4	30	2,57	*i*	$+9$	$+5$
-0 1	1,53	*i*	-7	-7	38	2,65	*i*	$+15$	$+11$
$+0$ 18	1,55	*i*	-10	-8	43	2,55	*k*	$+4$	0
39	1,63	*i*	-11	-7					

Die Abweichungen $B - R_1$ und $B - R_2$ beziehen sich auf die aus dem älteren Material abgeleiteten Lichtcurven, in der Annahme, dass der jetzige Ausgangspunkt für die Zählung der Zeit für die asymmetrische mit $+16^m$, für die symmetrische mit $+4^m$ in der Tafel S. 131 übereinstimmt.

Aus den Abweichungen geht hervor, dass hier die Zunahme in den letzten Phasen nicht so langsam ist, wie die asymmetrische Curve anzeigt; die Curve erscheint symmetrischer oder zeigt sogar eine Asymmetrie in dem anderen Sinne; doch wird man nach den Ergebnissen der Discussion der älteren Reihe kaum wagen, aus diesem kleinen Material etwas bestimmtes abzuleiten. Wohl scheint das Vorherrschen des negativen Zeichens darauf hinzuweisen, dass das Minimum jetzt schwächer ist, als i. J. 1880; die mittlere Abweichung zwischen -1^h und $+1^h$ Phase ist nach der einen Curve $-0{,}075$, nach der anderen $-0{,}054$. Stellt man die mittleren Abweichungen zwischen -1^h und $+1^h$ Phase, die als Masz für die Helligkeit des Minimums dienen können, daneben auch für die älteren Beobachtungstage zusammen, so findet man:

Tag.	*P.*	*W.*
a	— 0,062 (6)	— 0,082 (5)
b	— 037 (6)	—
c	— 002 (4)	—
e	— 130 (3)	+ 084 (5)
g	+ 021 (8)	+ 090 (4)
h	—	— 087 (3)
i	—	— 070 (7)

Die systematischen negativen Abweichungen sind also, auch ihrem Betrage nach, von derselben Natur wie die Abweichungen, die sich in der älteren Reihe zwischen den einzelnen Tagen finden. Aus diesen neuen Messungen von Wendell ist also nicht mit Bestimmtheit abzuleiten, dass die Helligkeit im Minimum sich seit 1880 geändert hat. Eine grössere, sich über viele Beobachtungstage erstreckende, mit demselben Instrument, nach derselben Methode und von denselben Beobachtern ausgeführte Reihe, wird bei der bedeutenden Genauigkeit der Messungen zur Lösung dieser Frage viel beitragen können.

Die Messungen in Potsdam von G. Müller. In den Jahren 1878—81 und an einem Tage i. J. 1887 sind von G. Müller auf dem Astrophysikalischen Observatorium zu Potsdam eine grosse Anzahl Algolminima beobachtet worden mit demselben Zöllner-Photometer, das auch für die im 3. Bande der Potsd. Publ. veröffentlichten Extinctionsbeobachtungen gedient hat; die Resultate dieser Messungen sind erst neulich von dem Beobachter bekanntgegeben [1]). Sowohl wegen der aus anderen Untersuchungen bekannten Vorzüglichkeit der photometrischen Messungen dieses Beobachters, als auch wegen des bedeutenden Umfanges der Reihe, die aus 16 längeren Reihen an ebensovielen Tagen und daneben 70 über mehrere Tage zerstreuten, insgesamt aus 355 Beobachtungen besteht, haben die Müller'schen Messungen einen grossen Wert. Die Ergebnisse, welche der Beobachter aus ihnen ableitet, sind folgende: 1) sie weisen nirgendwo auf Einbiegungen oder sonstige Abweichungen von dem regelmässigen Curvenzuge hin; 2) die beiden Zweige sind bis zu 2^h vollkommen symmetrisch; weiter von dem Minimum entfernt zeigt sich die Helligkeit im aufsteigenden Ast etwas grösser (bei $3^h,5$ Phase um 0,07 Grkl.); doch ist der Unterschied kaum als verbürgt zu betrachten; 3) die ganze Dauer der Lichtänderung umfasst etwa 13^h und ist jedenfalls bedeutend grösser als man bisher annahm; 4) die Grösse des Minimums ist 3,55 im Potsdamer System (der fast immer benutzte Vergleichstern δ Persei wurde gleich 3,27 angenommen); die einzelnen Abendwerte schwanken nur zwischen 3,36 und 3,64; die Helligkeit im Minimum scheint also während der Jahre 1878—81 stets denselben Wert gehabt zu haben; 5) die Grösse im vollen Lichte ist 2,43; mitten zwischen den Minimis scheint die Helligkeit etwas geringer zu sein (2,48), doch ist die Zahl der Messungen zu gering, um bestimmtes abzuleiten.

Die Lichtcurve, wie sie vom Beobachter S. 193 l. c. gegeben wird, steht auf der folgenden Seite. Sie schliesst sich den S. 191 l. c. gegebenen Beobachtungsmitteln sehr genau an; vergleicht man sie jedoch mit den einzelnen Beobachtungen, so zeigen die Abweichungen einen stark ausgeprägten systematischen Charakter. Meistens

1) G. Müller; Die Lichtcurve Algols in den Jahren 1878–1881. Astron. Nachr., Bd. 156, S. 177 ff.

Phase.	Grösse		Phase.	Grösse	
	vor d. M.	nach d. M.		vor d. M.	nach d. M.
7^h 0	2,43	2,43	2^h 0	2,95	2,95
6 0	2,45	2,44	1 30	3,09	3,10
5 0	2,49	2,46	1 0	3,26	3,27
4 0	2,57	2,51	0 30	3,44	3,44
3 0	2,73	2,67	0 0	3,55	3,55

bilden sie lange Reihen mit gleichbleibendem Zeichen; an einigen Tagen haben alle Abweichungen, oder alle mit nur einer einzigen Ausnahme, dasselbe Zeichen. Zählt man an jedem Tage für sich die Verteilung der Zeichen, so findet man im Ganzen 189 Zeichenfolgen gegen nur 64 Zeichenwechsel. Der m. F. einer Beobachtung, der aus allen Abweichungen zu $\sqrt{0,0080}$ gefunden wird, wird durch Anbringung constanter Tagescorrectionen schon auf $\sqrt{0,0053}$ verringert; und an mehreren Tagen zeigt sich noch ein bestimmter Gang in den Zeichen.

Es stellt sich also auch hier heraus, dass entweder die photometrischen Beobachtungen mit systematischen Fehlern behaftet sind, die von Tag zu Tag wechseln, und dass bei ihnen nicht, wie man *a priori* als ihren grössten Vorzug anzunehmen geneigt war, die nach einander folgenden Messungen an demselben Tage unabhängig von einander sind; oder, da es auch möglich ist, dass die Abweichungen dem Sterne selbst zugeschrieben werden müssen, dass der Lichtwechsel Algols nicht in jedem Minimum derselbe ist. Zwischen diesen beiden Erklärungen wäre nur durch Hinzuziehung gleichzeitiger Beobachtungen von Anderen zu entscheiden. Da aber keiner der Potsdamer Beobachtungsabende mit Messungen in Cambridge zusammenfällt, ist hier die Auswahl nicht zu treffen.

Die Tageswerte für die Grösse des Minimums wird man aus diesen Abweichungen von der mittleren Curve berechnen können, indem man das Mittel der Abweichungen zwischen -1^h und $+1^h$ Phase als Abweichung des Minimums betrachtet. Man erhält dann (die Zahlen zwischen Klammern geben die Anzahl der benutzten Beobachtungen):

a	78	März 9	3,52	(7)		*i*	80	März 12	3,54	(13)
b		Nov. 2	3,54	(10)		*k*		Juli 16	3,57	(9)
c		Dec. 15	3,64	(13)		*l*		Aug. 28	3,48	(7)
d	79	Jan. 7	3,67	(11)		*m*		Aug. 31	3,56	(10)
e		Aug. 7	3,52	(10)		*n*		Sept. 20	3,50	(8)
f		Sept. 19	3,50	(11)		*o*	81	Jan. 27	3,53	(13)
g		Dec. 17	3,55	(9)		*p*		Febr. 2	3,49	(11)
h	80	Jan. 29	3,61	(10)		*q*	87	Sept. 16	3,53	(9)

Bildet man aus diesen Zahlen Oppositionsmittel, jeder dasselbe Gewicht zuerkennend, so findet man:

1878—79	3,59	aus	4	Minimis
1879—80	3,55	„	5	„
1880—81	3,52	„	6	„

Die geringe zeitliche Zunahme, die in diesen Zahlen angedeutet ist, erhebt sich so wenig über ihre nach den Abweichungen der Tageswerte von diesen Mitteln zu erwartende Unsicherheit, dass ihr eine reelle Bedeutung für das Verhalten Algols kaum zuerkannt werden darf.

Die starken systematischen Tagesabweichungen geben Anlass, die auffallend lange von Müller gefundene Dauer der Lichtänderung, auf ihre Sicherheit näher zu prüfen. Dabei bin ich zu etwas anderen Ergebnissen gekommen, als der Beobachter selbst abgeleitet hat. Eine Lichtcurve, wo die Abnahme bei der Phase 5^h30^m anfängt und die Zunahme 5^h0^m nach dem Minimum aufhört, wie es die folgenden bestimmenden Punkte angeben:

Phase.	Grösse vor d. M.	Grösse nach d. M.	Phase.	Grösse vor d. M.	Grösse nach d. M.
5^h30^m	2,43	2,43	3^h30^m	2,62	2,56
5 0	2,46	2,43	3 0	2,72	2,67
4 30	2,50	2,45	2 0	2,95	2,95
4 0	2,55	2,49			

stimmt in dem abnehmenden Aste nur wenig schlechter, in dem aufsteigenden sogar besser mit den Beobachtungen überein als die Müller'sche Curve. In der folgenden Tafel sind die Grössen und die Abweichungen zusammengestellt: Abw_1 nach dieser, Abw_2 nach der Müller'schen Curve. Die Buchstaben der 3ten Spalte beziehen sich auf die auf der vorigen Seite angeführten Minima; *r* ist bei drei Messungen am 16. Sept. 1879 gesetzt; die übrigen gehören zu den zerstreuten Messungen:

Phase.	Grösse.	Tag.	Abw_1	Abw_2	Abw_3	Phase.	Grösse.	Tag.	Abw_1	Abw_2	Abw_3
$-3^h\ 4^m$	2,83	*o*	+ 13	+ 10	+ 15	$-5^h 20^m$	2,47	*o*	+ 03	— 01	+ 04
13	2,66	*l*	— 01	— 03	+ 01	32	2,45	*o*	+ 02	— 02	+ 02
15	2,75	*o*	+ 09	+ 07	+ 11	41	2,52	*r*	+ 09	+ 06	+ 09
35	2,60	*l*	00	— 03	+ 02	46	2,43		00	— 02	00
41	2,70	*o*	+ 11	+ 08	+ 13	— 6 33	2,45	*o*	+ 02	+ 01	+ 02
42	2,52	*l*	— 07	— 09	— 04	44	2,40	*o*	— 03	— 04	— 03
46	2,74	*r*	+ 16	+ 14	+ 19						
50	2,58	*o*	+ 01	— 01	+ 04	+ 3 4	2,66		+ 01	+ 01	— 02
58	2,50		— 05	— 07	— 02	11	2,57	*i*	— 06	— 06	— 09
— 4 0	2,61	*o*	+ 06	+ 04	+ 09	23	2,68		+ 10	+ 09	+ 06
6	2,51		— 03	— 05	00	25	2,61	*d*	+ 03	+ 03	— 01
8	2,42	*l*	— 11	— 13	— 08	26	2,42	*i*	— 15	— 16	— 19
17	2,66		+ 14	+ 12	+ 17	33	2,60	*d*	+ 05	+ 04	+ 01
27	2,55	*o*	+ 05	+ 02	+ 07	45	2,51	*g*	— 01	— 03	— 05
34	2,41	*l*	— 08	— 11	— 06	56	2,46	*g*	— 04	— 06	— 10
41	2,41	*o*	— 07	— 10	— 05	+ 5 8	2,44		+ 01	— 01	00
43	2,41	*l*	— 07	— 10	— 05	35	2,44		+ 01	00	+ 01
44	2,61	*r*	+ 13	+ 10	+ 15	35	2,37		— 06	— 07	— 06
— 5 4	2,46		00	— 03	+ 02	58	2,42		— 01	— 01	— 01

Die Summe der Fehlerquadrate ist bei dem ersten Teil der Curve, aus Abw_1 0,153, aus Abw_2 0,130, in dem letzten Teil aber aus Abw_1 0,046, aus Abw_2 0,051. Es ist also eine noch etwas stärkere Asymmetrie angedeutet, als Müller annahm. Es zeigt sich aber auch, dass die systematischen Tagesabweichungen auf diese Schlüsse einen grossen Einfluss haben; an den Tagen *o* und *r* sind sie grösstenteils positiv und bei der Müller'schen Curve weniger abweichend, als bei der hier gegebenen; am Tage *l* sind sie negativ und stimmen mit der kürzeren Dauer besser überein. Ein einziger noch hinzukommender Beobachtungstag könnte das Verhältnis der Fehlerquadrate umkehren. Also ist die Gewissheit, womit die Müller'schen Messungen eine grössere Dauer als 11 Stunden erweisen, jedenfalls nicht gross.

Versucht man, die Beobachtungen der äussersten Phasen durch eine vollständig symmetrische Curve darzustellen, so zeigt sich, dass die Curve

5^h30^m	2,43	3^h30^m	2,60
5 0	2,44	3 0	2,69
4 30	2,47	2 30	2,81
4 0	2,52	2 0	2,95

die Abweichungen übrig lässt, die in der obigen Tafel unter Abw_3 stehen. Zwar überwiegt am Anfange das positive, am Ende das negative Zeichen, und werden die Summen der Fehlerquadrate bis auf 0,182 und 0,064 erhöht; da jedoch noch eine bedeutende Anzahl Zeichenwechsel auftritt, wird man die symmetrische Curve nicht als unvereinbar mit den Beobachtungen betrachten können.

Die Gestalt der von Müller gegebenen Curve zeigt noch eine auffallende Abweichung gegen die von anderen Beobachtern gefundene. Sie ist im Minimum schärfer; schon in kleinen Phasen wird die Geschwindigkeit der Lichtänderung bedeutend, und bei 1^h Phase ist sie am grössten. Die Ursache dafür wird man hauptsächlich suchen müssen in der Reductionsmethode, indem Müller bei der Berechnung der Phasen von den beobachteten Minimumzeiten ausgeht. Auch die Lichtcurve von Schmidt[1], der die beobachteten Minimumzeiten gleichfalls benutzte, zeigt die beiden Äste bis hart an das Minimum als gerade Linien. Bei dieser Methode zur Ableitung der Lichtcurve werden von den Einzelcurven immer die tiefsten Teile zur Deckung gebracht, wodurch die mittlere Curve ein schärferes Minimum erhält; hätte man die Phasen aus den berechneten Minimumzeiten abgeleitet, so wären diese und nicht die tiefsten Teile auf einander gelegt, und das Minimum würde flacher gefunden werden. Insoweit die Abweichungen zwischen den beobachteten und den berechneten Zeiten

1) Astron. Nachr. Bd. 39, S. 81 ff.

den Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden müssen, wird die flachere Curve richtig sein; wo aber die Formel den wirklichen Minimumzeiten nicht genau entspricht, wird diese Curve zu flach sein; und dieser Fall tritt hier ein, da die Müller'schen Ergebnisse sehr deutlich die Unzulänglichkeit der Formel gezeigt haben. Da jedoch die Abweichungen zwischen den beobachteten und den berechneten Minimis nicht in ihrem ganzen Betrage auf das Verhalten Algols zu schieben sind, wird die wirkliche Lichtcurvengestalt irgendwo zwischen den nach den beiden Methoden erhaltenen liegen und flacher sein als die von Müller gefundene.

Der umgekehrte Fehler, der bei Benutzung der berechneten Minima auftritt, wird den für andere Beobachter abgeleiteten Curven gemeinsam sein; und wenn die Fehler der Chandler'schen Formel in verschiedenen Zeiträumen ungefähr gleich gross sind, werden sie alle ungefähr um denselben Betrag fehlerhaft sein. Um die Müller'schen Ergebnisse also mit den anderen vergleichbar zu machen, muss man aus ihnen mittels der berechneten Minima eine Lichtcurve ableiten. Die Beobachtungsmittel, die man dabei erhält, sind für den mittleren Teil der Curve in der folgenden Tafel enthalten.

Phase.	Grösse.	*n*	Abw.	Phase.	Grösse.	*n*	Abw.
$-2^h41^m,8$	2,79	5		$+0^h\ 4^m,8$	3,51	10	00
7 ,0	2,91	5		11 ,6	3,48	10	−02
−1 48 ,3	2,96	10	−06	18 ,2	3,49	10	+01
31 ,1	3,10	10	−01	24 ,7	3,44	10	−02
18 ,1	3,21	10	+01	32 ,5	3,47	10	+05
8 ,3	3,27	10	+01	41 ,8	3,34	10	−03
−0 58 ,7	3,28	10	−03	47 ,6	3,33	10	−01
48 ,5	3,39	10	+03	56 ,9	3,29	10	00
37 ,8	3,40	10	−01	+1 6 ,6	3,27	10	+03
30 ,4	3,42	10	−02	17 ,1	3,15	10	−03
23 ,5	3,50	10	+03	26 ,6	3,15	10	+02
15 ,9	3,53	10	+04	39 ,1	3,07	10	00
9 ,2	3,47	10	−04	+2 4 ,1	2,97	9	
−0 3 ,1	3,54	10	+03	22 ,6	2,85	5	
				40 ,0	2,71	5	

In der letzten Spalte stehen die Abweichungen von einer regelmässigen Curve, deren bestimmende Punkte folgende sind:

Phase.	Gr. vor d. M.	Gr. nach d. M.
$2^h\ 0^m$	2,95	2,97
1 30	3,12	3,11
1 0	3,30	3,28
0 30	3,44	3,43
0 0	3,51	3,51

Diese Curve ist, wie zu erwarten, flacher als die Müller'sche; ihr Minimum ist um 0,04 Grkl. heller, und die Zeit der raschesten Zunahme liegt weiter als 1^h von dem Minimum entfernt; die Lichtänderung in der nächsten Stunde zu dem Minimum ist hier nur 0,22 Grkl, statt wie bei Müller 0,28 Grkl.

Die Messungen in Potsdam von J. Wilsing und P. Kempf. Ausser der grossen Reihe von Müller wurde in Potsdam mit demselben Instrumente noch eine kürzere von J. Wilsing erhalten, deren Resultate in seinen „Beobachtungen veränderlicher Sterne in den Jahren 1881 bis 1885"[1]) S. 199 ff. veröffentlicht wurden, und eine von P. Kempf, welche der Beobachter mir auf meine Anfrage handschriftlich zur Verfügung gestellt hat. Beide erstrecken sie sich über 3 Minima, deren nach der Chandler'schen Formel berechnete Minimumzeiten die folgende sind.

W	82	März	16	$9^h27^m,5$	M. Z. Potsdam
„	82	Sept.	1	13 23 ,8	„
„	83	Jan.	11	10 48 ,9	„
K	85	Dec.	7	8 0 ,9	„
„	86	Febr.	8	10 2 ,1	„
„	86	„	28	11 46 ,7	„

Die Messungen wurden von mir reduciert, wobei die Grösse des Sternes δ Persei, der an 5 Tagen benutzt war, zu 3,33 angenommen

1) Public. des Astroph. Observ. zu Potsdam, Bd. 11.

wurde nach der Angabe von Dr. Kempf, und die von γ Andromedae, der am dritten der genannten Tage verwendet wurde, zu 2,39. Dann wurden sie für Extinction verbessert, und für jedem Beobachter wurden Mittel aus je 5 nach der Phase geordneten Resultaten gebildet, die in der folgenden Tafel enthalten sind:

Wilsing.			Kempf.		
Phase.	Grösse.	Abw.	Phase.	Grösse.	Abw.
$-2^h\ 2^m,4$	2,90	+02	$-1^h 14^m,4$	3,23	−01
−1 34 ,0	3,06	−02	−0 54 ,2	3,38	+04
14 ,6	3,14	−08	34 ,4	3,43	+01
−0 57 ,6	3,41	+07	17 ,0	3,50	+04
41 ,0	3,47	+03	−0 0 ,2	3,45	−02
24 ,4	3,56	+04	+0 17 ,6	3,36	−08
−0 9 ,8	3,51	−05	29 ,4	3,36	−05
+0 6 ,8	3,47	−09	44 ,0	3,37	+02
20 ,8	3,68	+12	+1 9 ,0	3,27	+01
39 ,0	3,54	+03	31 ,0	3,23	+07
+1 2 ,4	3,36	−04	+2 2 ,0	2,97	−01
17 ,8	3,37	+09	23 ,7	2,83	−02
33 ,0	3,15	−01			
+1 52 ,8	2,93	−05			

In der 3ten Spalte stehen die Abweichungen gegen Lichtcurven, deren Minima für W bei $+5^m$, für K bei -5^m liegen, und die in den um volle halbe Stunden von diesen Minimis entfernten Phasen folgende Grössen zeigen:

Phase.	*W*	*K*	*M*	Phase.	*W*	*K*	*M*
$-2^h\ 0^m$	2,93		2,95	$+0^h 30^m$	3,53	3,43	3,43
−1 30	3,15	3,15	3,12	+1 0	3,38	3,32	3,28
−1 0	3,36	3,29	3,30	+1 30	3,14	3,18	3,11
−0 30	3,52	3,42	3,44	+2 0	2,87	3,02	2,97
0 0	3,58	3,47	3,51	+2 30		2,84	

Die Curven sind flacher, als die von Müller abgeleitete; mit der oben aus den berechneten Minimis abgeleiteten Curve, die unter *M* gesetzt wurde, stimmen sie ziemlich gut überein. Allein die Grösse des Minimums ist stark abweichend, bei *W* und *K* nach verschiedenen Seiten. Das kommt besonders auf Rechnung der systematischen Tagesabweichungen zu stehen, die bei diesen beiden Beobachtern auch sehr gross sind; nach den Tagen getrennt zeigen bei *W* die Abweichnngen 44 Zeichenfolgen und 22 Zeichenwechsel, bei *K* zeigen sie 33 Zeichenfolgen und 19 Zeichenwechsel. Die Grössen der einzelnen Minima, aus den Mitteln der Abweichungen zwischen -0^h30^m und $+0^h30^m$ Phase abgeleitet, sind:

82	März	6	3,74 (6)	85	Dec.	7	3,37 (3)
„	Sept.	1	3,56 (7)	86	Febr.	8	3,49 (7)
83	Jan.	11	3,42 (8)	„	„	28	3,49 (7)

Besonders bei *W* weisen sie einen grossen Unterschied auf.

KAPITEL VII.

Aufstellung einer Vergleichsternscala.

Bis jetzt wurden bei der Reduction von Beobachtungen veränderlicher Sterne die Argelander'schen Vorschriften auch darin befolgt, dass aus den Beobachtungen selbst eine Scala von Vergleichsternen gebildet wurde; so geschah es auch bei den vorhergehenden Rechnungen. Scheiner wies i. J. 1882 in seiner schon erwähnten Schrift die Benutzung photometrisch bestimmter Grössen der Vergleichsterne zurück, wegen der grossen persönlichen Auffassungsdifferenzen, die sich bei einer Vergleichung der Schönfeld'schen Vergleichsternscala mit den Wolff'schen Messungen zeigten. Diese Differenzen können nur bei genauer Kenntnis der Farbe, von der sie hauptsächlich abhängen müssen, bestimmt werden. Daneben muss das Material an photometrischen Messungen genügend sein, um den Einfluss der Farbe bestimmen zu können und die Ableitung von Helligkeitswerten für die Vergleichsterne zu gestatten, die vor den nach Argelanders Methode bestimmten den Vorzug verdienen.

Diesen Bedingungen wird jetzt genügt, und daher scheint mir die Zeit gekommen zu sein, eine allgemeingültige genaue Vergleichsternscala aus photometrischen Messungen und Stufenschätzungen mehrerer Beobachter zu bilden. Auf der Sternwarte des Harvard-College in Cambridge Mass. sind die Grössen aller Sterne bis zur 6ten Grösse mit dem Meridianphotometer wiederholt gemessen und in einem Cataloge zusammengestellt [1]). Noch wertvoller ist die Bestimmung der Grössen

---

1) Annals of the Harvard College Observatory. Vol. XIV. General Catalogue.

aller Sterne bis zur 7,5ten Grösse mit dem Zöllnerphotometer durch G. Müller und P. Kempf in Potsdam, von der die Resultate für die Zone von 0° bis + 40° Declination bis jetzt veröffentlicht sind [1]). Diese beiden Hauptarbeiten bilden eine Grundlage, womit andere Cataloge, Messungen und Schätzungen verglichen werden können, um die systematischen Correctionen zu bestimmen, wodurch ihre Angaben alle zu einem homogenen System reduciert und miteinander vereinigt werden können.

Daneben besitzen wir jetzt einen guten Catalog von Sternfarben durch die vieljährigen Arbeiten von H. Osthoff [2]). Die Farben sind dort nach dem Vorschlag von Jul. F. J. Schmidt ausgedrückt durch Zahlen von 0 = rein weiss, wachsend für gelbe Nüancen, bis 4 = rein gelb, und dann weiter wachsend für gelbrote Farben, bis 10 = rot. Diese nur durch Schätzung gewonnenen Zahlen sind sehr genau; ihre Unsicherheit beträgt nur wenige Zehntel der benutzten Einheit; die Scala selbst ist jedoch nur subjectiv und nicht einmal gut objectiv zu definieren. Für die Bestimmung der Farbe sind zwei unabhängige Grössen notwendig. Was wir über den Ursprung der Sternfarben wissen (verschiedene Glühtemperaturen und vielleicht verschiedene atmosphärische Absorption), macht es wahrscheinlich, dass bei ihnen nur eine bestimmte Reihe vorkomt, innerhalb deren eine einzige Zahl genügt, die Farbe zu bestimmen. In der Darstellung durch das Farbendreieck bildet diese Farbenreihe eine Linie; die Farben, die durch verschiedene Glühungsgrade entstehen, sind zu berechnen; sie bilden, wie ich i. J. 1900 zeigte [3]) eine Linie durch den Schwerpunkt Weiss, einerseits nach Blau, anderseits nach Gelb gerichtet, an dieser Seite jedoch bald nach Gelbrot und Rot umbiegend. Durch Erniedrigung der Temperatur wird die weisse Farbe zuerst gelblich; wenn das Gelb gesättigter wird, kommt immer mehr Rot hinzu, und dann wird die Farbe eine stark gesättigte Mischung von Gelb und Rot. Die Zahlen 0 bis 10 der Schmidt'schen Scala stimmen also ihrer

---

1) Photometrische Durchmusterung des nördlichen Himmels, 1. und 2. Teil (Public. des Astroph. Obs. zu Potsdam, Bd. IX und XIII).

2) H. Osthoff, Die Farben der Fixsterne. Astron. Nachr., Bd. 153, S. 141.

3) A. Pannekoek, Die Farben der Gestirne. Mitt. der Verein. von Freunden der Astr. und kosm. Physik., Jahrg. X, S. 117.

Bezeichnung nach überein mit den Farben eines glühenden Körpers bei abnehmender Temperatur. Wie die durch die verschiedenen Zahlen bezeichneten Farben in einem bestimmten Farbendreieck auf dieser Linie liegen, ist völlig unbekannt. Da aber auch der Einfluss der Farbe auf die Helligkeit nicht ganz scharf theoretisch zu bestimmen ist, schadet diese Unsicherheit nicht so sehr; man wird doch noch nicht weiter kommen können, als zu empirischen Vergleichungen und Reductionen der zu vergleichenden Quellen; und da ist es Hauptsache, dass das Argument der Reduction in der einmal angenommenen Scala durch einen genauen Zahlenwert angegeben wird.

In dem photometrischen Catalog der Harvard-Sternwarte ist auch bei jedem Stern eine Farbenbezeichnung durch Buchstaben gegeben nach Beobachtungen von Franks. Da diese Bezeichnungen nur schwer in Zahlen umzusetzen und dazu ziemlich roh sind, wurden sie nicht weiter benutzt. Viel besser sind die den Potsdamer Catalogen beigefügten Farbenangaben. Im ersten Teil wird die folgende Reihe von Bezeichnungen benutzt: *W* (weiss), *GW*, *WG*, *G* (gelb), *RG*, *GR*, *R* (rot); im zweiten Teil sind zwischen jedes Paar dieser Hauptklassen durch die Bezeichnungen + und — zwei Nebenklassen eingeschoben. Man wird diese Bezeichnungen in Zahlen umsetzen können, indem man z. B. 2 für *W*, 3 für *GW* u. s. w. bis 8 für *R* liest, da der Umfang einer Klasse ungefähr mit einer Osthoff'schen Einheit übereinstimmt. Die Nebenklassen sollten dann, wenn sie denselben Umfang wie die Hauptklassen hätten, 2,33, 2,67 etc. heissen. Es scheint aber, dass dies nicht der Fall ist, obgleich die Beobachter nach ihrer Erklärung dieses erstrebt haben. Durch eine Zählung der von Osthoff mit seiner Liste verglichenen (helleren) Sterne fand ich, dass in die Hauptklassen 48 % aufgenommen sind; 22 % haben die Bezeichnung —, 30 % +; durch eine Abzählung der ersten 500 Sterne des Potsdamer Cataloges fand ich 47 % ohne Zeichen, 23 % mit —, 30 % mit + versehen. Ist dies ein überall geltendes Verhältnis, so würde, wenn man die Klassen *GW* —, *GW*, *GW* + zwischen 2,50 und 3,50 eingeschlossen annimmt, die Klasse *GW* — sich von 2,50 bis 2,72 (Mittel 2,61), *GW* von 2,72 bis 3,20 (Mittel 2,96), *GW* + von 3,20 bis 3,50 (Mittel 3,35) erstrecken.

Die beiden Zahlenreihen, die nach der Osthoff'schen und nach der Potsdamer Scala die Farben angeben, laufen nicht ganz parallel. Aus den von Osthoff gegebenen Vergleichungen zeigt sich, dass für die gelbweissen Sterne seine Zahlen rascher, für die rotgelben langsamer ansteigen als die Potsdamer Zahlen. Zieht man die Nebenklassen zu ihren Hauptklassen, so findet man für die Potsdamer Klassen in der Osthoff'schen Scala:

Potsdam.		1. Teil.	2. Teil.	Mittel.
W	= 2	2,8 (94)	2,7 (75)	2,8
GW	3	3,6 (50)	3,7 (91)	3,7
WG	4	5,6 (50)	5,8 (82)	5,7
G	5	6,4 (45)	6,6 (25)	6,5
RG	6	7,1 (12)	6,9 (3)	7,1
GR	7	7,2 (2)		7,2
R	8	8,8 (1)		8,8

Die eingeklammerten Zahlen geben die Sternzahl, auf der jeder Mittelwert beruht. Es ist nicht möglich, zu entscheiden, welche der beiden Scalen homogener ist; für die weiteren Rechnungen sind die Osthoff'schen Zahlen benutzt, besonders weil die Potsdamer Farben roher angegeben sind, als nach ihrer Genauigkeit erwünscht wäre. Nach den Angaben von Müller und Kempf [1]) ist der wahrscheinliche Fehler einer Farbenangabe des Cataloges nur 0,5, wenn man für den Farbenunterschied zweier angrenzenden Klassen 1 nimmt; nach den hier angenommenen Zahlen ist er also: $^1/_3 \times 0{,}5$ oder 0,17. Osthoff findet den wahrscheinlichen Fehler einer einzigen Schätzung zu 0,4 seiner Scala; da das Resultat für jeden Stern auf wenigstens 5, meistenfalls aber auf viel mehr Schätzungen beruht, ist der wahrscheinliche Fehler einer Catalogfarbe 0,1 bis 0,2. Aus den Differenzen zwischen den Potsdamer und den Osthoff'schen Zahlen findet man ihren wahrscheinlichen Wert zu 0,4.

Vergleichung der photometrischen Cataloge von Potsdam und Cambridge. In den beiden Teilen des Potsdamer Cataloges wird eine Vergleichung der darin enthaltenen Grössen mit denen des Harvard-Cataloges und mit den in Oxford mittels des Keilphotometers erhal-

1) Publ. Potsd. XIII, S. 453.

tenen und in der „Uranometria Oxoniensis" zusammengestellten Werten gegeben. Die mittlere Differenz der beiden ersten, $P - H = 0{,}17$, erklärt sich daraus, dass alle Harvard-Grössen auf der zu 2,15 angenommenen Grösse des Polarsterns beruhen, während das Potsdamer System für Sterne 6ter Grösse mit der Bonner Durchmusterung übereinstimmt. Doch ist diese Differenz daneben von der Farbe abhängig; im Mittel ist sie für die einzelnen Farben:

	W.	*GW.*	*WG.*	*G.*	*RG* u. s. w.
1. Teil	+ 0,29	+ 0,26	+ 0,12	— 0,04	— 0,13
2. „	+ 0,29	+ 0,23	+ 0,08	— 0,02	

Müller und Kempf schliessen, dass man also für verschiedene Farben verschiedene Reductionen annehmen soll.

Betrachtet man die Vergleichung, wie sie von ihnen (Potsd. Publ. IX, S. 494 und XIII, S. 459) gegeben wird, etwas näher, so sieht man, dass in diesem Schluss das Verhalten der beiden Cataloge noch nicht vollständig ausgedrückt wird. Für helle Sterne ist auch bei starker Färbung die Differenz $P - H$ positiv; der Farbeneinfluss ist bei den hellen Sternen gering, bei den schwachen Sternen dagegen sehr gross. Um genauere Zahlen zu bekommen, habe ich die Tafeln aus den beiden Teilen vereinigt und zu wenigen Gruppen nach der Grösse zusammengezogen, wie es die folgende Tafel, wo die eingeklammerten Zahlen die Anzahl der Sterne bedeuten und die Differenzen in Hunderdstel Grössen ausgedrückt sind, angiebt.

Grösse.	$W = 2.$	$GW = 3.$	$WG = 4$	G u.s.w. $= 5.$	Lineare Formel.
$> 3{,}0$	+ 30 (11)	+ 24 (6)	+ 16 (5)	+ 20 (8)	+ 25 — 4 (c — 3)
3,0 — 4,0	+ 19 (39)	+ 14 (26)	+ 13 (22)	+ 02 (8)	+ 15 — 5 »
4,0 — 5,0	+ 20 (89)	+ 20 (76)	+ 11 (71)	+ 02 (47)	+ 16 — 6 »
5,0 — 6,0	+ 32 (230)	+ 27 (274)	+ 11 (183)	— 04 (131)	+ 23 — 12 »
$< 6{,}0$	+ 38 (70)	+ 24 (109)	+ 07 (94)	— 03 (81)	+ 23 — 17 »

Nimmt man für die mittleren Farben der Gruppen die obengesetzten ganzen Zahlen, und versucht man, die Differenzen $P - H$ in jeder Helligkeitsgruppe linear durch diese Zahlen darzustellen, so findet man für die 5 Gruppen als Farbencoefficienten 4, 5, 6, 12 und

17 Hundertstel Grkl. Reduciert man mit diesen Coefficienten alle Differenzen auf die Farbe 3, so findet man als mittlere Differenz aller Sterne die Constanten der obigen linearen Formeln. Hier zeigt sich sehr deutlich, dass die Differenz für Sterne mittlerer Helligkeit kleiner ist, als für hellere und schwächere Sterne.

Nach diesen Ergebnissen stellte es sich als notwendig heraus, das Verhalten der beiden Cataloge in noch mehr Einzelheiten zu untersuchen. Für unseren Zweck, die Aufstellung einer Vergleichsternscala für Algol, genügte es, diese Untersuchung auf die helleren Sterne zu beschränken. Dazu wurden alle Sterne des Harvard-Cataloges hinzugezogen, die dort heller als 4,25 angegeben sind und zwischen 0° und 40° Decl. liegen; die Differenzen $P - H$ wurden gebildet, die Sterne nach Grösse und Farbe in Gruppen geteilt, und Mittel genommen. In der folgenden Tafel sind diese enthalten; die Columnen geben die mittlere Grösse nach Harvard, die mittlere Farbe nach Osthoff, die mittlere Differenz $P - H$ in Grössen, und die Anzahl der Sterne.

m	c	$P-H$	n	m	c	$P-H$	n
1,39	1,3	+ 0,22	5	3,82	2,4	+ 0,18	10
1,12	2,9	+ 0,24	5	3,79	2,8	+ 0,16	10
0,72	5,1	+ 0,28	3	3,82	3,1	+ 0,20	11
				3,79	3,6	+ 0,11	9
2,42	1,8	+ 0,31	7	3,76	4,4	+ 0,12	9
2,51	2,6	+ 0,24	7	3,75	5,3	+ 0,15	10
2,62	4,9	+ 0,19	7	3,89	6,1	+ 0,07	9
2,46	6,1	+ 0,20	8				
				4,19	2,3	+ 0,29	7
3,12	2,1	+ 0,15	6	4,14	2,9	+ 0,10	9
3,23	2,7	+ 0,20	6	4,10	3,8	+ 0,16	8
3,25	3,6	+ 0,20	5	4,18	4,9	+ 0,08	7
3,20	4,6	+ 0,10	7	4,14	5,5	+ 0,08	9
3,33	6,2	— 0,01	7	4,18	6,3	+ 0,08	8

Versucht man, die mittleren Differenzen $P - H$ innerhalb jeder Gruppe als lineare Functionen der Farbe darzustellen, so findet man als Farbencoefficienten die Zahlen der folgenden Tafel, denen für die schwächeren Klassen die Beträge beigefügt sind, die man aus den

$P-H$ der Tafel S. 150 findet, wenn die mittleren Farben der dortigen Gruppen nach dem S. 149 gefundenen zu 2,8, 3,7, 5,7 und 6,7 der Osthoff'schen Scala angenommen werden. Diese Coefficienten nehmen regelmässig ab bei abnehmender Helligkeit; mit der Formel $+0{,}04 - 0{,}023\,m$ sind die Werte der letzten Columne berechnet.

m	Beobacht. Coeff.	Berechn. Coeff.
1,1	+ 0,01	+ 0,01
2,5	— 0,02	— 0,02
3,2	— 0,04	— 0,03
3,8	— 0,03	— 0,05
4,1	— 0,05	— 0,05
5,6	— 0,08	— 0,09
6,4	— 0,12	— 0,11.

Mit den nach dieser Formel berechneten Farbencoefficienten wurden jetzt alle Differenzen $P-H$ auf die Farbe 4,0 reduciert, nach der Grösse geordnet und zu Mitteln zusammengezogen, die in der folgenden Tafel enthalten sind.

m	$P-H$	*n*	Curve	$B-C$	*m*	$P-H$	*n*	Curve	$B-C$
0,53	+ 0,24	5	+ 0,27	— 0,03	3,56	+ 0,10	10	+ 0,13	— 0,03
1,57	30	5	27	+ 3	3,65	21	10	13	+ 8
2,04	27	5	26	+ 1	3,74	19	10	13	+ 6
2,23	25	5	25	0	3,80	12	10	13	— 1
2,36	21	5	24	— 3	3,86	11	10	13	— 2
2,64	24	5	22	+ 2	3,95	14	10	13	+ 1
2,74	25	5	20	+ 5	3,99	10	10	14	— 4
2,88	19	5	18	+ 1	4,04	11	10	14	— 3
3,05	13	10	17	— 4	4,13	18	10	14	+ 4
3,20	11	10	15	— 4	4,16	14	10	14	0
3,42	12	10	14	— 2	4,23	17	10	15	+ 2

Diese Zahlen zeigen sehr deutlich eine Abnahme von der zweiten nach der dritten Grösse; bei 3,7 ungefähr liegt ein Minimum gleich 0,13, und darüber hinaus steigt die Differenz wieder; diese Steigung zeigt sich noch deutlicher wenn man in gleicher Weise die auf $c=4$ reducierte mittlere Differenz für die schwächeren Klassen aus der

Tafel S. 150 berechnet; für $m = 5{,}6$ wird sie $+ 0{,}24$, für $m = 6{,}4$ erhält man $+ 0{,}22$. Die Abweichungen, die eine regelmässige Curve mit dem Minimum bei $m = 3{,}7$ übriglässt, sind in die letzte Spalte gesetzt; sie geben 0,13 Grkl. als m. F. einer Differenz $P - H$, etwas mehr, als nach den m. F. der beiden Cataloge zu erwarten wäre.

Die Realität der Unregelmässigkeit in dem Verlauf der Differenzen zwischen den beiden Catalogen ist nach diesen Zahlen nicht zu bezweifeln. Versucht man ihren Ursprung kennen zu lernen, so ist es von vornherein wahrscheinlich, dass man ihn in den Potsdamer Messungen zu suchen hat. In Cambridge wurden alle Messungen mit demselben Instrumente gemacht; das Bild jedes Sternes wurde durch Drehung des Kalkspatprismas im Verhältnis cos^2 des Drehungswinkels geschwächt und dem im Verhältnis sin^2 geschwächten Bilde des Polarsterns gleich gemacht. Wenn dabei durch irgend welche Ursache von der Helligkeit abhängige systematische Fehler auftreten, so wird man dennoch erwarten können, dass sie mit der Helligkeit regelmässig verlaufen. In Potsdam wurden dagegen mehrere Instrumente benutzt, Zöllner-Photometer verschiedener Lichtstärke. Die Sterne, die in der B.D. zu 6,0 oder schwächer angesetzt sind, wurden mit dem Photometer *D*, dem lichtstärksten, an die Fundamentalsterne der mittleren Grösse 6,7 angeschlossen; die Sterne 4,0 — 5,9 B.D. mit dem Photometer *CI* an die Fundamentalsterne der Grösse 5,3; die Sterne oberhalb 4,0, bis ungefähr 2,0 mit *CII* (demselben Photometer, nur mit kleinerem Objectiv versehen) an dieselben Fundamentalsterne. Die Grössen der allerhellsten Sterne sind aus älteren Messungen mit verschiedenen Instrumenten abgeleitet. Es ist daher angemessen, den Ursprung des unregelmässigen Ganges in den Differenzen $P - H$ in dem Übergang von einem Potsdamer Instrument zu dem anderen zu suchen.

Aus verschiedenen Stellen des Textes der Potsdamer Cataloge ist zu ersehen, dass die Beobachter sich der Gefahr bewusst waren, dass den Messungen mit dem Zöllner-Photometer systematische Fehler anhaften könnten. Durch das verschiedene Aussehen der künstlichen und der natürlichen Sterne werden die schwachen Sterne verhältnismäszig zu hell, die hellen zu schwach gemessen, wodurch man das Helligkeitsintervall zweier Sterne im allgemeinen mit dem Zöllner-

Photometer zu klein findet [1]). Bei sorgfältiger Auswahl der Diaphragmenöffnung wird dieser Fehler bei nicht zu grossen Helligkeitsunterschieden wahrscheinlich unbedeutend sein; ist dies nicht der Fall, so entsteht dadurch ein regelmässig mit der Helligkeit verlaufender Fehler des ganzen Cataloges, der nur durch Vergleichung mit anderweitig gewonnenen Resultaten aufzudecken ist. Bei grösserer und geringerer Helligkeit wird der Fehler verhältnismäszig grösser; Müller und Kempf glaubten ihn durch Beschränkung der zu messenden Differenzen auf höchstens drei Grössenklassen vermeiden zu können; um die oben gefundenen Unregelmässigkeit zu erklären, liegt es nahe, vorerst zu versuchen, ob diese Fehlerursache vielleicht doch gewirkt had.

Zu dieser Untersuchung haben Müller und Kempf selbst das Material geliefert, indem sie eine Anzahl Sterne zwischen 5,2 und 6,5 sowohl mit *CI* an die Fundamentalsterne der Grösse 5,3 als auch mit *D* an die der Grösse 6,7 angeschlossen haben. Aus den Ergebnissen zeigt sich [2]), dass die helleren Sterne in *D* um 0,1 Grkl. schwächer gemessen wurden, als in *C*; die Differenz nimmt für schwächere Sterne ab, verschwindet bei der Grösse 6,0, und bleibt für kleinere Sterne 0. Die Beobachter schliessen daraus, dass die Tendenz, Helligkeitsdifferenzen zu klein zu messen, bei dem Photometer *C* in geringerem Masze auftritt, als bei *D*. Das braucht aber keine besondere Eigentümlichkeit dieser Instrumente zu sein, da die scheinbare Helligkeit der gemessenen Sterne in *CI* gering, in *D* gross war. Bei den Messungen, durch welche die angenommenen Differenzen der Vergleichsterne gefunden wurden, ist die scheinbare, subjective Helligkeit dann eine mittlere gewesen, da sie mit wenigen Ausnahmen mit Photometer *D*, jedoch mit abgeblendetem Objectiv (*D'*) ausgeführt wurden. Das Ergebnis, dass Sterne der Grösse 5,3 mit *D* um 0,1 Gr. schwächer gemessen wurden, als mit *CI*, liefert, da mit *CI* die Sterne an Fundamentalsterne gleicher Helligkeit angeschlossen wurden, eine Vergleichung zwischen den Messungen mit *D* und denen mit *D'*; es bedeutet, dass das Intervall zwischen 5,3 und 5,7 in *D*, wo die Sterne heller

1) Vergl. Publio. Potsd. IX, S. 13—14, und G. Müller, Die Photometrie der Gestirne, S. 252—53.

2) Potsd. Publ. XIII, S. 448.

erschienen, um 0,1 Gr. kleiner gemessen wurde als in *D'*. Das Ergebnis, dass für Sterne von der Grösse 6,4 die Differenz verschwindend gefunden wurde, bedeutet, wenn man man von dem kleinen Unterschied zwischen 6,4 und 6,7 absehen darf, auf dieselbe Weise, dass das Intervall 5,3 bis 6,4 in den Photometern *CI* und *D'*, bei geringer und mittlerer scheinbaren Helligkeit, gleich gross gemessen wurde. Man wird die Messungsergebnisse also vollständig erklären konnen, wenn man den Fehler als nur durch die scheinbare, subjective Helligkeit bedingt ansieht; für die Helligkeit, in der die Sterne der Grösse 5,3 im abgeblendeten Photometer *D'* erscheinen, und alle darunter liegenden ist er unmerkbar; bei der Helligkeit aber, in der diese Sterne in *D* selbst erscheinen, werden die Sterne um 0,1 Gr. zu schwach gemessen. Die Differenzen zwischen den hellen und den schwachen Fundamentalsternen sind nach dieser Erklärungsweise ohne Fehler gemessen; eben so ist es mit den Messungen der Sterne unterhalb 5,3 in *CI*, und die Tafel S. 448 Potsd. Publ. XIII giebt den systematischen Fehler der Messungen mit Photometer *D* an.

Nach den Ablesungen des Intensitätskreises zu urteilen, ist die subjective Helligkeit eines Sterns in *CI* um eine Grössenklasse schwächer als in *D*, und um anderthalb Grössenklassen heller als in *CII*; dann wird der gefundene Fehler, in der Voraussetzung, dass er in *D* bei der 6. Grösse merklich zu werden anfängt, in *CI* oberhalb der 5. und in *CII* oberhalb der 3,5. Grösse auftreten. Zwar ist die Annahme, die scheinbare Helligkeit des ungeschwächten künstlichen Sternes sei in den Instrumenten *C* und *D* dieselbe gewesen, wohl nicht ganz richtig, und Verschiedenheiten des Aussehens und der Grösse des benutzten Diaphragmas kommen mit ins Spiel; jedenfalls aber wird man besonders bei den hellsten der mit *CII* gemessenen Sterne, denen der zweiten Grösse, einen Einfluss dieses Fehlers erwarten können.

Die Vergleichungen, die Müller und Kempf zwischen den Potsdamer und den Harvard-Grössen geben, können solche Fehler nur sehr unrein hervortreten lassen, da sie die Sterne nur nach der Helligkeit in Gruppen getrennt haben, wobei Resultate verschiedener Instrumente durch einander gemischt werden. Da die Wahl des Instruments durch die oft stark fehlerhafte B.D. Grösse bestimmt war, sind viele Sterne unterhalb 4,0 mit *CII*, oberhalb 4,0 mit *CI* gemessen. Es ist also eine neue Untersuchung, mit Trennung nach den Instrumenten, notwendig. Da eine Untersuchung des ganzen Materials zu viel Zeit in Anspruch nemen würde, habe ich mich beschränken müssen auf die schon oben benutzten Sterne, die heller als 4,25 Harvard sind. Sie wurden jetzt nach den Instrumenten *CI* oder *CII* getrennt, und letztere nach der Grösse in Potsdam geordnet und zu Mitteln zusammengezogen. Für die, wo *CI* benutzt war, wurde ein einfaches Mittel genommen, $P - H = +0{,}17$, da zu einer Untersuchung der Abhängigkeit von der Grösse schwächere Sterne hinzugezogen werden müssten. Die hellsten, nicht mit *CII* gemessenen Sterne wurden weggelassen. Zwar ist die Vergleichung auch jetzt noch unvollkommen, da einige Sterne zwischen 2,0 und 4,0 mittels eines noch kleineren Objectivs *CIII* an sehr helle Sterne angeschlossen wurden; da die Discussion des Anschlusses dieser hellen Sterne an das Fundamentalsystem jedoch sehr schwierig und nur von den Beobachtern selbst gut anzustellen ist, wurde dieser Umstand nicht weiter berücksichtigt. Für *CII* sind die Mittel:

m_P	$P - H$	n	Abw.	m_P	$P - H$	n	Abw.
2,31	+ 0,23	10	− 0,02	3,69	+ 0,07	11	− 0,04
2,68	+ 0.22	10	+ 3	3,83	+ 0,10	11	− 1
3,00	+ 0,19	10	+ 4	3,95	+ 0,15	11	+ 5
3,17	+ 0,08	10	− 6	4,08	+ 0,14	10	+ 4
3,33	+ 0,13	10	0	4,31	+ 0,10	10	0
3,55	+ 0,11	11	− 1				

Man sieht hier eine schnelle Abnahme, die bei schwächeren Sternen langsamer wird; die Spalte „Abw." giebt die Abweichung von einer Curve, die zuerst schnell abnimmt und zuletzt dem constanten Werte 0,10 sich nähert.

Ist also der Ursprung der von der Helligkeit abhängigen Differenzen allem Anscheine nach in den Potsdamer Messungen zu suchen, so wird man die von der Farbe abhängigen Abweichungen wohl dem Harvard-Cataloge zuschreiben müssen. Die subjective Helligkeit der zu vergleichenden Sternbildchen scheint in dem Meridianphotometer eine sehr geringe gewesen zu sein [1]), und da ist ein bedeutender Ein-

1) Vergl. Potsd. Publ. XIII, S. 463.

fluss des s. g. Purkinje-Phänomens zu erwarten. Man hat jetzt durch die zahlreichen Arbeiten auf dem Gebiete der Physiologie der Gesichtsempfindungen von A. König, v. Kries und Anderen die Ursache dieses Phänomens als ein Zusammenwirken von zwei lichtempfindlichen Apparaten erkannt, dem farbenempfindlichen Hellapparate (den Zapfen), und dem monochromatischen Dunkelapparate (den Stäbchen); daher darf man nicht ohne Weiteres überall dieses Phänomen als Erklärung beobachteter Helligkeitsdifferenzen, die von der Farbe abhängig sind, geben; so ist z. B. ein Purkinje-Phänomen bei scharf fixierten Lichtpunkten nach dieser Theorie ausgeschlossen, da in der Fovea centralis und ihrer Umgebung die Stäbchen fehlen [1]). Es bleibt darum auch ungewiss, ob bei Vergleichung zweier nahe an einander liegenden Lichtpünktchen, wie es bei Messungen mit dem Zöllner- und dem Meridianphotometer geschieht, das Purkinje-Phänomen auftreten wird.

Wir finden aber in den Differenzen zwischen Cambridge und Potsdam gerade solch ein Verhalten, wie nach ihrer Deutung als Purkinje-Phänomen bei den Harvard Messungen zu erwarten ist. Denn die bei gleichem Farbenunterschied auftretenden Helligkeitsdifferenzen nehmen für schwächere Sterne zu. In Potsdam aber ist die mittlere subjective Helligkeit eben durch die Benutzung verschiedener Instrumente bei hellen und schwachen Sterne eine nahezu gleiche, ziemlich helle gewesen. In Cambridge nimmt diese subjective Helligkeit mit der Sterngrösse regelmässig ab, zuerst langsam, nur wenig unterhalb 2,15, der Helligkeit des Polarsterns bleibend, dann rascher, immer mehr der des verglichenen Sterns sich nähernd. Für Sterne von der Grösse

$$m = -1{,}0 \quad 0{,}0 \quad 1{,}0 \quad 2{,}0 \quad 3{,}0 \quad 4{,}0 \quad 5{,}0 \quad 6{,}0$$

hat das im Verhältnis cos^2 des Drehungswinkels geschwächte Bild dieselbe Helligkeit, wie das ungeschwächte Bild eines Sternes der Grösse

$$m' = \quad 2{,}21 \quad 2{,}29 \quad 2{,}47 \quad 2{,}83 \quad 3{,}41 \quad 4{,}18 \quad 5{,}08 \quad 6{,}03$$

und diese Zahlen m' werden als Argumente der Farbencoefficienten betrachtet werden müssen. Die früher dafür gefundenen Werte geben keinen Anlass, eine andere als lineare Abhängigkeit anzunehmen, wenn auch theoretisch zu erwarten wäre, dass die Coefficienten für die

1) Siehe auch A. Pannekoek, Die Farben der Gestirne. Mitt. V. A. P. X, S. 127 ff.

schwächsten Sterne, wenn der Hellapparat ganz zu arbeiten aufhört, sich einem Grenzwerte nähern werden. Unsere Annahme hat vor der oben angenommenen Proportionalität mit m selbst den Vorzug, obgleich sie praktisch wenig davon abweicht.

Wir werden nach dem Ergebnis dieser Vergleichungen als Normalsystem von Sterngrössen, das wir als reduciertes Harvard System H_r bezeichnen, ein System annehmen, das man erhält:

1) indem an den Grössen des „General Catalogue" im 14. Bande der Harvard-Annalen eine Correction $+a\ (c - 4{,}0)$ angebracht wird, wo c die Farbe nach Osthoff (mit dem 4-Zöller) bedeutet, und a eine Function der Cataloggrösse, die in der folgenden Tafel enthalten ist.

m_H	a	m_H	a
— 1,5	+ 0,014	3,0	— 0,022
0,0	+ 0,011	3,5	— 0,033
1,0	+ 0,006	4,0	— 0,045
1,5	+ 0,001	4,5	— 0,058
2,0	— 0,005	5,0	— 0,072
2,5	— 0,013	6,0	— 0,101

2) indem an den Grössen der Potsdamer photometrischen Durchmusterung eine Correction angebracht wird, die für die mit Photometer *CI* beobachteten Sterne in der Nähe von 4,0 gleich — 0,17 ist, und für die mit *CII* beobachteten eine in der folgenden Tafel enthaltene Function der Grösse ist.

m_P	$H_r - P$	m_P	$H_r - P$
2,0	— 0,29	3,2	— 0,14
2,2	— 0,26	3,4	— 0,13
2,4	— 0,23	3,6	— 0,11
2,6	— 0,20	3,8	— 0,11
2,8	— 0,18	4,0	— 0,10
3,0	— 0,16	4,2	— 0,10

Die Frage drängt sich jetzt auf, ob dieses „Normal"system auch richtig sei und keine systematischen Fehler mehr enthalte. Die Antwort ist auch für Algol von Bedeutung, weil sonst die in Prozenten berechnete Schwächung des Lichtes im Minimum unrichtig wird; sie ist aber nicht positiv zu beantworten. Genauer ausgedrückt, lautet die Frage, ob bei Sternen mit gleicher Qualität und Zusammensetzung des Lichtes das 0,4 fache der Grössendifferenz genau der Logarithmus des Helligkeitsverhältnisses ist, und ob bei Sternen von verschiedener Farbe die Grössen dem Helligkeitsverhältnis entsprechen, wie es normalen trichromatischen helladaptierten Augen (also unter Ausschluss des Dunkelapparates) erscheint. In letzterer Hinsicht kann ein System von Sterngrössen niemals Anspruch auf den Namen Normalsystem erheben, weil zwischen den verschiedenen trichromatischen Augen auch im Hellen individuelle Verschiedenheiten der Farbanauffassung bestehen, die wahrscheinlich von dem Pigmente des gelben Flecks herrühren. Und die erste Frage muss wahrscheinlich sogar verneint werden, weil gleiche Farbe bei ungleicher Helligkeit nicht gleicher Zusammensetzung des Lichtes entspricht; weil, m. a. W., die Farbe von der Helligkeit abhängt. Dadurch sind die Grössen des angenommenen Systems auf Farben reduciert, die für helle Sterne mit einer rötlicheren, für schwache mit einer weisseren Lichtart übereinstimmen; um ein System zu bekommen, das für Sterne mit gleicher Lichtqualität das richtige Helligkeitsverhältnis giebt, muss also dem System H_r noch eine mit der Grösse veränderliche Correction zugefügt werden. Da der Einfluss der Helligkeit auf die Farbe wohl constatiert, aber nicht numerisch bekannt ist, ist man nicht imstande, diese Correction anzubringen. Die Messungen mit dem Zöllnerphotometer können aber auch kein System von Sterngrössen liefern, das vom Verdachte eines solchen systematischen Fehlers ganz frei ist, da man nicht mit Gewissheit behaupten darf, dass sogar in den günstigsten Umständen die kleineren Grössenintervalle völlig richtig gemessen werden. Nur eine Vergleichung von Resultaten, die nach den verschiedensten Methoden erhalten sind, wird vielleicht über die Fehler, die das angenommene System noch enthält, Aufschlüsse geben können. Vorläufig muss man sich damit begnügen, die verschiedenen Helligkeitsmessungen und -Cataloge durch Reduction auf dieses System homogen zu machen.

Vergleichung der Uranometria Oxoniensis. Der dritte der neueren photometrischen Cataloge, der Oxforder von Pritchard, hat einen viel geringeren Wert. Sein Hauptfehler ist, dass die überwiegende Anzahl der Sterne nur an einem Abend gemessen wurde, wodurch zufällige Abweichungen von der normalen Beschaffenheit der Luft oder des Auges unbemerkt zu ihrem vollen Betrage in das Resultat hineingehen, ohne dass eine zweite Beobachtung es anzeigt oder ihren Einfluss verringert. Es wurde schon von anderer Seite darauf hingewiesen, dass Pritchard, wenn später eine zweite Beobachtung nicht mit der früheren stimmte, die frühere ausschloss wegen ungenügender Luft, aber dennoch die anderen Ergebnisse dieses früheren Tages beibehielt. In mehreren Hinsichten weckt die Oxforder Arbeit nicht das Zutrauen einer tüchtigen wissenschaftlichen Behandlungsweise.

Es giebt jedoch Gründe, die Ergebnisse darum nicht ganz ausser Acht zu lassen. Die angewandte Methode beruht auf einem ganz abweichenden Prinzip; die Helligkeit wird bestimmt durch die Dicke eines farblosen dunkeln Glases, die nötig ist, das Licht eines Sternes auszulöschen; dazu wird das Glas in der Gestalt eines Keils angewandt, der vor dem Ocular hin- und hergeschoben werden kann. Hier hat man, wie es bei den anderen Methoden nicht der Fall war, Sicherheit über die ins Spiel kommenden Netzhautelemente, da bei der Auslöschung nur der Dunkelapparat angewandt wird, also die verschiedenen Farben nach dem Betrage ihrer „Dämmerungswerte" zu dem Helligkeitseindrucke zusammenwirken. Darum kann eine sorgfältige Bestimmung der Sternhelligkeiten nach dieser Extinctionsmethode wertvolle Beiträge zur Beurteilung der verschiedenen Farbeneinflüsse geben, vorausgesetzt, dass man wirklich farbloses Glas benutzt.

Zieht man die in Bd. IX und XIII der Potsd. Public. gegebenen Vergleichungen zwischen Potsdam und Oxford in derselben Weise zusammen, wie oben die Vergleichungen mit Cambridge, so bekommt man die folgende Tafel:

Grösse P	$W = 2$	$G\,W = 3$	$W\,G = 4$	G u. s. w. $= 5$	Lineare Formel.
$> 3{,}0$	+41 (12)	+38 (5)	+22 (5)	+20 (8)	+34 — 8 (c — 3)
3,0 — 4,0	+20 (33)	+24 (24)	+19 (21)	+08 (11)	+20 — 4 »
4,0 — 5,0	+16 (70)	+14 (65)	+06 (59)	+01 (31)	+12 — 5 »
5,0 — 6,0	+22 (212)	+20 (217)	+05 (153)	—10 (117)	+15 — 11 »
$< 6{,}0$	+30 (83)	+21 (125)	00 (74)	—15 (52)	+18 — 16 »

Die Differenzen weisen denselben Gang auf und haben denselben Charakter wie die Differenzen $P - H$. Bildet man aus diesen Formeln und den auf S. 150 abgeleiteten die Differenzen $O - H$, so findet man:

$> 3{,}0$	$+ 0{,}09 - 0{,}04\,(c - 3)$
$3{,}0 - 4{,}0$	$+ 0{,}05 + 0{,}01$ „
$4{,}0 - 5{,}0$	$- 0{,}04 + 0{,}01$ „
$5{,}0 - 6{,}0$	$- 0{,}08 + 0{,}01$ „
$< 6{,}0$	$- 0{,}05 + 0{,}01$ „

Zwischen Harvard und Oxford ergiebt sich also keine Differenz in der Farbenauffassung. Um dies auch durch eine unmittelbare Vergleichung auf die Probe zu stellen, wurden für alle Sterne oberhalb 4,5 die Differenzen $O - H_r$ gebildet, nach Grösse und Farbe (nach Osthoff) geordnet und zusammengezogen. Dabei erhielten die Sterne, die in Oxford an 1, 2—3, 4—8, 9 oder mehr Abenden gemessen sind, die Gewichte 1, 2, 3, 4. Die Mittel sind (s ist die Summe der Gewichte):

Gr. H_r	c	$O - H_r$	s	Gr. H_r	c	$O - H_r$	s
1,86	1,55	−0,16	54	3,63	4,48	− 04	30
1,94	2,47	− 07	28	3,60	5,46	− 03	50
2,14	3,20	− 01	16	3,59	6,54	+ 09	39
1,92	4,44	+ 01	17				
2,45	5,48	+ 02	15	4,33	2,53	−0,04	72
1,99	6,46	+ 07	20	4,28	3,41	+ 14	58
				4,28	4,22	+ 08	35
3,52	2,43	−0,08	63	4,23	5,53	+ 12	37
3,65	3,36	00	37	4,18	6,53	+ 28	36

Eine graphische Ausgleichung ergab als lineare Gleichungen:

> 3	$O - H_r = - 0{,}03 + 0{,}042\,(c - 4)$
$3 - 4$	„ $= - 0{,}03 + 0{,}028$ „
$4 - 4{,}5$	„ $= + 0{,}10 + 0{,}054$ „

Da die Reductionen von H auf H_r für diese Gruppen im Mittel die Farbencoefficienten 0,000, — 0,034 und — 0,051 haben, finden sich die Differenzen zwischen Oxford und dem nicht corrigierten Harvard-Catalog auch hier für die beiden letzten Gruppen unmerklich.

Nach der Theorie war ein ganz abweichendes Resultat zu erwarten; die Voraussetzung, dass das System H_r die Helligkeiten für helladaptiertes und die Oxforder Reihe sie für dunkeladaptiertes Auge giebt, bringt mit sich, dass ihre Differenzen einen von der Grösse unabhängigen Fabencoefficienten aufweisen müssen, der grösser ist, als der grösste zu der Reduction von H auf H_r angewandte. Die erste Voraussetzung kann demungeachtet aufrecht erhalten werden, wenn der in Oxford benutzte Keil nicht farblos ist; dann wird von dem Lichte eines Sternes bei einer Auslöschung um so mehr durch die selektive Absorption des Glases die Zusammensetzung geändert sein, je grösser die zur Auslöschung notwendige Glasdicke, also je heller der Stern ist. Dies wird nur durch eine eingehende Untersuchung des in Oxford angewandten Keils entschieden werden können.

Zur Reduction der Oxforder Grössen auf das System H_r wird für die in Betracht kommenden Sterne (2,0 bis 4,0):

$$H_r - O = + 0{,}03 - 0{,}04\ (c - 4)\ \text{Grkl.}$$

benutzt werden; für schwächere Sterne der Grösse 4,5 wäre $- 0{,}10 - 0{,}05\ (c - 4)$ anzuwenden.

Die Abweichungen der Einzelwerte von den Gruppenmitteln der vorigen Seite haben den mittleren Wert $\sqrt{0{,}0416} = 0{,}20$. Pickering hat aus einer Vergleichung der in Cambridge Mass. und in Oxford gefundenen Grössen [1]) den Durchschnittswert einer Differenz zu 0,146, also den mittleren Wert zu 0,182 gefunden, von dem nach einer Vergleichung mit Wolffs Ergebnissen auf Oxford 0,172, auf Harvard 0,059 kommt.

Die Messungen von Jul. Th. Wolff. Es ist schon lange bekannt, dass die Ergebnisse, die Wolff mit dem Zöllnerphotometer erhielt, grosse systematische Abweichungen gegen die der anderen Beobachter aufweisen, in dem Sinne, dass er alle Helligkeitsdifferenzen zu klein masz. Um daneben die Abhängigkeit von der Farbe zu untersuchen,

1) Annals of the Harvard Coll. Observ. Vol. 18, S. 27.

wurden alle Resultate für Log. Helligkeit aus dem 1. Teil seiner Beobachtungen [1]) (der zweite war mir bei dem Anfange dieser Rechnungen nicht zugänglich) mittels des Factors 0,4 in Grössenklassen umgerechnet, wobei die von ihm gewählte Einheit der Helligkeit einem Sterne der Grösse 0,0 gleich gesetzt wurde. Nachdem der grösste Teil der systematischen Abweichung durch Multiplication der so erhaltenen Grössen mit $^8/_7$ beseitigt war, wurden sie zu Mitteln nach reducierter Grösse ($W_r = {}^8/_7\, W$) und Farbe zusammengenommen. Die Sterne mit 1, 2—3, 4—7, 8 bis mehr Beobachtungen erhielten Gewichte 1, 2, 3, 4; in der folgenden Tafel giebt s die Gewichtssumme jedes Mittels.

Gr. W_r	c	$H_r - W_r$	s	Gr. W_r	c	$H_r - W_r$	s
0,45	4,43	+ 0,12	11	3,73	2,56	+ 0,24	62
				3,68	3,37	+ 19	34
1,62	1,58	+ 0,19	36	3,72	4,50	+ 12	20
1,65	3,95	+ 16	13	3,78	5,39	+ 19	33
				3,76	6,57	+ 07	24
2,20	2,17	+ 0,21	27				
2,26	3,85	+ 19	19	4,24	2,49	+ 0,20	58
2,23	6,03	+ 12	22	4,28	3,50	+ 17	42
				4,21	4,42	+ 10	12
2,75	2,34	+ 0,22	34	4,18	5,66	+ 04	16
2,76	4,19	+ 20	30	4,23	6,67	+ 04	28
2,79	6,02	+ 09	33				
				4,70	2,70	+ 0,18	13
3,23	2,47	+ 0,23	49	4,78	5,10	+ 07	19
3,29	3,43	+ 12	15	4,83	6,88	— 07	12
3,35	4,37	+ 15	22				
3,32	5,40	+ 19	40				
3,21	6,19	+ 16	15				

In allen Gruppen zeigt sich eine Abhängigkeit von der Farbe in dem Sinne, dass W o l f f die rötlichen Sterne schwächer sah, als sie nach dem System H_r sind. Durch graphische Ausgleichung wurden folgende lineare Beziehungen abgeleitet:

1) Julius Theodor Wolff, Photometrische Beobachtungen an Fixsternen. 1877.

Mittl. Gr. W_r.	Formel für $H_r - W_r$.	Ber. Coeff.
1,6	$+0,16 - 0,012\,(c-4)$	0,013
2,2	$+0,18 - 0,020$ „	0,019
2,8	$+0,17 - 0,038$ „	0,025
3,3	$+0,19 - 0,012$ „	0,030
3,7	$+0,19 - 0,035$ „	0,034
4,2	$+0,14 - 0,040$ „	0,039
4,8	$+0,12 - 0,060$ „	0,045

Der Farbencoefficient nimmt für schwächere Sterne zu. Da die Wolff'sche Beobachtungsmethode darin von der Potsdamer verschieden war, dass nur ein einziges Instrument zur Verwendung kam, und weder Blenden noch Absorptionsgläser zur Schwächung des Sternenlichtes benutzt wurden, waren die subjectiven scheinbaren Helligkeiten der Sterne im Instrumente gerade so verschieden wie ihre wirklichen Helligkeiten. Wenn das Purkinje-Phänomen hier eine Rolle gespielt hat, wird man daher, gleichwie in Cambridge, solch eine Zunahme der Farbencoefficienten bei kleinerer Grösse erwarten können, wie die obigen Zahlen aufweisen. Es ist also angenommen, dass die reducierten Wolff'schen Grössen zur Reduction auf das System H_r eine Correction

$$H_r - W_r = a - 0,010\,(W_r - 0,3)\,(c - 4)$$

erheischen. Die mittels dieses linearen Ausdruckes berechneten Coefficienten sind oben in der letzten Spalte vermerkt.

Die von der Farbe unabhängigen Correctionen a sind in den Constanten der oben gegebenen Formeln enthalten. Aus ihnen ergeben sich durch Hinzufügung von $^1/_8\, W_r$ die Reductionen der nichtreducierten Wolff'schen Grössen, wie sie in der Tafel auf der folgenden Seite stehen.

Die Ursache dieser auffallenden Differenzen ist noch nicht vollständig aufgeklärt. Am ersten wird man an persönliche Auffassungsdifferenzen denken müssen, infolge des verschiedenen Aussehens des künstlichen und des natürlichen Sternes. Für unseren Zweck genügt es, eine empirische Reduction der Wolff'schen Grössen auf unser Normalsystem zu haben; für das in Betracht kommende Intervall wird man für diese Reduction eine lineare Function der Grösse, nämlich $+0,15\,(W + 1,0)$, annehmen können, womit die Werte in der letzten

W_r	$H_r - W_r$	W	$H_r - W$	n	Angen.
0,45	+ 0,12	0,39	+ 0,18	11	
1,63	+ 16	1,43	+ 36	49	+ 0,36
2,23	+ 18	1,95	+ 46	68	+ 44
2,77	+ 17	2,42	+ 52	97	+ 51
3,28	+ 19	2,87	+ 60	141	+ 58
3,73	+ 19	3,26	+ 66	173	+ 64
4,24	+ 14	3,71	+ 67	156	+ 71
4,77	+ 12	4,17	+ 72	44	

Spalte berechnet sind. Die ganze Reduction der Wolff'schen Grössen, die man durch

$$W = 0,4\ (0,0000 - log\ Hell.)$$

aus den von ihm gegebenen Helligkeitslogarithmen findet, auf das System H_r wird jetzt:

$$H_r - W = + 0,15\,(W + 1,0) - 0,011\,(W - 0,3)\ (c - 4).$$

Die Messungen von Seidel. Die Messungen von Seidel und Leonhard [1]) wurden angestellt mit dem Steinheil'schen Prismen-Photometer, wo durch zwei in der Richtung der optischen Axe verschiebbare Objectivhälften, deren jede durch verstellbare Spiegel das Licht eines der beiden zu vergleichenden Sterne empfängt, extrafocale halbscheibenförmige Zerstreuungsbilder der Sterne in der Focalebene gebildet und durch Verschieben eines der beiden Objective einander an Helligkeit gleichgemacht werden. Das Verhältnis der Sternhelligkeiten ist dem Quadrate des Verhältnisses der Entfernung der Scheibenbilder von den Hauptbrennpunkten gleich. Diese Messungen haben eine grosse Genauigkeit; aus den nach der Ausgleichung aller gemessenen Helligkeitsunterschiede übrigbleibenden Abweichungen fand Seidel den w. F. in Logarithmen gleich 0,02962 [2]); also beträgt der m. F. 0,11 Grkl.; nach Ausschluss der weniger genauen älteren

---

1) Resultate photometrischer Messungen an 208 der vorzüglichsten Fixsterne; von L. Seidel. 1862.

2) S. 123 l. c.

Beobachtungen, die hauptsächlich Sterne erster Grösse betreffen, ergeben die übrigen 0,02443, oder als m. F. 0,09 Grkl.; und dieser Wert ist durch das Mitnehmen einiger Verwechslungen vielleicht noch zu gross ausgefallen.

Die Seidel'schen Ergebnisse, die in Helligkeits-Logarithmen mit α Lyrae als Einheit gegeben sind, wurden durch den Ausdruck $S = 0{,}4$ (0,0000 — Log. Hell.) in Grössenklassen umgerechnet, wobei also α Lyrae die Grösse 0,0 erhielt. Das Gewicht wurde für 1 — 2 Beobachtungen zu 1, für mehr zu 2 angenommen. Die Differenzen gegen das System H_r wurden in der üblichen Weise zu den folgenden Mitteln zusammengenommen:

Gr. S	c	$H_r - S$	s	Gr. S	c	$H_r - S$	s
0,30	1,0	+ 0,25	10	3,26	3,8	— 08	10
1,36	1,6	+ 24	10	3,24	5,1	— 29	10
1,25	2,4	+ 12	10	3,26	5,8	— 30	10
1,06	4,1	— 17	12				
				3,82	2,6	+ 0,02	9
2,18	1,7	+ 0,20	9	3,87	3,0	+ 10	9
2,18	2,4	+ 13	10	3,78	3,7	— 07	9
2,35	5,2	— 26	10	3,78	4,7	— 26	10
				3,75	6,0	— 35	10
2,72	2,1	+ 0,15	10				
2,76	3,4	+ 04	11	4,14	2,4	— 0,09	9
2,74	6,0	— 35	11	4,18	3,5	— 11	9
				4,25	5,7	— 46	9
3,20	2,2	+ 0,13	9				
3,34	2,7	+ 03	10				

In diesen Zahlen tritt ein beträchtlicher Farbeneinfluss hervor. Durch graphische Ausgleichung wurden die folgenden Formeln gefunden:

Gr.	> 2	$H_r - S = -0{,}12 - 0{,}125\,(c - 4)$
„	2 — 2,5	$-0{,}09 - 0{,}135$ „
„	2,5 — 3	$-0{,}07 - 0{,}13$ „
„	3 — 3,5	$-0{,}12 - 0{,}135$ „
„	3,5 — 4	$-0{,}12 - 0{,}13$ „
„	< 4	$-0{,}23 - 0{,}125$ „

Der Farbencoefficient zeigt keine Abhängigkeit von der Helligkeit; im Mittel ist er 0,13, und die übrig bleibenden Abweichungen zeigen auch keinen systematischen Charakter, der auf eine Abweichung von dem linearen Zusammenhang mit den O s t h o f f'schen Farbenzahlen hindeute.

Da hier das Sternenlicht durch seine Zerstrenung über grosse diffuse Scheiben bedeutend geschwächt wird, wäre ein grosser Farbencoefficient zu erwarten, weil der Dunkelapparat wohl eine bedeutende Rolle gespielt hat. Ein so grosser Einfluss aber von 0,13 Grkl. für die Farbeneinheit ist dadurch allein nicht erklärbar. Die Hauptursache wird man suchen müssen in der grünlichen Färbung des Glases der benutzten Objective, die von S e i d e l selbst erwähnt wird. „Dadurch muss in meinen Beobachtungen den röthlichen Sternen einigermassen Unrecht geschehen seyn. Einen irgend beträchtlichen Einfluss dieses Uebelstandes glaube ich aber nicht besorgen zu müssen" [1]).

Um jetzt die Abhängigkeit der Differenzen $H_r - S$ von der Grösse, welche in den Constanten der obigen Formeln angezeigt wird, näher zu untersuchen, wurden alle Differenzen mittels des Coefficienten 0,13 von dem Farbeneinfluss befreit, nach Grössen geordnet und zu Mitteln mit dem Gewichte 10 vereinigt:

Gr. S	$H_r - S$ red.	Abw.	Gr. S	$H_r - S$ red.	Abw.
— 0,22	— 0,20	+ 01	3,23	— 0,11	00
+ 0,89	— 03	— 06	3,32	— 18	+ 06
1,59	— 00	— 07	3,43	— 09	— 03
1,74	— 10	+ 02	3,53	— 08	— 05
2,02	— 08	00	3,66	— 09	— 05
2,16	— 07	— 01	3,77	— 02	— 13
2,36	— 09	00	3,86	— 19	+ 03
2,53	— 16	— 01	3,94	— 15	— 01
2,67	— 06	— 03	4,02	— 17	00
2,86	— 03	— 07	4,15	— 24	+ 05
2,99	— 17	+ 07	4,40	— 25	+ 02
3,15	— 09	— 02	5,23	— 34	— 02

1) L. Seidel. Untersuchungen über die gegenseitigen Helligkeiten der Fixsterne erster Grösse etc.... S. 556.

Für helle Sterne nimmt die Differenz mit der Grösse ab; die 5 hellsten Sterne geben alle sehr grosse Zahlen; für Sterne zwischen 1. und 2. Grösse ist sie am kleinsten und nimmt für schwächere Sterne zuerst langsam, dann rascher zu. Es ist nicht sicher, ob die Abweichung bei den hellen Sternen reell ist; über die bei diesem Instrumente zu erwartenden systematischen Fehler ist wenig bestimmtes bekannt; für den hier maszgebenden Zweck, einen möglichst guten Anschluss der verschiedenen Cataloge an einander zu erhalten, wurde eine Curve gezogen, die sich am besten den Mitteln der obigen Tafel anschliesst und durch folgende Punkte bestimmt ist:

Gr. *S.*	$H_r - S.$	Gr. *S.*	$H_r - S.$
— 1,5	— 0,34	2,5	— 0,09
— 1,0	— 0,28	3,0	— 0,10
0,0	— 0,16	3,5	— 0,13
1,0	— 0,08	4,0	— 0,17
1,5	— 0,07	4,5	— 0,24
2,0	— 0,08	5,0	— 0,33.

Die übrig bleibenden Abweichungen sind in der letzten Spalte der vorigen Tafel verzeichnet; sie ergeben als m. F. eines Mittels $\sqrt{0{,}0029} = 0{,}054$, also 0,17 oder 0,12 als mittleren Wert einer Differenz mit Gewicht 1 oder 2. Die Abweichungen bei den einzelnen Sternen ergeben 0,145 bei Gewicht 1, 0,084 bei Gewicht 2 als mittleren Wert einer Differenz zwischen Harvard und Seidel.

Die Normalgrössen nach den photometrischen Messungen. Aus diesen fünf Catalogen, jeder mit seiner oben abgeleiteten Reduction auf das System H_r, wurden mittlere Grössen für jeden der in Betracht kommenden Sterne abgeleitet. Das Argument der Correctionen ist hauptsächlich die Farbe; um etwas genauere Zahlen dafür zu haben, wurden die Osthoff'schen mit dem 4-Zöller erhaltenen Zahlen (c_1) vereinigt mit den am terrestrischen Rohre erhaltenen (c_t), nachdem letztere mittels der Formel

$$c_2 = c_t + {}^1/_{6,5}\,(c_t - 9{,}1)$$

für den systematischen Unterschied mit c_1 verbessert waren. Das Mittel von c_1 und c_2, jedes mit einem der Anzahl der Beobachtungen gleichen

Gewicht, wurde als Argument c aller Farbencorrectionen angenommen.

Die Grössen nach Potsdam, Harvard und Oxford sind den Catalogen entnommen; da nicht alle Vergleichsterne für Algol in den beiden ersten Bänden der Potsd. Photom. D. M. sich vorfanden, hatten die Herren Prof. Müller und Dr. Kempf die Güte, die in der Zone $+ 40$ bis $+ 60°$ enthaltenen Sterne möglichst bald zu messen und mir die Resultate sofort mitzuteilen. Bei Seidel und Wolff sind die Grössen mittels des Factors 0,4 aus den von ihnen gegebenen Helligkeitslogarithmen in der oben beschriebenen Weise berechnet. Bei Wolff wurden die Gesamtresultate der beiden Teile seines photometrischen Cataloges benutzt, wozu den Ergebnissen des ersten Teiles verschiedene für jeden Abend constante Correctionen zugefügt wurden [1]), die im Mittel nicht verschwinden. Daher bedürfen die für Wolff nur aus den Angaben des ersten Teils berechneten Reductionen auf H_r noch einer constanten Verbesserung, welche im Mittel aus 33 Sternen dieser Himmelsgegend zu $+ 0{,}14$ bestimmt wurde.

Die Tafel S. 172—173 giebt die solcherweise erhaltenen unmittelbaren Grössen nach den verschiedenen Quellen mit der Anzahl der Beobachtungen. Daneben finden sich die auf das System H_r reducierten Grössen mit den Gewichten.

Bei der Wahl der anzunehmenden Gewichte ist, wie immer, einige Willkür nicht zu vermeiden. Bei jedem Cataloge für sich hat man folgende Data. Für Potsdam ist $\mu^2 = 0{,}0036$ anzunehmen, da die Beobachter 0,04 als wahrsch. Fehler einer Catalogbelligkeit geben. Für Harvard wurde aus einer grosser Anzahl den Cataloghelligkeiten beigegebener „probable errors" der m. F. einer Beobachtung zu $\sqrt{0{,}0463}$ gefunden, also ist für eine auf 3, 6, oder 12 Beobachtungen beruhende Cataloghelligkeit $\mu^2 = 0{,}0154,\ 0{,}0077,\ 0{,}0038$. Im Mittel wurde für die Sterne oberhalb 4,5, $\mu^2 = 0{,}0056$ gefunden. Bei J. Th. Wolff findet man aus den Abweichungen der Einzelresulte von den Catalogangaben μ^2 einer Beobachtung $= 0{,}0120$; die älteren Beobachtungen des ersten Teils, die bei den obigen Catalogvergleichungen benutzt wurden, ergeben für sich allein 0,0193. Da die Scala dieser Zahlen mit 1,15

1) J. Th. Wolff, Photometrische Beobachtungen an Fixsternen a. d. J. 1876 bis 1884, S. 166.

multipliciert werden muss, werden sie in Grössenklassen gleich 0,0160 und 0,0255. Bei Seidel ist nach den Angaben des Beobachters μ^2 einer Beobachtung $= 0{,}0123$, und mit Ausschluss der älteren Messungen von Sternen erster Grösse 0,0084.

Daneben liefert die gegenseitige Vergleichung der Cataloge Material zur Beurteilung der mittleren Fehler. In der folgenden Zusammenstellung ist das Quadrat des mittleren Wertes der nach Verbesserung für systematische Catalogreductionen übrigbleibenden Differenzen gegeben, und daneben der berechnete Wert, der die Summe der für jeden Catalog für sich geltenden Fehlerquadrate ist.

Potsdam-Harvard	$\mu^2 = 0{,}0128$	berechnet $\Sigma\,\mu^2 =$	0,0092
Seidel-Harvard	$\mu^2 = 0{,}0098$ für $n > 2$	„ $\Sigma\,\mu^2 =$	0,0079
„	0,0210 „ $n = 1 - 2$	„	0,0156
Wolff-Harvard	$\mu^2 = 0{,}0159$ für $n > 8$	„ $\Sigma\,\mu^2 =$	0,0081
	0,0252 „ $n = 4 - 8$	„	0,0099
	0,0254 „ $n = 2 - 3$	„	0,0158
	0,0536 „ $n = 1$	„	0,0311
Oxford-Harvard	$\mu^2 = 0{,}0286$ für $n > 3$	„ $\Sigma\,\mu^2 =$	(0,0191)
	0,0430 „ $n = 1 - 3$	„	(0,0287)

Die gefundenen Zahlen sind sämtlich grösser als aus den m. F. jedes Cataloges berechnet wird; da die Farben c nicht fehlerfrei sind, für die Reductionen fast überall lineare Formeln benutzt wurden und auch noch eine Abhängigkeit der Differenzen von der Himmelsgegend möglich ist, wird dies nicht überraschen. Das Verhältnis der berechneten und gefundenen Zahlen ist besonders bei $W - H$ gross (1,7 — 2,3); bei $P - H$ ist es 1,4, bei $S - H$ wird es 1,2 — 1,3; da bei Oxford eine directe Angabe des m. F. einer Cataloghelligkeit fehlt, wurde für $O - H$ dieses Verhältnis zu 1,5 angenommen und daraus die in Klammern gesetzten $\Sigma\,\mu^2$ berechnet, die als μ^2 für Oxford 0,0135 bei mehr als drei, 0,0231 bei 3 oder weniger Beobachtungen geben.

Nach diesen Ergebnissen wurde als Gewichtseinheit eine Angabe mit $\mu^2 = 0{,}0200$ oder etwas darüber gewählt, und es wurden folgende Gewichte angenommen:

Potsdam	überall	5
Harvard	3 Beobachtungen	2

Harvard	6	Beobachtungen	3
„	8	„	4
„	>8	„	5
Oxford	$1-3$	„	1
„	>3	„	2
Wolff	$1-3$	„	1
„	>3	„	2
Seidel	$1-2$	„	2
„	>2	„	5.

Mittels dieser Gewichte wurden aus den reducierten Grössen Mittel M_1 genommen, die als die besten nach den photometrischen Messungen anzunehmenden Normalgrössen dieser Sterne betrachtet werden können.

Die übrigbleibenden, in den letzten Spalten S. 173 stehenden Abweichungen können zeigen, in welchem Masze unsere Voraussetzungen bestätigt werden. Alle zusammen ergeben sie als μ^2 der Gewichtseinheit $(\Sigma\, g\, \varepsilon^2) : (m - n) = 1{,}1256 : 84 = 0{,}0134$, also bedeutend weniger als zu erwarten war. Für die einzelnen Quellen findet sich als μ^2 der Gewichtseinheit

$$P\ 0{,}0129 \quad H\ 0{,}0113 \quad O\ 0{,}0175 \quad W\ 0{,}0165 \quad S\ 0{,}0081.$$

Verhältnismäszig wurde also durch die angenommenen Gewichte O und W noch zu hoch, S noch zu niedrig geschätzt.

Endwerte für die Normalgrössen unter Hinzuziehung der Stufenschätzungen. Die Stufenschätzungen können für die gegenseitige Helligkeit von nicht zu weit von einander entfernten und nicht zu sehr an Helligkeit verschiedenen Sternen genaue Resultate geben; für die Aufstellung der Normalgrössen können sie jedoch nur Beiträge liefern, wenn durch den Anschluss an die photometrischen Grössen der Stufenwert und die Abhängigkeit von der Farbe bestimmt werden. Es wird dabei angenommen, dass die Grösse m mit der Helligkeit in der Stufenscala n zusammenhängt durch die Formel

$$m = x + y\, n + z\, c.$$

Es wird also vorausgesetzt, dass der Stufenwert nicht von der ab-

Stern.	Farbe.			Unmittelbare Grössen nach den Catalog[e]							
	c_1	c_2	c	P	H	n	O	n	W	n	
α Andromedae	1,7	1,8	1,8	2,44	2,08	16	2,07	12	1,78	4	2
β Cassiopeiae	3,1	2,7	2,9	2,59	2,42	17	2,40	10	1,85	5	2
δ Andromedae.	6,2	6,0	6,1	3,50	3,41	6	3,18	2	2,76	4	3
γ Cassiopeiae	2,1	2,1	2,1	2,48	2,30	20	2,30	13	1,67	5	2
δ »	3,0	2,5	2,8	2,98	2,84	15	2,91	11	2,17	12	2
ε »	2,6	2,5	2,6	3,62	3,55	15	3,51	1	2,74	9	3
α Trianguli	4,1	4,1	4,1	3,65	3,58	15	3,50	1	2,76	2	3
β Arietis.	2,6	2,2	2,4	3,03	2,79	15	2,75	1	2,27	22	2
γ Andromedae.	5,6	5,2	5,4	2,39	2,14	14	2,05	1	1,66	11	2
β Trianguli	3,2	2,7	2,9	3,31	3,12	17	3,12	1	2,56	11	3
γ Persei	4,7	4,3	4,6	3,19	3,11	13	3,06	1	2,43	11	3
β »	1,8	1,9	1,8	2,46	2,31	17	2,40	1	1,53	2	2
ω »	5,4	—	5,4	4,72	4,74	3	4,94	1	3,64	2	·
κ »	5,8	5,6	5,7	3,98	3,95	13	4,08	1	3,22	6	·
α »	3,5	3,3	3,4	2,18	1,94	19	1,93	1	1,34	10	1
δ »	2,3	2,3	2,3	3,33	3,18	14	3,11	1	2,45	21	3
ν »	3,8	—	3,8	4,02	4,00	13	4,06	1	3,15	7	·
ζ »	3,0	2,8	2,9	3,14	3,10	13	3,09	1	2,36	27	3
ε »	2,0	2,0	2,0	3,16	3,04	14	3,13	3	2,36	20	3
ι Aurigae.	6,3	6,7	6,5	2,86	2,72	6	2,87	1	2,26	6	3
η »	1,6	2,5	1,7	—	3,33	13	3,49	6	2,62	20	·
β »	1,9	2,0	2,0	—	2,07	14	1,94	1	1,40	6	1
α Cephei	3,0	2,0	2,8	—	2,58	14	2,57	1	1,93	6	2

soluten Helligkeit abhängig ist, und dass der Farbeneinfluss dem Osthoff'schen c proportional gesetzt werden darf. Setzt man für m die schon abgeleiteten Normalgrössen, so kann man x, y, z nach der Methode der kleinsten Quadrate auflösen, und damit die Grösse m berechnen, wie sie nach der Stufenschätzung sein sollte.

Für Plassmann wurde die in Kap. II abgeleitete Stufenscala (S. 87) benutzt, und β Persei im vollen Lichte = 18,4 hinzugefügt, da wir nicht mehr Grund haben, eine säculare Änderung des vollen Lichtes bei Algol anzunehmen, als bei jedem anderen für unveränderlich geltenden Stern. Für meine eigenen Resultate wurde den Zahlen S. 99 im Kap. III noch ι Aurigae = 7,1 hinzugefügt. In

uf das System H_r reducierte Grössen								Mittel		Abweichungen.				
H	*g*	*O*	*g*	*W*	*g*	*S*	*g*	M_1	*g*	*P*	*H*	*O*	*W*	*S*
2,09	5	2,19	2	2,38	2	2,24	5	2,21	19	+ 1	− 12	− 2	+ 17	+ 4
2,43	5	2,47	2	2,44	2	2,53	2	2,44	16	− 5	− 1	+ 3	0	+ 9
3,34	3	3,13	1	3,40	2	3,34	2	3,35	13	+ 3	− 1	− 22	+ 5	− 1
2,32	5	2,41	2	2,24	2	2,31	5	2,30	19	− 4	+ 2	+ 11	− 6	+ 1
2,86	5	2,99	2	2,82	2	2,99	2	2,88	16	− 6	− 2	+ 11	− 6	+ 11
3,60	5	3,60	1	3,48	2	3,55	5	3,55	18	− 4	+ 5	+ 5	− 7	0
3,58	5	3,53	1	3,46	1	3,52	2	3,55	14	− 1	+ 3	− 2	− 9	− 3
2,82	5	2,84	1	2,93	2	2,87	2	2,86	15	+ 1	− 4	− 2	+ 7	+ 1
2,13	5	2,02	1	2,18	2	2,15	5	2,14	18	+ 2	− 1	− 12	+ 4	+ 1
3,15	5	3,19	1	3,26	2	3,24	2	3,19	15	− 1	− 4	0	+ 7	+ 5
3,10	5	3,07	1	3,07	2	3,06	2	3,07	15	− 2	+ 3	0	0	− 1
2,33	5	2,52	1	2,08	1	2,36	5	2,31	17	− 7	+ 2	+ 21	− 23	+ 5
4,65	2	4,77	0	4,43	1	—		4,56	8	− 1	+ 9	....	− 13	....
3,88	5	4,04	1	3,93	2	—		3,88	13	− 6	0	+ 16	+ 5	....
1,94	5	1,98	1	1,85	2	1,92	5	1,92	18	0	+ 2	+ 6	− 7	0
3,22	5	3,21	1	3,15	2	3,26	2	3,21	15	− 1	+ 1	0	− 6	+ 5
4,01	5	4,04	1	3,92	2	—		3,94	13	− 9	+ 7	+ 10	− 2	....
3,13	5	3,16	1	3,03	2	3,10	2	3,07	15	− 8	+ 6	+ 9	− 4	+ 3
3,09	5	3,24	1	3,05	2	3,16	2	3,08	15	− 6	+ 1	+ 16	− 3	+ 8
2,68	3	2,80	1	2,83	2	2,83	2*	2,74	13	− 5	− 6	+ 6	+ 9	+ 9
3,40	5	3,61	2	3,36	2	—		3,44	9	....	− 4	+ 17	− 8	....
2,08	5	2,05	1	1,92	2	2,06	5	2,05	13	....	+ 3	0	− 13	+ 1
2.60	5	2,65	1	2,53	2	2,66	5	2,62	13	....	− 2	+ 3	− 9	+ 4

seinem Aufsatze „Die Lichtcurve Algols" [1]) hat A. A. Nijland auch die Resultate für die Differenzen der Vergleichsterne mitgeteilt; die den verschiedenen Stufenzahlen entsprechenden Helligkeitsintervalle sind durch die Formel $v = -0{,}034\,n + 0{,}020\,n^2$ Grkl. abgeleitet; indem ich diese addierte, ausgehend von α Persei $= 1{,}92$, erhielt ich ein System Grössen nach Nijland, die als die n der obenstehenden Formel betrachtet werden können. Zuletzt wurde noch die Stufenhelligkeit nach Schönfeld benutzt; dazu wurde das

---

1) Astron. Nachr. Bd. 154, S. 143.

Mittel der von Schönfeld 1870 und von Scheiner 1882 abgeleiteten Scalen genommen.

Die für diese Vergleichsternreihen erhaltenen Formeln sind folgende, wo der mittlere Wert der übrigbleibenden Abweichungen hinzugefügt wurde:

$$
\begin{array}{llll}
\text{Pl.} & m = & 3{,}983 - 0{,}1041\,n - 0{,}108\ (c-4) & \mu_1^2 = 0{,}0047 \\
\text{P.} & m = & 3{,}558 - 0{,}1041\,n - 0{,}017\ (c-4) & \mu_1^2 = 0{,}0026 \\
\text{N.} & m = & -\,0{,}015 + 1{,}0075\,n + 0{,}0037\,(c-4) & \mu_1^2 = 0{,}0023 \\
\text{S.} & m = & 3{,}917 - 0{,}0737\,n + 0{,}0007\,(c-4) & \mu_1^2 = 0{,}0133.
\end{array}
$$

Diese Abweichungen selbst sind aus der folgenden Tafel leicht zu finden, da dort unter den Buchstaben der Beobachter die für sie geltenden, nach obigen Formeln berechneten Grössen stehen und die dritte Spalte die Grösse M_1 nach den photometrischen Catalogen giebt. Die Abweichungen zeigen sich für die drei ersten Beobachter äusserst gering, bei Schönfeld aber sehr gross. Dieses für einen geübten Beobachter, dessen Beobachtungen als genau bekannt sind, auffallende Verhalten weist auf den Einfluss einer systematischen Fehlerursache hin. Diese ist wahrscheinlich die Abhängigkeit des Stufenwertes von dem geschätzten Intervall, wofür weder durch Schönfeld selbst, noch durch Scheiner eine Stufenverbesserung angebracht wurde. Dadurch werden voraussichtlich die Differenzen γ Andr. — ι Aur. und α Tr. — ν Pers., die aus grossen Stufenzahlen abgeleitet sein müssen, zu klein sein gegen die anderen; das bestätigen auch die Zahlen der folgenden Tafel. Es ist selbstverständlich nicht möglich, diesen Einfluss zu berücksichtigen, indem man jetzt Correctionen an die abgeleiteten Stufenzahlen anbringt; ein Zurückgehen auf die ursprünglichen Schätzungen selbst, die jetzt gedruckt vorliegen[1]), ist dabei nicht zu umgehen.

Übrigens zeigen diese Vergleichungen, dass die Resultate der Stufenschätzungen, wenn sie nur von systematischen Fehlern befreit werden, den photometrischen an Genauigkeit nicht nachstehen. Zugleich weist die Geringfügigkeit der übrigbleibenden Differenzen darauf hin, dass bei Berücksichtigung der Veränderlichkeit des Stufenwertes

---

1) Veröffentl. der Sternwarte Heidelberg. Erster Band.

	c	M_1 g	Pl	P	N	S	Pl	P	N	S	M_0 g
α Androm.	1,8	2,21 19		13,1			—	2,23 4	—	—	2,21 23
β Cassiop.	2,9	2,44 16		10,8	2,42		—	2,45 4	2,42 5	—	2,43 26
δ Androm.	6,1	3,35 13		1,9			—	3,32 4	—	—	3,34 17
γ Cassiop.	2,1	2,30 19		12,2			—	2,32 4	—	—	2,31 23
δ »	2,8	2,88 16		6,6	2,85		—	2,87 4	2,85 5	—	2,87 25
ε »	2,6	3,55 18		0,5			—	3,53 4	—	—	3,54 22
α Triang.	4,1	3,55 14	4,6	0,0	3,57	3,6	3,49 5	3,56 4	3,58 5	3,66 2	3,55 30
β Arietis.	2,4	2,86 15		7,7	2,91	16,4	—	2,78 4	2,91 5	2,70 2	2,84 26
γ Androm.	5,4	2,14 18	16,5	13,6	2,17	23,1	2,11 5	2,12 4	2,18 5	2,22 2	2,15 34
β Triang.	2,9	3,19 15		3,3	3,17	9,1	—	3,23 4	3,17 5	3,24 2	3,20 26
γ Persei.	4,6	3,07 15		4,7		11,3	—	3,06 4	—	3,08 2	3,07 21
β »	1,8	2,31 17	18,4	12,7		20,6	2,31 5	2,28 4	—	2,38 2	2,31 28
ι »	5,4	4,56 8					—	—	—	—	4,56 8
κ »	5,7	3,88 13			3,86		—	—	3,87 5	—	3,88 18
α »	3,4	1,92 18	19,9	15,5	1,92		1,98 5	1,95 4	1,92 5	—	1,93 32
δ »	2,3	3,21 15	8,8	2,9	3,23	7,8	3,25 5	3,28 4	3,23 5	3,33 2	3,23 31
ν »	3,8	3,94 13	0,0		3,84	1,2	4,00 5	—	3,85 5	3,83 2	3,92 26
ζ »	2,9	3,07 15		4,4			—	3,12 4	—	—	3,08 19
ε »	2,0	3,08 15	11,5	4,5	3,15	12,6	3,00 5	3,12 4	3,15 5	2,98 2	3,08 31
ι Aurigae.	6,5	2,74 13		7,1		17,1	—	2,78 4	—	2,67 2	2,74 21
η »	1,7	3,44 9		2,3			—	3,36 4	—	—	3,41 13
β »	2,0	2,05 13			2,02		—	—	2,01 5	—	2,04 18
α Cephei.	2,8	2,62 13		10,1			—	2,53 4	—	—	2,60 17

mit dem Intervall und der Abhängigkeit der Helligkeit von der Farbe, die besonders bei Plassmann sehr stark ist, die Abweichungen vollkommen unter die Grenzen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler gebracht werden können. Wenn sich dies als eine allgemeingültige Thatsache erweist, braucht man nicht mehr für jeden Beobachter eine eigene empirisch abgeleitete Scala der Vergleichsternhelligkeiten anzunehmen; man kann dann ein festes, für alle geltendes genaues System von Vergleichsterngrössen benutzen und unter Berücksichtigung der jedem Beobachter eigentümlichen systematischen Schätzungsfehler mittels dieser Normalgrössen seine Beobachtungen berechnen.

Für die Zufügung der nach diesen vier Beobachtern erhaltenen Grössen zu den photometrischen Resultaten wurde den Werten von

Pl. und N. das Gewicht 5, von P. das Gewicht 4, von S. das Gewicht 2 gegeben. In der obenstehenden Tafel sind die c und das Endresultat von der Tafel S. 173 wiederholt; dann werden für die hinzugekommenen vier Beobachter die n gegeben, und die für sie abgeleiteten Grössen mit ihren Gewichten. Das Mittel aus allen, den jetzt gefundenen und den früher gegebenen photometrischen Werten, ist in der letzten Spalte gesetzt mit seinem Gewicht. Diese Zahlen, deren m. F. nur ein paar Hunderdstel einer Grössenklasse betragen, sind die besten, nach den jetzt zur Verfügung stehenden Quellen anzunehmenden Normalgrössen für die Vergleichsterne Algols.

KAPITEL VIII.

Die Beobachtungen von E. Heis.

Die Algolbeobachtungen von E. Heis sind nicht veröffentlicht; nur von einigen späteren Minimis sind die Resultate in den Astron. Nachr. mitgeteilt, welche auch von Chandler benutzt wurden. Durch die Güte des Herrn Director Pickering erhielt ich auf meine Bitte eine Copie der ursprünglichen Schätzungen nach den auf der Harvard-Sternwarte aufbewahrten Beobachtungsbüchern; darauf gründet sich die folgende Untersuchung.

Die Schätzungen der ersten Jahre wurden nicht benutzt, da sie nur unbestimmte Bezeichnungen enthalten; erst nach 1843 werden Stufenzahlen benutzt. Doch bereiten auch die späteren Beobachtungen der Discussion Schwierigkeiten; meistenfalls wurde nur mit einem Stern verglichen, selten mit 2, so dass aus den Schätzungen selbst keine Vergleichsternscala zu bilden ist. Man ist daher gezwungen, bei der Reduction die Vergleichsternscala einer anderen Quelle zu entnehmen; und dazu bietet sich sofort die Normalscala photometrischer Grössen des vorigen Kapitels an.

Dabei ist es nur nötig, den Stufenwert in Grössenklassen und den Farbeneinfluss zu kennen. Als Material zu ihrer Bestimmung konnten die Helligkeiten von einer grossen Anzahl nördlicher Sterne benutzt werden, die Heis aus Stufenschätzungen ableitete und in seiner Schrift „De magnitudine relativa numeroque accurato stellarum ....“ mitgeteilt hat. Diese wurden mit den für Farbe verbesserten und auf das System H_r reducierten Harvardgrössen verglichen. Es zeigte sich, (vergl. die folgende

Tafel, wo die Sterne zu Mitteln aus je 5 oder 6 vereinigt sind), dass ein constanter Stufenwert, nämlich die Formel $m\,(H_r) = 3{,}22 - 0{,}08\,(n_H - 25)$, einen systematischen Gang in den Abweichungen (Abw_1) übrig liess, der durch einen bei abnehmender Helligkeit steigenden Stufenwert, wie es die Formel $m = 3{,}12 - 0{,}08\,(n_H - 25) + 0{,}001\,(n_H - 25)^2$ ausdrückt, weggeschafft wurde (vergl. Abw_2).

n_H	m	Abw_1	Abw_2
41,4 (5)	2,07	+ 0,16	− 0,01
35,5 (5)	2,31	− 07	− 08
30,4 (5)	2,78	− 01	+ 06
24,4 (5)	3,11	− 16	− 06
20,7 (5)	3,40	− 16	− 08
18,7 (5)	3,73	+ 01	+ 07
16,8 (5)	3,86	− 03	00
14,7 (6)	4,10	+ 06	+ 05
11,3 (6)	4,36	+ 04	− 05

Nach der zweiten Formel ist der Wert einer Stufe für

$n = 40$	$m = 2{,}14$	gleich 0,05 Grkl.
„ 30	„ 2,74	„ 0,07 „
„ 20	„ 3,54	„ 0,09 „
„ 10	„ 4,54	„ 0,11 „

Die nach dieser Formel übrig bleibenden Abweichungen, deren mittlerer Wert $\sqrt{0{,}0179}$ ist, wurden nach der Farbe geordnet und zu Mitteln vereinigt. Es ergab sich

für $c = 1{,}0 - 2{,}9$ (Osthoff)	Abw. = + 0,01	Grkl.	(24 Sterne)
„ 3,0 — 4,9 „	— 0,01	„	(9 „)
„ 5,0 — 8 „	— 0,02	„	(14 „)

Ein Farbeneinfluss ist also nicht merklich, und die Normalgrössen sind ohne Abänderung für Heis zu benutzen.

Der Wert einer Stufe wurde aus den Algolbeobachtungen selbst abgeleitet. Die wenigen Intervalle der Vergleichsterne ergeben:

ε Pers.	— δ Pers.	=	2,3	Stufen =	0,15	Grkl.	(24	Abende)
ζ „	— ε „		1,5	„	0,00	„	(14	„)
γ Andr.	— ζ „		9,0	„	0,93	„	(2	„)
„	— ε „		8,4	„	0,93	„	(2	„)
ι Aur.	— ζ „		1,2	„	0,34	„	(2	„)
„	— ε „		3,0	„	0,34	„	(1	Abend)
β Ariet.	— ε „		6,0	„	0,24	„	(1	„)
„	— ι Aur.		4,0	„	— 0,10	„	(1	„)
ε Pers.	— β Triang.		0,5	„	0,12	„	(1	„)
α „	— ε Pers.		13,0	„	1,15	„	(1	„)

Giebt man jeder dieser Differenzen ein Gewicht, das der Anzahl der Abende gleich ist, so findet man 1 Stufe = 0,07 Grkl.

Es fällt in diesen Differenzen auf, dass ζ Persei von Heis bedeutend heller geschätzt wurde als ε, während die Normalscala sie gleich hell giebt; schliesst man die Vergleichungen mit ζ aus, so wird 1 Stufe = 0,073 Grkl. Es ist nicht unmöglich, dass um die Mitte des vorigen Jahrhunderts ζ heller war als nachher; da diese Veränderlichkeit jedoch zu wenig feststeht, um dafür von der Methode, für alle Beobachter dieselbe Scala zu benutzen, abzuweichen, wurde auch die Normalgrösse von ζ beibehalten und 1 St. = 0,07 Grkl. angenommen. Dieser Wert ist etwas kleiner als aus der oben gefundenen Formel folgt; daneben giebt es einige Andeutungen, dass auch bei Heis die grossen Intervalle zu klein geschätzt wurden; da aber die grossen Intervalle nur bei helleren Sternen vorkommen, wo nach der Formel der Stufenwert kleiner ist, wirken diese Einflüsse einander entgegen und ist weiter keine Rücksicht darauf genommen.

Bei der Reduction der Algolbeobachtungen zeigte sich sehr deutlich, dass die Schätzungen nicht von einander unabhängig sind; wo wegen der geringen Höhe der Sterne grosse Correctionen für Extinction angebracht werden mussten, wird die Übereinstimmung durch diese Correction oft wesentlich verschlechtert. Grössere Stufenzahlen als 6 wurden weggelassen. Vergleichungen mit ρ wurden auf dieselbe Weise behandelt wie bei den anderen Beobachtern angegeben ist; seine Grösse war an den verschiedenen Tagen (meistenfalls auf den gleichzeitigen Anschlüssen an δ Persei beruhend, der, mit Ausnahme von einem

Tage, wo $\varkappa$ Persei benutzt wurde, immer der schwächste der unveränderlichen Vergleichsterne war)

1842	Dec.	6	3,42 (5)	1851	Oct.	20	3,51 (1)
43	Jan.	21	3,58 (3)	52	Dec.	23	3,48 (4)
47	Oct.	13	3,52 (1)	53	Oct.	3	3,52 (3)
47	Oct.	27	3,53 (1)	54	Oct.	31	3,23 (2)
47	Nov.	2	3,51 (5)	54	Dec.	27	3,10 (5)
47	Nov.	5	3,66 (2)	55	Jan.	19	3,45 (2)
47	Nov.	25	3,53 (2)	56	Aug.	3	3,41 (7)
48	Jan.	4	3,46 (3)	57	Febr.	17	3,48 (2)
48	Jan.	7	3,49 (1)	57	Sept.	17	3,51 (5)
48	Jan.	10	3,51 (2)	59	Nov.	3	3,35 (2)
48	Jan.	27	3,43 (1)	59	Nov.	6	3,45 (5)
51	Febr.	24	3,39 (5)				

Die Mittel der nach der Phase geordneten Beobachtungsergebnisse, jedes zwischen -2^h und $+2^h$ Phase mit dem Gewicht 9 bis 10 (im Durchschnitt 9,9), bei grösserer Phase mit dem Gewicht 5, sind in der folgenden Tafel enthalten:

Phase.	Grösse.	$B-R$	Phase.	Grösse.	$B-R$	Phase.	Grosse.	$B-R$
-2^h42^m	2,67	$-0,11$	-0^h13^m	3,37	$+0,08$	$+1^h\ 8^m$	3,17	$+0,02$
10	3,00	+ 10	7	3,28	— 02	16	3,13	+ 01
— 1 44	2,96	— 05	+ 0 2	3,37	+ 06	20	3,09	— 02
35	3,08	+ 03	8	3,24	— 06	25	3,15	+ 05
20	3,10	00	14	3,30	+ 01	32	3,06	— 01
10	3,13	— 01	21	3,28	00	38	3,06	+ 01
2	3,20	+ 04	29	2,27	+ 01	45	2,99	— 03
— 0 53	3,21	+ 02	34	3,19	— 06	53	3,01	+ 03
44	3,18	— 04	40	3,22	— 02	+ 2 2	2,98	+ 04
39	3,19	— 04	49	3,21	00	10	2,87	— 04
31	3,29	+ 03	53	3,17	— 03	22	2,84	— 01
25	3,25	— 02	57	3,12	— 07	30	2,93	+ 11
20	3,24	— 04	+ 1 3	3,17	00	47	2,70	— 05

Eine graphische Darstellung lieferte die nachfolgende Lichtcurve, die in den Beobachtungsmitteln die Abweichungen $B - R$ der letzten Spalte übrig lässt.

Phase.	Gr. v. d. M.	Gr. n. d. M.	Phase.	Gr. v. d. M.	Gr. n. d. M.
$2^h 50^m$	2,75	2,74	$1^h 20^m$	3,10	3,11
40	79	78	10	14	14
30	83	82	1 0	17	18
20	86	86	0 50	20	21
10	90	91	40	23	24
2 0	95	2,95	30	26	26
1 50	2,99	3,00	20	28	28
40	3,03	04	10	30	30
1 30	3,07	3,08	0 0	3,31	3,31

Die Abweichungen zwischen -2^h und $+2^h$ Phase ergeben als m. F. eines Mittels $\sqrt{0,0015}$; aus allen Abweichungen wird der m. F. der Gewichtseinheit, also einer Schätzung, zu $\sqrt{0,0168} = 0,13$ Grkl. gefunden. Die Lichtcurve ist vollständig symmetrisch; die Correction der Zeit des Minimums ist 0, und die Helligkeit des Minimums ist 3,31.

Diese Helligkeit stützt sich zum grössten Teil auf die für δ angenommene Grösse. Um die Resultate für jeden Stern gesondert zu haben, wurden auch noch Beobachtungsmittel nur aus den Vergleichungen mit dem am meisten benutzten Stern δ abgeleitet. Diese zeigten zwischen -1^h und $+1^h$ Phase eine durchschnittliche Abweichung $-0,01$ gegen die Lichtcurve; nach den Vergleichungen mit δ allein ist also die Grösse von Algol im Minimum 3,30. Die Vergleichungen mit $\varkappa$ Persei am 6. Dec. 1842 weisen im Durchschnitt eine Abweichung $+0,32$ auf; sie geben die Grösse des Minimums also auf 3,63 an. Wie bei den anderen Beobachtungsreihen, wurden auch hier Tageswerte der Helligkeit des Minimums abgeleitet, wozu die Abweichungen der Einzelbeobachtungen zwischen -36^m und $+36^m$ Phase benutzt wurden. Die Ergebnisse, die sich nur auf die Anschlüsse an δ Persei stützen, finden sich in der folgenden Tafel. Die Gewichte sind den $\sqrt{a}$, wo a die Anzahl in jedem Werte enthaltenen Beobachtungen giebt, nahe gleichgesetzt.

Tag.	Min. Gr.	a	g	Tag.	Min. Gr.	a	g
47 Nov. 2	3,38	4	2	53 Oct. 3	3,34	2	1
» 5	3,44	4	2	54 Oct. 28	3,37	6	2
» 25	3,38	2	1	Dec. 27	3,19	4	2
48 Jan. 4	3,32	4	2	55 Jan. 19	3,24	6	2
» 7	3,31	4	2	56 Aug. 3	3,31	8	3
» 10	3,29	6	2	57 Sept. 17	3,34	8	3
» 27	3,35	1	1	59 Nov. 3	3,32	2	1
49 Febr. 23	3,20	2	1	» 6	3,35	4	2
51 Febr. 24	3,25	5	2	60 Febr. 23	3,18	7	3
52 Dec. 23	3,30	5	2				

Bildet man Mittel aus diesen Tageswerten für drei Perioden, so findet man:

1847 Nov. 2—49 Febr. 23	3,34	$\Sigma g = 12$	aus 8 Minimis
51 Febr. 24—55 Jan. 19	3,28	11	„ 6 „
56 Aug. 3—60 Febr. 23	3,29	12	„ 5 „

Da der m. F. für $g = 1$ sich aus den Abweichungen zu $\sqrt{0,0092}$ ergiebt, ist in diesen Zahlen eine kleine Zunahme angedeutet. Dass dadurch eine wirkliche Helligkeitszunahme des Algol im Minimum bewiesen wird, darf jedoch eben so wenig behauptet werden, wie bei den anderen Beobachtern.

KAPITEL IX.

Die Asymmetrie der Lichtcurve.

Die von Schönfeld und Scheiner gefundene Asymmetrie ist eine Eigentümlichkeit der Lichtcurve, welche durch die Trabantentheorie nicht zu erklären ist; um einen Fingerzeig zu ihrer Erklärung zu bekommen, muss ihr Sinn und ihr Betrag zu möglichst vielen verschiedenen Epochen bestimmt werden.

In den Kap. II und III wurde gefunden, dass die Plassmann'schen Beobachtungen und die meinigen fast gleich gut durch eine symmetrische wie durch eine asymmetrische Curve dazustellen waren; überdies zeigt die Vergleichung der Tafeln S. 92 und S. 101, wie auch schon S. 102 bemerkt wurde, dass die bei diesen beiden Beobachtern am besten anschliessenden asymmetrischen Curven eine entgegengesetzt gerichtete Asymmetrie geben. Man darf also wohl schliessen, dass in dem vergangenen Jahrzehnt keine Spur von Asymmetrie nachzuweisen ist.

Bei Argelander, wie auch bei Heis, weisen die Beobachtungen gar keine systematische Abweichung von der symmetrischen Curve an. Daneben zeigen weder die photometrischen Messungen in Cambridge (vergl. S. 132) noch die Potsdamer (S. 137) bis zu 2^h Phase (die weiter entfernten Teile der Lichtcurve werden gesondert betrachtet werden) einige Andeutung von Asymmetrie der Lichtcurve.

Gegenüber dem Resultat aller dieser Reihen, dass weder in der Periode 1840—60 (Argelander, Heis), noch 1890—1900 (Plassmann, Pannekoek), noch um 1880 (Potsdam, Cambridge) eine Asymmetrie des mittleren Teils der Curve bemerkbar war, steht die aus den Schönfeld'schen Beobachtungen 1859—75 mit grosser Bestimmtheit sich ergebende Asymmetrie, wodurch das Minimum gegen die Mitte der Zeiten gleicher Helligkeit bei 2^h Phase um -11^m oder -7^m verschoben wird.

Man kann den Versuch machen, die Schönfeld'schen Beobachtungsmittel durch symmetrische Lichtcurven darzustellen, um nach den dabei übrig bleibenden Abweichungen den Sicherheitsgrad des Resultates beurteilen zu können. Für die ältere von Schönfeld selbst bearbeitete Reihe 1859—70 wurde eine symmetrische Curve gebildet, indem das Mittel der Helligkeiten bei ab- und zunehmendem Lichte genommen wurde; bringt man das Minimum dieser Curve auf $+7^m,8$, so ergeben die Abweichungen der Beobachtungsmittel (Normalhelligkeiten) von dieser Curve $\sqrt{1,301} = 1,14$ Stufen als m. F. einer Beobachtung, also bedeutend mehr als Schönfeld bei einer asymmetrischen Curve fand ($\sqrt{0,674} = 0,82$ Stufen); die Zahl der Zeichenfolgen wird 47 gegen 23 Zeichenwechsel, während bei der asymmetrischen Curve diese Anzahlen beide 35 sind. Zwischen den Phasen $-0^h\,28^m,6$ und $+0^h\,0^m,2$ sind alle Abweichungen (10) negativ, im Mittel gleich $-0,25$; zwischen $+0^h\,11^m,3$ und $+0^h\,49^m,0$ sind sie alle (12) positiv, im Mittel gleich $+0,28$ Stufen. Für die zweite Beobachtungsperiode hat Scheiner diese Berechnung schon durchgeführt; eine symmetrische Curve mit dem Minimum $+8^m$ ergab als m. F. einer Beobachtung $\sqrt{0,692}$, während die asymmetrische $\sqrt{0,542}$ ergab; die Zahl der Zeichenfolgen wird 83 gegen 71 Zeichenwechsel, während die Anzahlen bei der asymmetrischen Curve 75 und 81 sind [1]). Nach dieser nur unerheblichen Verschlechterung der Darstellung möchte man die Asymmetrie durch diese Beobachtungsreihe keinesfalls als erwiesen zu betrachten geneigt sein; Scheiner selbst sagt davon [2]) „es ist aber doch bemerkenswert, dass eine scheinbar so sicher constatierte Thatsache wie die Unsymmetrie der

---

1) Diese Zahlen sind der Scheiner'schen Arbeit entnommen. Ich fand nachher, dass die symmetrische um $+8^m$ verschobene Curve eine bedeutend ungünstigere Darstellung giebt, nämlich 96 Zeichenfolgen gegen 60 Zeichenwechsel und den m. F. einer Beobachtung $\sqrt{0,783}$.

2) A. a. O. S. 24.

Lichtcurve Algols selbst bei einer so grossen Zahl von Beobachtungen eine relativ nicht sehr grosse Sicherheit beanspruchen kann." Betrachtet man jedoch die Darstellung der Beobachtungen in der Nähe des Minimums durch die symmetrische um 8^m verschobene Curve, so sieht man, dass die Curve, wie auch Scheiner bemerkt, dort vollständig von dem Zuge der Beobachtungsmittel abweicht. Die Abweichungen sind von $-1^h 2^m$ bis $+0^h 4^m$ alle (25) negativ, im Mittel gleich $-0{,}20$, und von $+0^h 8^m$ bis $+1^h 5^m$ alle (23), ausser einer Null, positiv, im Mittel gleich $+0{,}28$.

Diese Ergebnisse zeigen, dass in bezug auf die zufälligen Beobachtungsfehler die Schönfeld'schen Beobachtungen 1859—75 mit einer symmetrischen Lichtcurve Algols nicht vereinbar sind. Dennoch hat man Grund, an der Realität der Erscheinung zu zweifeln, auf das Zeugnis der nur wenige Jahre nachher angestellten photometrischen Messungen hin, von denen besonders die Müller'schen mit grosser Entschiedenheit eine Asymmetrie zurückweisen. Man wird dann annehmen müssen, dass bei den Schönfeld'schen Schätzungen systematische Fehlerquellen gewirkt haben, wodurch die Helligkeit vor dem Minimum zu klein, nach dem Minimum zu gross geschätzt wurde; in der Vermeidung solcher Fehlerquellen psychischer Natur besteht eben der Vorzug der photometrischen Messungen.

Da man es — wie sonderbar solch ein Verhalten auch sein mag — jedoch nicht als ganz ausgeschlossen betrachten darf, dass die Lichtcurve 1840—60 vollkommen symmetrisch war, darauf stark asymmetrisch ward (1860—70), welche Asymmetrie allmählich geringer wurde und um 1880 wieder verschwunden war, ist es erwünscht, für diese Erklärung durch systematische Schätzungsfehler psychischer Natur weitere Bestätigungen zu suchen. Eine Probe wäre zu finden in den früheren Schönfeld'schen Beobachtungen 1853—59 [1]), die mit der zweiten Hälfte der Reihen von Argelander und Heis zusammenfallen. Ich habe daher aus den von Schönfeld selbst gegebenen Helligkeitszahlen und den nach der Chandler'schen Formel berechneten Minimumzeiten die Beobachtungsmittel der folgenden Tafel gebildet.

---

1) Wiener Sitzungsberichte, Bd. 42.

Phase.	Hell.	n	Abw.	Phase.	Hell.	n	Abw.
$-4^h\ 18^m$	20,1	1		$+0^h\ 4^m,9$	4,85	10	+0,03
−3 59	19,6	1		10 ,8	4,82	10	— 09
−1 59	14,37	3		14 ,4	5,18	10	+ 18
−1 16	10,42	5	+0,99	19 ,8	5,12	10	— 04
−0 51 ,8	6,61	10	— 31	24 ,3	5,75	10	+ 43
41 ,6	6,05	10	— 20	30 ,2	5,56	10	— 01
34 ,9	6,12	10	+ 23	35 ,7	6,16	10	+ 34
29 ,2	5,56	10	— 05	43 ,2	6,10	10	— 13
22 ,5	5,48	10	+ 15	+0 54 ,0	6,61	10	— 34
16 ,4	5,16	10	+ 04	+1 4	8,04	5	+ 19
9 ,7	4,88	10	— 06	+1 16	8,58	5	— 73
−0 5 ,0	4,77	10	— 08	+2 3	12,4	1	
+0 1 ,2	4,70	10	— 10				

In diesen Zahlen ist eine Asymmetrie angedeutet, da die am besten anschliessende Curve ein Minimum vor dem Nullpunkte der Zeit hat; eine symmetrische Curve mit einem Minimum $+1^m$ giebt jedoch eine sehr befriedigende Zeichenverteilung, wie die Abweichungen in der obigen Tafel zeigen. Bei den späteren Reihen waren es die Beobachtungen zwischen 1^h und 2^h Phase, die dazu drängten, das Minimum einer symmetrischen Curve so viel später zu legen; hätte man dort nur Beobachtungen zwischen -1^h und $+1^h$ Phase gehabt, so wären diese durch eine symmetrische Curve vollständig darzustellen gewesen. Hier hat man nur sehr wenig Beobachtungen, die weiter als 1^h von dem Minimum entfernt liegen; diese Beobachtungsreihe lässt daher nicht zu, über eine Asymmetrie irgend welche Entscheidung zu treffen.

Eine andere Probe können gleichzeitige Beobachtungen anderer Astronomen liefern, da nach den Resultaten von Argelander, Heis u. A. zu urteilen, der bei Schönfeld vermutete systematische Fehler nicht bei jedem Beobachter vorkommen wird. Der einzige Beobachter von Bedeutung, dessen Arbeit mit der Schönfeld'schen zusammenfällt, ist Jul. F. J. Schmidt. Leider sind seine Beobachtungen nicht veröffentlicht; es wurde schon öfters darauf hingewiesen, welchen grossen Wert die langjährigen Schmidt'schen Beobachtungsreihen für das Studium der veränderlichen Sterne haben würden, wenn sie nur zugänglich wären; auch hier zeigt sich, wie sie bei gehöriger Reduction eine wichtige Entscheidung liefern könnten. Jetzt muss diese Entscheidung auf einem Umwege gesucht werden. Die von Schmidt veröffentlichten Zeiten der Minima [1]) wurden durch Einzelcurven abgeleitet, die sich den Beobachtungen am besten anschlossen; wenn diese im Mittel eine symmetrische Gestalt haben, müssen sie im Mittel später fallen, als die aus den Beobachtungen mittels der Schönfeld'schen Lichtcurve abgeleiteten Minimumzeiten. Diese letzte Methode wurde von Chandler bei den Beobachtungen von Schönfeld und Argelander benutzt; seine Vergleichung dieser Resultate mit den Schmidt'schen zeigte in der That [2]) eine systematische Differenz Schf.—Schm. $= - 5^m,2$ oder $- 3^m,9$; und Arg.—Schm. $= - 4^m,5$ oder $- 4^m,2$. Für die Periode 1860—70 ergeben die von Chandler angeführten Abweichungen gegen seine Formel im Mittel Schf.—Schm. $= + 0^m,7$; also, weil an Schm. zuvor eine Correction $- 5^m$ angebracht war, ist ihre systematische Differenz $- 4^m,3$. Die Schmidt'schen Beobachtungen ergeben daher die Minima um gut 4^m später als die Schönfeld'schen; sie bestätigen also die von Schönfeld gefundene Asymmetrie nicht. Dass die Beobachtungsweise bei Schmidt auch keinen Anlass zu einer asymmetrischen Curve gab, zeigen die Resultate seiner früheren Beobachtungen 1846—53, die, abgesehen von den Verzögerungen und Rückgängen eine vollkommen symmetrische Lichtcurve ergeben. Für ein Zeitintervall von $3^h\,11^m$, $2^h\,5^m$, $1^h\,35^m$, ist die Mitte der Zeiten gleicher Helligkeit $+ 0^m,5$, $- 1^m,5$, $+ 0^m,6$.

Es ist daher als wahrscheinlich zu erachten, dass die Lichtcurve Algols seit 1840 bis jetzt immer symmetrisch war. Zugleich muss dann angenommen werden, dass in den Schönfeld'schen Beobachtungen systematische Fehler auftreten. Der Sinn dieser Fehler ist mit einem psychischen Ursprunge wohl vereinbar; wenn Algol sich dem Minimum nähert, nimmt die Geschwindigkeit der Lichtänderung schon bedeutend ab, während der Helligkeitsunterschied gegen das Minimum noch sehr merklich ist; der Beobachter erwartet da eine raschere

---

1) Astron. Nachr. Bd. 87, S. 193.
2) Astron. Journal, Vol. VII, S. 170.

Änderung und schätzt den Stern zu schwach. Darauf ist die Zeit, während deren der Stern fast unverändert bleibt, länger als der Beobachter erwartet; er vermutet eine frühere und merklichere Steigung und wird den Stern nach dem Minimum zu hell schätzen. So ungefähr wird man sich den psychischen Ursprung dieses Fehlers vorstellen können, und er bringt mit, dass, je länger der Beobachter sich mit dem Stern beschäftigt und je besser er mit den zu erwartenden Änderungen bekannt wird, desto kleiner der Fehler werden wird.

Bei diesem Resultat handelt es sich nur um eine Asymmetrie des mittleren Curventeils; die weiter von dem Minimum entfernten Phasen erfordern noch eine besondere Untersuchung. Dafür können die Beobachtungen von Argelander und Heis keine Beiträge liefern, da sie sich fast nur auf die mittleren Phasen beschränken. Für die anderen Beobachter wurden zur Beurteilung einer Asymmetrie der äussersten Curventeile diese genommen, wie sie als die sich am besten den Beobachtungen anschliessenden gefunden wurden, jedoch bezogen auf das Minimum der symmetrischen Curve. Aus den Schönfeld'schen Curven findet man, wenn man für beide das Minimum zu $+8^m$ annimmt:

1859—70		1869—75	
Zeitintervall.	Abw. v. d. Min.	Zeitintervall.	Abw. v. d. Min.
$5^h\ 0^m$	$+4^m,3$	$5^h\ 0^m$	$-1^m,1$
6 0	$+2\ ,2$	6 0	$-2\ ,0$
7 0	$-2\ ,0$	7 0	$-4\ ,9$
8 0	$-7\ ,8$	8 0	$-6\ ,5$
9 10	-8	9 45	$-5\ ,5$

Die Abweichungen sind nicht gross und entsprechen nur kleinen Helligkeitsdifferenzen; ausserdem ist in der ersten Schönfeld'schen Reihe die Zahl der Beobachtungen in den äussersten Phasen nicht gross. Eine grössere Sicherheit hat das Resultat der zweiten Reihe; eine symmetrische Curve lässt in den von Scheiner mitgeteilten Beobachtungsmitteln von -4^h40^m bis -3^h14^m eine Reihe von 18 negativen Differenzen $B-R$, deren Mittel $-0{,}20$ ist, und von $+3^h11^m$ bis $+4^h\ 9^m$ eine Reihe von 14 positiven übrig, im Mittel gleich $+0{,}20$. Nach dem, was sich über systematische Schätzungsfehler in der Nähe des Minimums als wahrscheinlich herausgestellt hat, wird man auch hier zögern, eine wirkliche Asymmetrie nach diesen Resultaten behaupten zu wollen. Übrigens tritt die nämliche Reihe negativer Abweichungen bei — 4^h auch bei der Scheiner'schen Curve, nur in geringerem Betrage, auf.

Die Beobachtungen zwischen 1888 und 1898 ergeben die Mitte der Zeiten gleicher Helligkeit in bezug auf die Minimumzeiten $+ 2^m,3$ bei Plassmann und $+ 4^m,8$ bei mir, bei verschiedenen Zeitintervallen zu (vergl. S. 92 und S. 101):

Plassmann.		Pannekoek.	
4^h13^m	$+ 1^m,5$	3^h40^m	$- 1,^m5$
5 13	+ 1 ,7	4 47	— 1 ,9
6 34	+ 0 ,4	6 13	0 ,0
7 34	— 4 ,0	7 17	+ 1 ,4
10 25	— 9 ,8	10 33	+ 1 ,7

Die Ergebnisse der beiden Beobachter widersprechen also einander; ausserdem hat sich schon früher herausgestellt, dass durch symmetrische Curven die Beobachtungsmittel auf befriedigende Weise darzustellen sind.

Entschiedener scheint der Ausspruch der photometrischen Messungen zu gunsten einer Asymmetrie der äusseren Curventeile zu sein. Nach den von Müller gegebenen (die andere im VI. Kap. abgeleitete Curve giebt in dieser Hinsicht fast dasselbe Resultat) und den S. 132 aus den Harvard-Messungen abgeleiteten Curven ist die Asymmetrie bei verschiedenen Zeitintervallen:

Potsdam.		Harvard.	
$4^h\ 0^m$	$+\ 0^m$	4^h20^m	$+\ 1^m$
5 55	— 7 ,5	5 35	+ 8 ,5
7 30	— 15	7 53	+ 17 ,5
9 20	— 20	8 53	+ 17 ,5
		9 50	+ 16 .

Die Asymmetrie hat nach den beiden Reihen den entgegengesetzten Sinn, und das genügt uns, um den Gedanken an eine wirkliche Asymmetrie der Lichtcurve fallen zu lassen. Schon in Kap. VI wurde darauf hingewiesen, dass symmetrische Lichtcurven mit den Ergebnissen der photometrischen Reihen durchaus nicht völlig unvereinbar waren, da das Vorherrschen bestimmter Zeichen bei Anfang und Ende durch den bei der geringen Zahl der Beobachtungstage bedeutenden Einfluss der systematischen Tagesabweichungen wohl zu erklären sei.

Das Resultat dieser Betrachtungen über die Asymmetrie der Lichtcurve ist also, dass sie sich mit Bestimmtheit nicht aus den Beobachtungsreihen ergiebt, und dass eine mit der Theorie im Einklang stehende volkommene Symmetrie der Lichtcurve Algols durch die Beobachtungen nicht zurückgewiesen wird.

KAPITEL X.

Die Helligkeit im Minimum.

Der Betrag der ganzen Helligkeitsänderung in absolutem Masze, oder das Intervall zwischen dem vollen Lichte und dem Minimum in Grössenklassen, ist eines der Elemente, die zu der Ableitung der Dimensionen im Algolsystem nötig sind. Wo der Betrag in Stufen oder in einer willkürlichen Einheit gegeben ist, muss er zuerst in Grössenklassen umgerechnet werden.

Während das volle Licht praktisch als constant anzusehen ist, da Algol, wenn nicht verfinstert, ein gewöhnlicher Stern des 1. Typus ist, wird die Helligkeit des Minimums periodischen Schwankungen unterworfen sein, in denen sich die besonderen Structurverhältnisse des Systems, die Dimensionen und die Lage der Bahnebene spiegeln. Um solche Schwankungen aufdecken zu können, müssen die in arbiträren Scalen ausgedrückten Ergebnisse der verschiedenen Beobachtungsreihen alle auf die am Schlusse des VII. Kap. abgeleitete Scala von Normalgrössen reduciert werden. Dabei wurde angenommen, dass der Wert der bei den anderen Scalen benutzten Einheit constant (unabhängig von der Helligkeit) ist und dass durch eine der Osthoff'schen Farbenzahl proportional gesetzte Farbencorrection die ganze persönliche Auffassungsdifferenz dargestellt werden kann.

Die Resultate der Stufenschätzungen. Für alle Beobachter wurde die Grösse aus dem Scalenwerte und der Farbe berechnet mittels Formeln, deren Coefficienten durch die Methode der kleinsten Quadrate aus den Normalgrössen berechnet wurden. In den Formeln bedeutet m die Grösse (m_0 die Normalgrösse, $m_1 \ldots$ die berechnete) und n die Helligkeit in der arbiträren Scala; für jede Scala ist weiter unten ein Tafel gegeben, wo die übrig bleibenden Abweichungen zwischen den nach den Formeln berechneten und den Normalgrössen zusammengestellt sind; diese sind kaum von den S. 174 erwähnten Abweichungen verschieden, wie auch die Formeln wenig von den ebendort gegebenen verschieden sind.

Die erhaltenen Formeln sind:

bei Plassmann $m = 3{,}97 - 0{,}103\,n - 0{,}108\,(c - 4)$;
bei Pannekoek $m_1 = 3{,}555 - 0{,}1030\,n - 0{,}012\,(c - 4)$;
oder, wenn man den unbedeutenden Farbeneinfluss weglässt,

$$m_2 = 3{,}565 - 0{,}1026\,n;$$

bei Argelander $m_1 = 3{,}795 - 0{,}1033\,n - 0{,}019\,(c - 4)$.

Da die Unsicherheit des Scalenwertes für γ Andr. den Wert der Einheit, die besonders dazu dienen muss, um die Helligkeit des Minimums gegen die wenig davon verschiedenen Sterne zu bestimmen, verfälschen kann, wurde auch eine Formel berechnet bei Ausschluss dieses Sternes:

$$m_2 = 3{,}699 - 0{,}0814\,n + 0{,}010\,(c - 4).$$

Da der Farbeneinfluss nach diesen Coefficienten wohl nicht reell sein wird, wurden auch Formeln berechnet ohne dieses dritte Glied:

$$m'_1 = 3{,}836 - 0{,}1075\,n \quad \text{und}$$
$$m'_2 = 3{,}697 - 0{,}0826\,n.$$

In den beiden folgenden Tafeln ist die Vergleichung dieser Formeln gegeben, in der ersten für Pl. und P., in der zweiten für A.

Während bei den anderen Beobachtern der Farbeneinfluss unbedeutend ist und ohne Schaden ganz vernachlässigt werden darf, erreicht er bei Plassmann einen grossen Betrag; ein kleiner Fehler der Farbenzahl c kann also das Resultat für die Helligkeit bedeutend ändern. Im vollen Lichte ist die Farbe Algols $c = 1{,}8$; während des Lichtwechsels fand Osthoff [1]):

---

1) Vergl. Astron. Nachr. Bd. 153, S. 147.

Stern.	m_0	*n. Pl.*	*n. P.*	*c* — 4	$m_0 - m. Pl.$	$m_0 - m_1.P.$	$m_0 - m_2.P.$
α Persei	1,93	19,9	15,5	— 0,6	— 0,055	— 0,036	— 0,045
γ Androm.	2,15	16,5	13,6	+ 1,4	+ 030	+ 013	— 020
α »	2,21		13,1	— 2,2		— 022	— 011
β Persei	2,31	18,4	12,7	— 2,2	— 003	+ 037	+ 048
γ Cassiop.	2,31		12,2	— 1,9		— 011	— 003
β »	2,43		10,8	— 1,1		— 026	— 027
α Cephei	2,60		10,1	— 1,2		+ 071	+ 071
β Arietis	2,84		7,7	— 1,6		+ 059	+ 065
δ Cassiop.	2,87		6,6	— 1,2		— 019	— 018
γ Persei	3,07		4,7	+ 0,6		+ 006	— 013
ε »	3,08	11,5	4,5	— 2,0	+ 078	— 036	— 023
ζ »	3,08		4,4	— 1,4		— 039	— 034
β Triang.	3,20		3,3	— 1,1		— 028	— 026
δ Persei	3,23	8,8	2,9	— 1,7	— 018	— 046	— 037
η Aurigae	3,41		2,3	— 2,3		+ 064	+ 081
δ Androm.	3,34		1,9	+ 2,1		+ 006	— 010
ι Cassiop.	3,54		0,5	— 1,4		+ 019	+ 026
α Triang.	3,55	4,6	0,0	+ 0,1	+ 065	— 004	— 015
ν Persei	3,92	0,0		— 0,2	— 072		

Stern.	m_0	*n*	*c* — 4	$m_0 - m_1$	$m_0 - m_2$	$m_0 - m'_1$	$m_0 - m'_2$
γ Androm.	2,15	15,1	+ 1,4	— 0,058		— 0,063	
ζ Persei	3,08	7,9	— 1,1	+ 080	+ 0,036	+ 093	+ 0,036
γ »	3,07	7,7	+ 0,6	+ 081	— 008	+ 061	+ 009
ε »	3,08	7,1	— 2,0	— 020	— 020	+ 007	— 031
β Triang.	3,20	5,8	— 1,1	— 017	— 015	— 012	— 018
δ Persei	3,23	5,5	— 1,7	— 029	— 003	— 015	— 013
α Triang.	3,55	2,0	+ 0,1	— 036	+ 013	— 071	+ 018

bei der Grösse 2,6 $c = 2{,}7$ (15 Schätzungen)
„ „ „ 3,1 $c = 3{,}3$ (5 „)
„ „ „ 3,2 $c = 3{,}3$ (5 „)
„ „ „ 3,4 $c = 3{,}7$ (7 „)

also eine bedeutend tiefere Farbe. Die Möglichkeit ist nicht ausgeschlossen, dass die Zusammensetzung des Algollichts im Minimum, wo allein das Licht der vielleicht etwas rötlichen Randteile zur Geltung kommt, eine andere ist als im vollen Lichte; der grösste Teil des gefundenen Farbenunterschiedes wird jedoch subjectiven Ursprunges sein. Aber auch in diesem Falle wird man in der Formel die höhere Farbenzahl benutzen müssen; denn das System der angewandten Farbenzahlen c der anderen Sterne ist mit derselben von der Helligkeit abhängigen Farbenvertiefung behaftet. Da diese 4 Werte für c jeder auf nur einem Abend beruhen, sind sie noch ziemlich unsicher; das Mittel der beiden letzten, also $c = 3{,}5$, wurde als die Farbe Algols im Minimum angenommen.

Die Helligkeit Algols, die in der Stufenscala bei Plassmann im vollen Lichte 18,43, im Minimum 6,23 ist, wird jetzt in Normalgrössen im vollen Lichte 2,310, im Minimum 3,382, also wird der Betrag der Lichtänderung gleich 1,072 Grkl.

Diese Grösse des Minimums beruht nicht auf den Normalgrössen m_0 der Vergleichsterne, sondern auf den Grössen m, wie sie nach der Formel aus den n berechnet wurden. Da wir angenommen haben, dass die Abweichungen $m_0 - m$ ganz auf Fehler der Werte n zurückzuführen sind, hätten für die Berechnung der Helligkeit Algols immer die Normalgrössen m_0 benutzt werden müssen. Man wird das Resultat, das man diesenfalls erhalten hätte, auch bekommen, wenn man nachher Correctionen anbringt, die den Differenzen $m_0 - m$, bei jedem Sterne multipliciert mit dem Bruchteil, womit die Helligkeit dieses Sterns in die Bestimmung der Helligkeit Algols eingeht, gleich sind. Bei Plassmann ist die mittlere Helligkeit Algols zwischen $-0^h\,30^m$ und $+0^h\,30^m$ bestimmt durch

$$d\,\beta = 0{,}06\,d\,\varepsilon + 0{,}50\,d\,\delta + 0{,}29\,d\,\alpha'' + 0{,}15\,d\,\nu.$$

Durch Substitution der $m_0 - m$ für die $d\,\varepsilon$ etc. findet man $d\,\beta = +0{,}004$, also die Grösse des Minimums im Normalsystem 3,386.

Aus meinen eigenen Beobachtungen wurde als Helligkeit in der benutzten Scala für das volle Licht und das Minimum 12,73 und 2,31 gefunden; nach den beiden abgeleiteten Formeln findet man daraus in Grössenklassen

$$m_1 = 2{,}270 \text{ im v. L., } 3{,}328 \text{ im Min.}$$
$$m_2 = 2{,}259 \text{ im v. L., } 3{,}328 \text{ im Min.}$$

Die Grösse im Minimum hängt mit der der Vergleichsterne zusammen durch die Formel:

$$d\beta = 0{,}51\, d\delta + 0{,}33\, d\eta \text{ Aur.} + 0{,}02\, d\delta \text{ Andr.} + 0{,}14\, d\varepsilon \text{ Cass.}$$

Unter diesen Sternen hat die Normalgrösse von η Aurigae nur ein kleines Gewicht, besonders weil ein Resultat von Potsdam fehlte. Darum wurde diese nachher noch verbessert, nachdem Herr Prof. Dr. G. Müller mir auf meine Bitte das Potsdamer Resultat für η Aurigae mitgeteilt hatte, nämlich 3,47 als Mittel aus 8 Messungen. Auf das System H_r reduciert, wird es 3,35, welcher Zahl das Gewicht 8 gegeben wurde. Das Endresultat für die Normalgrösse dieses Sternes wird dann zu 3,39 mit Gewicht 21, statt 3,41 (Gew. 13), wie S. 175 gefunden wurde. Die $d\eta$ Aur. werden dann, statt der $m_0 - m$ auf S. 193, für die erste Formel $+ 0{,}044$, für die zweite $+ 0{,}061$; das Resultat für $d\beta$ ist dann nach der ersten Formel $- 0{,}005$, nach der zweiten $+ 0{,}005$, also die Grösse Algols im Minimum 3,323 nach der ersten, 3,333 nach der zweiten Formel. Der Unterschied ist bedeutungslos.

Aus den Beobachtungen Argelanders wurde als Helligkeit des Minimums in der Stufenscala 3,21 gefunden (vergl. S. 124); nach den vier gefundenen Formeln wird die Grösse des Minimums:

$$m_1 = 3{,}474 \qquad m_2 = 3{,}434 \qquad m'_1 = 3{,}492 \qquad m'_2 = 3{,}433.$$

Die Abhängigkeit dieser Grösse von den Grössen der Vergleichsterne wird durch die Formel:

$$d\beta = 0{,}43\, d\delta + 0{,}34\, d\beta \text{ Tr.} + 0{,}23\, d\alpha \text{ Tr.}$$

ausgedrückt. Substituiert man hierin die $m_0 - m$ der zweiten Tafel S. 193, um die Minimumgrösse Algols auf die Normalgrössen der Vergleichsterne zu beziehen, so findet man als Correctionen

$$d\,m_1 = -0{,}026;\; d\,m_2 = -0{,}003;\; d\,m'_1 = -0{,}026;\; d\,m'_2 = -0{,}008,$$

also im Normalsystem

$$m_1 = 3{,}448 \qquad m_2 = 3{,}431 \qquad m'_1 = 3{,}466 \qquad m'_2 = 3{,}425.$$

Da der Farbeneinfluss wohl nicht reell ist, wurde das Mittel der beiden letzten Werte angenommen.

Die aus den Beobachtungen von Heis abgeleiteten Resultate brauchen keine weiteren Reductionen. Die Grösse des Minimums im Normalsystem ist im Mittel 3,31; nach den zahlreichen Vergleichungen mit δ ist sie 3,30 und nach den 5 Vergleichungen mit $\varkappa$ an einem einzigen Abend 3,63. Diese Ergebnisse sind in starkem Masze abhängig von dem angenommenen Stufenwert 0,07 Grkl.; das unmittelbare Beobachtungsresultat sollte heissen:

$\delta - \beta_{min} = 1{,}0$ Stufe (Gew. $\pm$ 70) $\beta_{min} - \varkappa = 3{,}6$ Stufen (Gew. 5).

Nun wird der Stufenwert einigermaszen unsicher gemacht durch die abweichende Auffassung der Helligkeit von ζ Persei bei Heis. Schliesst man die Intervalle mit ζ aus, so findet man 0,073; schliesst man ausserdem die hellen Sterne α Persei und γ Andr. aus, so findet man 0,061 (vergl. S. 179); das am zahlreichsten beobachtete Intervall $\varepsilon - \delta$ ergiebt 0,065; die aus allen in „De magnitudine.... etc." vorkommenden Sternen abgeleitete Formel ergiebt für die Grösse 3,3 den Wert einer Stufe zu 0,084. Die Unsicherheit des Stufenwertes bei Heis kann also bei weitem nicht die grosse Differenz der Grösse im Minimum nach Argelander und nach Heis erklären; letztere wird dadurch nur um ein paar Hundertstel Grössen unsicher. Die Lichtcurven selbst sind verschieden, da Algol nach Argelander bei der Phase $1^h\ 7^m$, nach Heis bei $0^h\ 40^m$ gleich δ Persei ist.

Die photometrischen Resultate. Die Resultate der Messungen auf der Harvard-Sternwarte geben den Helligkeitsunterschied von Algol im vollen Lichte und im Minimum gegen den Nachbarstern ω Persei. Aus den Ergebnissen: 2,66 und 1,60 Grkl. als beobachtete Differenzen (für P; für W um 0,05 mehr) und 4,56 als Normalgrösse von ω Persei ergiebt sich 1,90 und 2,96 als Normalgrösse von Algol im vollen Lichte und im Minimum. Diese Werte sind ganz unzulässig; die Grösse des vollen Lichtes ist 0,41 Grkl. von dem Werte 2,31 verschieden. Da ein Fehler von 0,41 in der Normalgrösse von ω Persei, also diese selbst gleich 4,97, nicht anzunehmen ist (Potsdam 4,55, Harvard 4,65, Wolff 4,43, Oxford 4,77), wird man annehmen müssen, dass das zur Verwendung gekommene Photometer bedeutende systematische Fehler hat, wodurch es die Helligkeitsunterschiede zu gross giebt. Eine Anwendung des Instrumentes auf andere Sternpaare wird dies bald zeigen können; da man jetzt nicht weiss, ob der Fehler constant ist oder von dem Grösseninterval abhängt, kann man für die Frage, die uns hier beschäftigt, von den Cambridger Messungen keinen Gebrauch machen.

Die Müller'schen Messungen in Potsdam ergaben als Grösse des

Minimums 3,55; oben (S. 143) wurde abgeleitet, dass zur Vergleichung mit den Resultaten anderer Beobachter der Wert 3,51 benutzt werden muss. Diese Zahlen beruhen ausschliesslich auf Vergleichungen mit δ Persei, der dabei gleich 3,27 angenommen war; da seine Grösse im Normalsystem 3,23 ist, wird Algol im Minimum 3,47.

Die Grösse des vollen Lichtes wird von Müller zu 2,43 angegeben, welcher Wert auf 48 Anschlüssen an δ und 3 an $\varkappa$ Persei (angenommene Grösse 2,18) beruht. Die 48 Resultate bekommen also zur Reduction auf die Normalscala eine Correction — 0,04, die 3 anderen eine von — 0,25; im Mittel wird dann die Grösse des vollen Lichtes gleich 2,38.

Man wird sich jedoch fragen müssen, ob diese Messungen nicht vielleicht ähnlichen systematischen Fehlern unterworfen sind, wie wir sie bei den Messungen für den photometrischen Catalog fanden. Dazu ist eine Vergleichung der Instrumente notwendig. Die Algolmessungen wurden angestellt mit dem Photometer *A* mit einem Objectiv von 37,2 *mm* Öffnung und 393 *mm* Focaldistanz, während das bei den Messungen der Catalogsterne zweiter und dritter Grösse benutzte Photometer *CII* mit einem Objectiv von 36,5 *mm* Öffnung und 350 *mm* Focaldistanz versehen war. Also kann man vermuten, dass die scheinbare subjective Helligkeit der Sterne in den beiden Instrumenten nicht sehr verschieden war, und es wird wahrscheinlich, dass die bei *CII* gefundenen systematischen Fehler auch für *A* Geltung haben. Dies wird bestätigt durch den Wert für das Intervall $\varkappa$ — δ Persei, wie er sich als Summe der Intervalle $\varkappa$ — Algol und Algol — δ aus den Messungen mit Phot. *A* ergiebt. Dieser Wert ist 1,13, während mit *CII* der Wert 1,09 gefunden wurde (die Differenz zwischen den Angaben der Potsd. Phot. D. M. 3,27 und 2,18), und das Intervall im Normalsystem 1,30 ist.

Man wird also die für Algol abgeleiteten Grössen behandeln müssen als Sterngrössen des Potsdamer Systems, und sie mittels der S. 158 gegebenen Tafel auf das Normalsystem reducieren. Die Grössen des Minimums und des vollen Lichtes werden dann zu $3{,}51 - 0{,}12 = 3{,}39$ und $2{,}43 - 0{,}23 = 2{,}20$; die benutzten Vergleichsterne $\delta = 3{,}27 - 0{,}14 = 3{,}13$ und $\varkappa = 2{,}18 - 0{,}26 = 1{,}92$. Die Normalgrössen sind um $+ 0{,}10$ und $+ 0{,}01$ grösser, also müssen die Grössen von Algol im vollen Lichte und im Minimum auch Correctionen + 0,10 erhalten; sie werden dann zu 2,30 und 3,49. Die Grössen der von Müller gegebenen Lichtcurve erhalten jetzt auch Correctionen, die sich mit der Helligkeit selbst ändern.

Die Reihen von Wilsing und Kempf wurden berechnet mittels der Grössen 3,33 für δ Pers. und 2,39 für γ Andr. Corrigiert man sie für die Differenzen dieser Grössen mit den Normalgrössen, so findet man für die einzelnen Minima (vergl. S. 107):

für W: 3,64 (6) 3,46 (7) 3,18 (8), im Mittel 3,40
für K : 3,27 (3) 3,39 (7) 3,39 (7), „ „ 3,37.

Bringt man, da sie auch mit dem Photometer A beobachtet sind, zuerst die systematischen Correctionen für CII an, und dann die individuellen Sterncorrectionen (δ + 0,03; γ Andr. — 0,01), so findet man:

für W: 3,66 (6) 3,48 (7) 3,28 (8), im Mittel 3,45
für K : 3,27 (3) 3,40 (7) 3,40 (7), „ „ 3,38.

Resultate aus anderen Beobachtungsreihen. Von den Beobachtungsreihen, deren Resultate den Rechnungen und Untersuchungen anderer Astronomen entnommen werden mussten, kommen zuerst die beiden grossen Reihen von Schönfeld in Betracht. Schon in Kap. VII hat sich herausgestellt, dass die von Schönfeld und von Scheiner gegebenen Werte für die Helligkeiten der Vergleichsterne noch bedeutende Unterschiede gegen die Normalgrössen aufweisen, deren Ursprung wahrscheinlich in einer Abhängigkeit des Stufenwertes von der Stufenzahl zu finden ist.

Um Ergebnisse für die Minimalgrösse Algols zu finden, die mit denen der anderen Beobachter vergleichbar sind, wird man dieselbe Methode benutzen müssen, durch eine lineare Formel die Stufen in Grössen umzurechnen, und nachher die nach dieser Formel berechnete Grösse durch Correctionen für die Differenzen $m_0 - m$ auf die Normalgrössen zu beziehen. Die Ausgleichung ergab für die von Scheiner abgeleitete Scala:

$$m = 3{,}935 - 0{,}0752\, n + 0{,}010\,(c - 4)$$

und für die Schönfeld'sche der Reihe 1859—70:

$$m' = 3{,}892 - 0{,}0716\, n' + 0{,}002\,(c - 4).$$

Die Scala, die bei den frühesten Beobachtungen 1853—59 benutzt wurde, ergab die Formel:

$$m'' = 3,917 - 0,0768\, n'' - 0,030\, (c - 4).$$

Die Vergleichung dieser drei Formeln mit den Normalgrössen ist in der folgenden Tafel gegeben:

Stern.	m_0	$c-4$	n	$m_0 - m$	n'	$m_0 - m'$	n''	$m_0 - m''$
$\varkappa$ Persei	3,88	+ 1,7	—	—	—	—	0,0	+ 0,014
ν Persei	3,92	— 0,2	1,4	+ 0,096	0,9	+ 0,087	1,5	+ 114
α Triang.	3,55	+ 0,1	3,6	— 115	3,5	— 093	4,0	— 057
δ Persei	3,23	— 1,7	7,8	— 101	7,8	— 100	7,8	— 144
β Triang.	3,20	— 1,1	9,1	— 037	9,1	— 036	8,9	— 069
γ Persei	3,07	+ 0,6	11,7	+ 015	10,9	— 041	10,9	+ 006
ε »	3,08	— 2,0	12,4	+ 095	12,8	+ 112	12,4	+ 055
β Arietis	2,84	— 1,6	16,1	+ 131	16,7	+ 146	16,1	+ 114
ι Aurigae	2,74	+ 2,5	17,0	+ 063	17,3	+ 081	—	—
β Persei	2,31	— 2,2	20,4	— 067	20,8	— 091	—	—
γ Androm.	2,15	+ 1,4	22,9	— 074	23,4	— 069	22,1	— 025

Die Farbencoefficienten sind bei den ersten beiden unbedeutend; nur bei der ältesten Reihe, die mit dem blossen Auge gewonnen war, wird der Coefficient einigermaszen erheblich; er stimmt auch mit der Mitteilung Schönfelds überein, dass ihm im Opernglase die rötlichen Sterne heller erschienen, als mit dem blossen Auge.

Die Helligkeit des Minimums in den Stufenscalen ist für die dritte Periode nach der Scheiner'schen Discussion = 5,72; in der zweiten nach der Schönfeld'schen = 5,56; in der ersten, nach den S. 186 gegebenen Beobachtungsmitteln, 4,80, während Schönfeld als Mittel der Tageswerte 4,96 angiebt [1]). Diese Werte für die n der Formeln, und — 0,5 für $c - 4$ substituierend, erhält man als Grösse des Minimums für 1869—75, 1859—70 und 1853—59 der Reihe nach 3,500, 3,494 und 3,563 oder 3,551. Die Zahlen müssen noch auf die Normalgrössen der Vergleichsterne reduciert werden, und diese Correctionen sind sehr erheblich, da die Differenzen $m_0 - m$ gross sind.

1) Sitz. Berichte Wien, Bd. 42, S. 271.

Um die Reduction richtig auszuführen, hat man eine genaue Angabe nötig, mit welchem Procentsatz die Helligkeit jedes Vergleichsterns in die Helligkeit des Minimums eingeht. Diese Angaben fehlen bei Schönfeld und Scheiner; nach einer Zählung der Abende, wo jeder der Sterne benutzt worden war, wurde näherungsweise für δ 60 %, für α Tr. 30 % und für ν 10 % in den beiden letzten Reihen angenommen. Die an den gefundenen m und m' anzubringenden Correctionen werden dann $dm = -0{,}085$ und $dm' = -0{,}079$, also m (1869—75) $= 3{,}415$ und m' (1859—70) $= 3{,}415$. Für die erste Periode (1853—59) wurde die Abhängigkeit von den verschiedenen Vergleichsternen gleich:

$$d\,\beta_{min} = 0{,}05\,d\,\beta\,\text{Tr.} + 0{,}59\,d\,\delta + 0{,}33\,d\,\alpha\,\text{Tr.} + 0{,}03\,d\,\nu$$

gefunden; also ist die Correction $d\,m'' = -1{,}104$ und die Grösse des Minimums m'' (1853—59) $= 3{,}458$ oder 3,447, je nachdem man das Resultat der Lichtcurve oder den Schönfeld'schen Mittelwert annimmt.

Diese Resultate aus den Schönfeld'schen Beobachtungen sind nicht so genau und sicher, als es der Güte der Beobachtungen entspricht; die Berücksichtigung der Fehler, die aus der Abhängigkeit des Stufenwertes von der Stufenanzahl herrühren, konnte nur auf ziemlich rohe und notdürftige Weise geschehen. Um Besseres abzuleiten, müsste eine neue Reduction aller Schönfeld'schen Beobachtungen vom Grunde aus angegriffen werden, wozu die Publication der ursprünglichen Schätzungen jetzt in stand setzt; und bei der Vorzüglichkeit der Beobachtungen wäre eine solche Arbeit gewiss einige Mühe wert. Doch wird man erwarten dürfen, dass die hier abgeleiteten Resultate nicht um viele Hundertstel Grössenklassen fehlerhaft sein können; da sie infolge der Verbesserung für die individuellen Sterncorrectionen auf den Normalgrössen der Vergleichsterne beruhen, wirkt allein noch der Fehler in den Intervallen zwischen Algol im Minimum und diesen Sternen; derselbe wird aber, weil Algol in der Mitte zwischen den beiden am meisten benutzten Sternen δ Persei und α Triang. liegt, zum grössten Teil aufgehoben werden.

In den drei Schriften, wo diese drei Schönfeld'schen Reihen bearbeitet wurden, sind auch die einzelnen Tageswerte der Helligkeit des Minimums gegeben. Zieht man diese für jede Opposition, oder für mehrere Jahre zusammen, um den mittleren Verlauf der Minimum-Helligkeit kennen zu lernen, und rechnet man sie mittels der abgeleiteten Formeln in Normalgrössen um, so findet man aus der

1. Reihe	1853—55	3,472	(Anz. 5)
	1856—58	3,426	(„ 6)
2. Reihe	1859—61	3,443	(„ 5)
	1864—66	3,427	(„ 12)
	1866—69	3,385	(„ 6)
	(1869—70	3,405)	(„ 9)
3. Reihe	1869—70	3,407	(„ 8)
	1870—71	3,398	(„ 5)
	1871—72	3,398	(„ 5)
	1872—73	3,411	(„ 7)
	1873—74	3,438	(„ 6)
	1874—75	3,433	(„ 4)

Die Minima 1869—70 sind in die 2. und auch in die 3. Reihe aufgenommen. Aus den Abweichungen der einzelnen Tageswerte von diesen Mitteln fand sich der m. F. eines Tageswertes bei der ersten Reihe gleich 0,056, bei der zweiten 0,033, bei der dritten 0,023 Grkl.; die Abweichungen dieser Mittelzahlen von dem allgemeinen Mittel 3,421 ergeben für diesen m. F. 0,058, also bedeutend mehr. Diese Abweichungen zeigen auch einen ausgesprochen systematischen Charakter: zuerst sind 4 positiv, dann 5 negativ und dann 2 positiv. Es scheint also, dass die Helligkeit des Minimums zuerst grösser und dann kleiner wurde und um 1870 ein Maximum hatte.

Wie schon in Kap. II bemerkt wurde, ist es gefährlich, eine reelle Änderung der Minimal-Helligkeit von Algol auf Grund der Resultate eines Beobachters behaupten zu wollen, wenn sie nicht durch die unabhängigen Beobachtungen eines anderen bestätigt wird. Die langjährige Beobachtungsreihe von Jul. F. J. Schmidt fällt mit der Schönfeld'schen zusammen; doch sind keine Resultate bekannt, die in dieser Frage von Nutzen sein können, und die Beobachtungen selbst sind nicht publiciert. Der schon erwähnte Aufsatz von Schmidt, A. N. 39, behandelt die Resultate aus den Jahren 1846—53; diese könnten also höchstens zu der Beurteilung der grossen Differenz zwischen den Ergebnissen von Argelander und Heis einen Beitrag liefern.

Leider ist die von Schmidt benutzte Stufe nicht leicht in Grössenklassen auszudrücken, da die relative Helligkeit der Sterne von ihm ganz anders geschätzt wurde; er setzt δ Persei, ε Persei, β Triang. gleich 0,0, 0,4 und 1,4, während die Grössen nach der Normalscala 3,23, 3,08 und 3,20 sind. Dazu kommt die Schwierigkeit, dass die von ihm gefundene Lichtcurve viel schärfer ist, als die der anderen Beobachter, da er die beobachteten Minimumzeiten statt der berechneten benutzte. Eine eingehende Untersuchung und Discussion der Schmidt'schen Beobachtungen wird notwendig sein, um aus ihnen Beiträge zu unserem Wissen über Algol abzuleiten.

Unter den übrigen kleineren Beobachtungsreihen tritt die von A. A. Nijland 1895—97 [1]) dadurch hervor, dass sie mittels photometrischer Grössen der Vergleichsterne reduciert ist, und dass Differentialformeln hinzugefügt sind zur Reduction der gefundenen Algolgrössen auf ein anderes System von Vergleichsterngrössen. Führt man in diese Formeln die Differenzen zwischen den Normalgrössen und den von ihm benutzten Grössen ein, und bringt man die gefundenen Werte an die dort gegebenen Grössen von Algol an, so ergeben diese corrigierten Grössen eine Lichtcurve mit einem Minimum 3,47. Nach dem S. 174 gefundenen Resultate ist der Farbeneinfluss bei diesem Beobachter unerheblich; da das Mittel der Grössen der im Minimum benutzten Vergleichsterne, jeder mit dem in den Differentialformeln gegebenen Gewicht, 3,48 ist, wird auch eine fehlerhafte Annahme des Stufenwertes das Resultat nur wenig beeinflussen.

Die Tageswerte für die Grösse des Minimums wurden aus den mir handschriftlich vom Beobachter zur Verfügung gestellten Angaben in der üblichen Weise abgeleitet. Die auf der folgenden Seite stehenden Resultate ergeben als Oppositionsmittel:

1895—96	3,41	$\Sigma g = 11$	$n = 6$
1896—97	3,47	4	3
1897—98	3,45	10	5

1) A. A. Nijland, Die Lichtcurve Algols. Astron. Nachr. Bd. 154, S. 413.

Tag.	Grösse.	a	g	Tag.	Grösse.	a	g
95 Sept. 27	3,49	4	2	96 Sept. 28	3,56	2	1
» 30	34	4	2	Oct. 1	46	3	2
Oct. 20	32	3	2	97 Oct. 6	37	3	2
» 23	42	4	2	» 23	44	4	2
Dec. 22	47	6	2	» 26	49	9	3
96 März 22	40	2	1	» 29	40	2	1
Aug. 16	41	1	1	Dec. 2	49	6	2

Aus den einzelnen Abweichungen findet man 0,086 als m. F. der Gewichtseinheit. Wenn die für das Gesamtresultat gefundene Abhängigkeit von der Helligkeit der einzelnen Vergleichsterne auch für diese Teilresultate angenommen wird, müssen sie alle eine Correction + 0,01 haben, da die Helligkeit im Minimum aus den nicht-corrigierten Nijland'schen Zahlen zu 3,46 gefunden wurde.

In den Jahren 1891 und 92 sind von P. Bohoiawlenski und einigen anderen Astronomen in Kasan Algolminima beobachtet worden, deren Resultate in seiner Schrift „Nabludenia peremennych swjesd tipa Algola, Kasan 1893" mitgeteilt sind. Die ungefähr auf die Schönfeld'sche Einheit reducierte Vergleichsternscala ergiebt bei Ausgleichung mittels der Normalgrössen die Formel:

$$m = 3{,}911 - 0{,}0739\, n - 0{,}004\, (c - 4)$$

oder bei Vernachlässigung des unbedeutenden Farbeneinflusses:

$$m = {,}3915 - 0{,}0741\, n.$$

Die übrig bleibenden Abweichungen $m_0 - m$ finden sich in der Tafel auf den folgenden Seite.

Die Grösse des Minimums, 6,10 in der benutzten Scala, wird mittels der Formel zu 3,463. Verbessert man sie mittels des von mir abgeleiteten Ausdruckes:

$$d\,\beta_{min} = 0{,}18\, d\,\varepsilon + 0{,}20\, d\,\gamma + 0{,}04\, d\,\beta\ \text{Tr.} + 0{,}14\, d\,\delta$$
$$+ 0{,}16\, d\,\varkappa\ \text{Tr.} + 0{,}28\, d\,\nu$$

für die Abweichungen $m_0 - m$, so findet man als Correction + 0,003, also als Grösse des Minimums 3,466.

Stern.	m_0	n	$c-4$	m_0-m
ν Persei	3,92	1,7	— 0,2	+ 0,135
α Triang.	3,55	4,0	+ 0,1	— 068
δ Persei	3,23	9,4	— 1,7	+ 010
β Triang.	3,20	9,4	— 1,1	— 020
γ Persei	3,07	10,1	+ 0,6	— 094
ε »	3,08	10,9	— 2,0	— 029
β Arietis	2,84	15,0	— 1,6	+ 037
γ Androm.	2,15	24,3	+ 1,4	+ 032

Zuletzt bleibt noch übrig, die Grösse des Minimums aus den Beobachtungen von Goodricke abzuleiten. Das ist eine schwierige Sache, da die Angabe der Helligkeitsunterschiede durch Wörter unsicher und unbestimmt ist und δ Persei der schwächste der benutzten constanten Vergleichsterne ist. Chandler hat bei seiner Untersuchung i. J. 1888 versucht, die von Goodricke angewandten Wortumschreibungen möglichst gut in Stufenzahlen umzudeuten; er nahm dazu an, dass die Schönfeld'sche Vergleichsternscala auch hier anwendbar war, mit Ausnahme von β Trianguli, da die Worte von Goodricke sehr deutlich ergeben, dass er ihn heller als ε Persei sah. Man braucht daraus noch nicht abzuleiten, dass β Triang. damals wirklich heller war als jetzt; auch Schmidt hat ihn grösser als ε Persei geschätzt, während Schönfeld ihn schwächer sah; soviel aus den Schätzungen W. Herschels abzuleiten ist, stimmen diese besser mit der Normalgrösse, als mit der Goodricke'schen Angabe. Die Ursache solcher abweichenden Helligkeitsauffassungen ist vorderhand noch nicht anzugeben.

Chandler giebt eine aus den Schätzungen Goodricke's abgeleitete Lichtcurve, deren Minimum die Helligkeit 6,6 hat. Eine graphische Ausgleichung der zu Grunde liegenden Vergleichsternscala mit den Normalgrössen ergab die Formel:

$$m = 3{,}83 - 0{,}065\, n$$

die $m = 3{,}40$ für $n = 6{,}6$ giebt. Da die Helligkeit des Minimums wohl ausschliesslich auf der für δ Persei angenommenen Helligkeit

$n = 8$, also $m = 3{,}31$, beruhen wird, muss man noch eine Correction $-0{,}08$ anbringen, so dass die Grösse des Algol im Minimum nach Goodricke gleich 3,32 wird.

Besseres als Chandler aus diesen Schätzungen abgeleitet hat, wird man auch bei dem grössten Arbeitsaufwand wohl nicht daraus ableiten können; und das gefundene Resultat wird nach dem oben gesagten keinen Anspruch auf grosse Genauigkeit machen können.

Vergleichung der Resultate. In der folgenden Tafel sind die Resultate für die Grösse von Algol im Minimum zusammengestellt, wie sie für jeden Beobachter gefunden wurden.

Beobachter.	Zeit.	Gr. d. Min.	Abw.
Goodricke. . . .	1783—84	3,32	(— 0,10)
Argelander . . .	1841—66	3,45	+ 03
Heis	1847—60	3,31	— 11
Schönfeld I. . .	1853—59	3,46	+ 04
Schönfeld II . .	1859—70	3,41	— 01
Schönfeld III. .	1869—75	3,41	— 01
Müller.	1877—81	3,49	+ 07
Wilsing	1882—83	3,45	+ 03
Kempf	1885—86	3,38	— 04
Plassmann . . .	1888—97	3,39	— 03
Bohoiawlenski. .	1891—92	3,47	+ 05
Pannekoek . . .	1891—98	3,33	— 09
Nijland	1895—97	3,47	+ 05

Von einem regelmässigen Wechsel, wie nach der Theorie von Tisserand zu erwarten wäre (Minimum i. J. 1814, Maximum i. J. 1873) zeigen diese Zahlen keine Spur. Eine Zunahme von 1840 bis 1873 ist ebensowenig zu bemerken, wie eine Abnahme von 1873 bis 1900; vielmehr fällt das schwächste der gefundenen Resultate (3,49) in die Nähe des Apastrons. Die Abweichungen von einem mit gleichem Gewicht für alle Resultate, bei Ausschluss jedoch von Goodricke, genommenen Mittelwert 3,42, welche in der letzten Spalte enthalten sind, haben jetzt den mittleren Wert 0,057. Nimmt man an, dass in ihnen ein der Theorie entsprechendes Glied 0,10 $\cos \omega$

enthalten ist (wo der Coefficient willkürlich gewählt ist) so wird die mittlere Abweichung vergrössert bis auf 0,066 Grkl. Solch ein periodisches Glied ist also nach den Resultaten der Beobachtungsreihen für sehr unwahrscheinlich zu erachten.

Die gefundenen Grössen und ihre Abweichungen von dem Mittel zeigen bei den verschiedenen Beobachtungsreihen bedeutende Differenzen. Da die zu gleicher Zeit fallenden Resultate Unterschiede bis zu 0,14 Grkl. aufweisen, während der grösste überhaupt vorkommende Unterschied 0,18 Grkl. ist, wird man den Ursprung dieser Differenzen nicht in wirklichen Schwankungen der Algolhelligkeit, sondern hauptsächlich in systematischen Fehlern der Beobachtungen zu suchen haben. Die Hoffnung, dass durch die Reduction aller Beobachtungsresultate auf eine feste und genaue Normalscala ihre systematischen Differenzen verschwinden würden, hat sich also nicht erfüllt. Um über die möglichen Schwankungen des Minimumlichtes etwas ableiten zu können, wird man zuerst aus den gleichzeitigen Resultaten empirisch persönliche Differenzen ableiten müssen. Die in der vorigen Tafel stehenden Ergebnisse sind Mittel von einer grossen Anzahl Jahre; stellt man die Mittel, die bei jeder Reihe für kürzere Perioden, einzelne oder mehrere Oppositionen abgeleitet wurden, nach Reduction auf die Normalscala zusammen, so erhält man das auf S. 207 folgende Verzeichnis, wo als Zeit der am nächsten liegende Jahresanfang gesetzt ist und von der Grösse nur die Decimalstellen geschrieben sind. (Die Zahlen in Klammern geben die Anzahl der Minima.)

Es zeigt sich, dass immer zu wenig gleichzeitige Reihen vorkommen, um mit Berücksichtigung von systematischen Differenzen über reelle Schwankungen etwas ableiten zu können; die Reihen selbst sind zu kurz, um eine Verbindung zwischen den alten und den neueren Beobachtungsergebnissen machen zu können. Hier zeigt sich vor Allem die Bedeutung solcher langen Beobachtungsreihen, wie die von Jul. Schmidt, welche sich von 1846 bis 1883 erstreckt; diese könnte daneben noch die Realität der in der Schönfeld'schen Reihe angedeuteten Schwankung des Minimumlichtes controllieren.

Die Ursache des Mangels an Übereinstimmung der gleichzeitigen Resultate verschiedener Beobachter wäre vielleicht zu finden in der Verschiedenheit der von ihnen beobachteten Minima. In den meisten

	Argel.	Heis.	
1843	49 (7)		
47	44 (7)		Schönf.
48		34 (8)	
52	42 (5)		
54	47 (7)	28 (6)	
55	43 (8)		47 (5)
57			43 (6)
58	43 (12)		
59		29 (5)	
61	43 (7)		44 (5)
66			43 (12)
68			38 (6)
70			41 (9)
71			40 (5)
72			40 (5)
73			43 (7)
74			44 (6)
1875			43 (4)

	Müller		
1879	53 (4)		
80	49 (5)		
81	46 (6)	Wilsing	
83		45 (3)	Kempf
86			38 (3)
88	47 (1)	Plassm.	
89		48 (5)	
90		40 (4)	
91	Pann.	41 (6)	Boboi.
92	37 (3)	32 (5)	47 (8)
94	34 (3)	28 (4)	
95	34 (6)		Nijland
96		48 (5)	42 (6)
97		32 (5)	48 (3)
98	28 (5)		46 (5)
1899		35 (3)	

Beobachtungsreihen, sehr deutlich z. B. in der Müller'schen, sieht man, dass der Helligkeitsverlauf in den einzelnen Minima von dem mittleren Curvenzuge systematisch abweicht, wodurch sowohl die Zeiten (relativ zu den berechneten) als die Helligkeiten der Minima Abweichungen aufweisen, die wir vorläufig als ganz zufällig betrachten müssen. Die mittlere für eine Opposition gefundene Helligkeit wird demnach verschieden sein, je nachdem sie aus verschiedenen Minimis abgeleitet wird. Man wird also nicht die Mittel aus den Helligkeiten von mehreren Minimis, sondern diese selbst vergleichen müssen, um entscheiden zu können, ob die Differenzen der Ergebnisse ganz durch zufällige und systematische Beobachtungsfehler zu erklären sind, oder ob wirkliche Verschiedenheiten des Minimumlichtes daneben noch eine Rolle spielen. Dazu sind die von mehreren Beobachtern gleichzeitig beobachteten Minima in der folgenden Tafel zusammengestellt, wo nur die Decimalstellen angesetzt sind. Zur Reduction auf das Normalsystem wurde dabei für jedes Minimum für sich die Abhängigkeit der Helligkeit Algols von denen der verschiedenen Vergleichsterne berechnet. Die Zahlen zwischen Klammern sind die Anzahlen der zu jeder Minimumhelligkeit benutzten Beobachtungen.

	Arg.	Heis	Schönf.	$A-H$	$A-S$
47 Nov. 2	43 (3)	38 (4)		+ 5	
» 5	33 (2)	44 (4)		— 11	
48 Jan. 7	51 (6)	31 (4)		+ 20	
» 27	40 (7)	35 (1)		+ 5	
51 Febr. 24	65 (3)	25 (5)		+ 40	
53 Oct 3	44 (6)	34 (2)		+ 10	
» 23	53 (8)		53		0
54 Oct. 2	46 (5)		47		— 1
» 28	42 (6)	37 (6)		+ 5	
Dec. 7	44 (7)		40		+ 4
55 Jan. 19	39 (6)	24 (6)		+ 15	
56 Aug. 3	41 (3)	31 (8)		+ 10	
Oct. 31	37 (5)		39		— 2
57 Jan. 2	42 (4)		37		+ 5
Aug. 25	41 (6)		44		— 3
Sept. 17	53 (6)	34 (8)		+ 19	
58 Oct. 12	47 (4)		43		+ 4
59 Nov. 3	42 (1)	32 (2)		+ 10	
» 6	47 (6)	35 (4)		+ 12	

	Plassm.	Pann.	Nijl.	$Pl-P$	$Pl-N$	$P-N$
91 Nov. 2	35 (5)	37 (5)		— 2		
» 5	36 (5)	40 (6)		— 4		
93 Nov. 8	34 (3)	33 (5)		+ 1		
» 11	36 (4)	32 (4)		+ 4		
95 Sept. 27		34 (12)	51 (4)			— 17
» 30		29 (12)	38 (4)			— 9
97 Oct. 26	30 (3)		52 (9)		— 22	
» 29	47 (5)		43 (2)		+ 4	
98 Sept. 15	35 (5)	26 (2)		+ 9		

Die Vergleichung von Argelander und Schönfeld spricht zu gunsten der Realität der Schwankungen; zwischen ihnen sind die Differenzen ganz gering. Bei allen anderen Beobachtern sind sie dagegen sehr bedeutend, und die zwischen Argelander und Heis vorkommenden erreichen recht hohe Beträge. Im Mittel findet sich $A - H = + 0{,}12$; diese systematische Abweichung ist durch einen fehlerhaften Stufenwert bei Heis nicht zu erklären, da Algol nach Heis oft im Minimum oberhalb δ Persei blieb, während er nach Argelander immer entschieden tiefer kam. Man wird diese abweichende Auffassung der Algolhelligkeit als ein Phänomen derselben Natur betrachten können, wie die auch noch unerklärte abweichende Auffassung von β Trianguli bei Schmidt und bei Goodricke.

Die einzelnen Differenzen $A - H$ weisen gegen dieses Mittel noch erhebliche Abweichungen auf. Die grösste, $+0{,}28$ am 24 Febr. 1851, giebt einen Fingerzeig für die Deutung einiger solcher Differenzen. Die Helligkeiten nach Argelander und nach Heis weichen hier im entgegengesetzten Sinne von den Mitteln ab; an beide ist wegen des tiefen Standes des Sterns eine grosse Extinctionsverbesserung angebracht, doch im verschiedenen Sinne, da Argelander den Algol mit dem tiefer stehenden β Trianguli, Heis mit dem höher stehenden δ Persei verglich; es zeigt sich, dass ohne diese Correctionen die erhaltenen Helligkeiten vorzüglich stimmen. Die Vergleichungen, die sie mit ρ Persei anstellten, stimmen auch gut überein (Heis $\beta\,2 - 3\,\rho$, Argelander $\beta\,1^1/_4 - 2{,}5\,\rho$). Bei der Berechnung der Beobachtungen wurde öfters bemerkt, dass durch die Verbesserung für Extinction die Übereinstimmung der Resultate verschlechtert wurde. Dies weist sehr deutlich auf eine Befangenheit der Beobachter; da sie nicht auf den grossen Einfluss der Extinction rechneten, beobachteten sie die gegenseitige Helligkeit der Sterne, wie sie nach ihrer Erinnerung aus früheren Beobachtungen bei grösserer Höhe sein musste. Dies deckt eine schwerwiegende Ursache von Fehlern auf, die viele Schlussfolgerungen, besonders aus den älteren Reihen, sehr zweifelhaft macht. Viele der bedeutendsten Abweichungen bei den Tageswerten der Minimumhelligkeit bei Heis und bei Argelander sind auf diese Befangenheit bei Nichtbeachtung des Extinctionseinflusses zurückzuführen. Wenn man sieht, dass dadurch mehrere auf einander folgende Beobachtungen um 0,2 Grkl. verfälscht werden können, erscheint es nicht ganz unmöglich, dass die abweichende Auffassung der Helligkeit einiger Sterne auch durch solch eine Befangenheit entstanden ist.

Die Abweichungen der einzelnen Differenzen zwischen zwei Beobachtern von ihrem Mittel haben für alle Beobachterpaare zusammen den mittleren Wert $\sqrt{0{,}0092}$; danach ist der m. F. eines von einem Beobachter gefundenen Tageswertes für die Minimumhelligkeit, so weit er aus zufälligen Fehlern herrührt, gleich $\sqrt{0{,}0046} = 0{,}07$ Grkl. Schliesst man die Vergleichungen von Heis, wo die grössten Abweichungen vorkommen, aus, so findet man für den mittleren Wert einer Differenz $\sqrt{0,0045}$ und für den m. F. eines Minimums $\sqrt{0,0023} = 0,05$ Grkl. Der mittlere Wert der Abweichungen der Tageswerte von ihren Oppositionsmitteln ist bei keinem der Beobachter grösser als 0,05 Grkl., so dass nach dieser Discussion die Realität von wirklichen Schwankungen zufälligen Charakters in der Minimumhelligkeit nicht behauptet werden darf. Nur ist das für diese Discussion benutzte Material ziemlich dürftig und die Schlussfolgerung selbst daher ziemlich unsicher.

Die Frage nach der Realität der Schwankungen im Minimumlichte des Algols, sowohl der zufälligen unregelmässigen wie auch der periodischen, wird wohl noch solange offen bleiben müssen, bis eine viel grössere Anzahl von Astronomen durch gleichzeitige Beobachtungen eine gute Trennung dieser Schwankungen von den systematischen und zufälligen Beobachtungsfehlern möglich machen wird. Besonders gleichzeitige photometrische Messungen werden viel zu einer endgültigen Beantwortung beitragen können.

KAPITEL XI.

Die Dauer der Verfinsterung.

Die Zeitdauer der Verfinsterungen ist bei der Langsamkeit der Lichtänderung nur schwer zu bestimmen; bei weniger aufmerksamer Betrachtung wird die erste und letzte geringe Änderung übersehen und die Dauer zu klein angegeben, wie es meistenfalls von den älteren Beobachtern gemacht wurde. Goodricke gab zuerst 7, später 8 Stunden für die ganze Dauer; Wurm gab sie 1788 zu 6,5 Stunden an, welcher Wert von Tisserand benutzt wurde; nachher leitete er dafür 8 Stunden bis 8 St. 40 Min. ab [1]). Argelander gab i. J. 1844 die Dauer von Abnahme und Zunahme beide zu 3 bis 4 Stunden, i. J. 1850 ihre Summe auf 7 bis 8 Stunden an. Die erste gute Bestimmung der Zeitdauer der Verfinsterung ist die Schönfeld'sche aus den Beobachtungen 1859—70, die $9^1/_4$ Stunden ergab (Zunahme und Abnahme beide bei $4^h 35^m$ Phase). Aus den späteren Schönfeld'schen Beobachtungen fand Scheiner die Zeit der Abnahme gleich $4^h 50^m$, der Zunahme gleich $4^h 55^m$, zusammen also $9^h 45^m$. In den vorigen Kapiteln dieser Schrift wurde die Dauer nach den Plassmann'schen Beobachtungen zu $10^h 20^m$, aus den meinigen zu $11^h 15^m$ oder $11^h 0^m$ gefunden; die Müller'schen photometrischen Messungen, aus denen er selbst 13^h abgeleitet hatte, zeigten sich dort mit einer Dauer von $10^h 30^m$ wohl vereinbar.

Dieser letzte Fall ist ein Beispiel, wie grosse Differenzen in das

1) Berliner Jahrbuch für 1822, S. 120—121.

Resultat durch die Art der Curvenziehung, also durch die persönliche Auffassung des Rechners, hineingebracht werden. Um periodische Änderungen in dieser Dauer finden zu können, ist es daher allererst nötig, aus allen Reihen nach derselben Methode die Dauer abzuleiten. Dazu wurden sie alle in den äussersten Phasen mit einer Normalcurve verglichen; für jeden der Beobachtung entnommenen Helligkeitsunterschied mit dem vollen Lichte giebt diese Curve die Entfernung in Zeit von dem Ende der Verfinsterung. Für das kleine Stück, das hier in Betracht kommt (bis zu 2^h von dem Ende entfernt), darf man unbedenklich bei allen Reihen dieselbe Curve benutzen, da Änderungen der Lichtcurve auf die Gestalt dieses kleinen Teils kaum einen merkbaren Einfluss haben. Nur muss man bedenken, dass hauptsächlich die Beobachtungen zwischen 3 und 4 Stunden Phase die Zeit von Anfang und Ende bestimmen, und die periodischen Schwankungen, die man findet, dem Betrage nach den zu diesen Phasen gehörenden Schwankungen gleich sind.

Das zur Vergleichung benutzte Normalcurvenstück wurde mittels der aus den Beobachtungen abgeleiteten Lichtcurven von Plassmann, Müller und Scheiner gebildet; aus jeder wurde der Helligkeitsunterschied gegen das volle Licht genommen für Phasen, die volle halbe Stunden von dem in der Lichtcurve angenommenen Anfang und Ende entfernt sind; diese wurden in Grkl. ausgedrückt, bei der ersten mittels des Factors 0,10, bei der dritten mittels 0,075. Aus den erhaltenen Werten wurden Mittel genommen.

Entfernung. v. d. Grenze.	Schönfeld. 4^h50^m Abn.	Schönfeld. 4^h55^m Zun.	Müller. $5^h\ 0^m$ Abn.	Müller. 5^h30^m Zun.	Plassmann. 5^h20^m Abn.	Plassmann. 5^h10^m Zun.	Mittel.
$0^h\ 0^m$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
30	012	013	020	030	020	020	019
1 0	050	047	060	070	070	078	062
30	111	119	130	120	140	161	130
2 0	202	232	240	190	224	287	229
30	333	383	370	290	343	446	361

Mittels dieser Normalcurve wurde die Phase bei Anfang und Ende aus den verschiedenen Beobachtungsreihen abgeleitet, wobei nach unserem früheren Ergebnis vollständige Symmetrie der Curve angenommen wurde, so dass Beobachtungen bei Anfang und Ende unterschiedslos durch einander benutzt sind.

Die Helligkeitsunterschiede mit dem vollen Lichte wurden für Plassmann aus den Beobachtungsmitteln S. 89 ff. abgeleitet, nachdem diese noch zu je 3 zusammengezogen und die Phasen alle um -2^m abgeändert waren, weil das Minimum der symmetrischen Curve auf $+2^m$ fällt; die Scaleneinheit wurde gleich 0,1 Grkl. angenommen. Die Phasen und Helligkeitsdifferenzen, letztere in Einheiten der dritten Stelle, sind, wie auch für die anderen Beobachter, in der Tafel S. 216 in den ersten Spalten gegeben. Bei meinen Beobachtungen wurden die Mittel S. 100 zu je 3 oder 2 ($g = {}^2/_3$) zusammengefasst und die Differenzen gegen 12,73 gebildet; die Einheit wurde zu 0,1 Grkl. und das Minimum auf $+4^m,8$ angenommen. Für Müller wurden die Grössen S. 140 zu Mitteln aus 3 oder 4 ($g = {}^4/_3$) zusammengefasst und die Differenzen gegen 2,43 gebildet. Für Harvard sind die Messungsresultate von P und W mit grösserer Phase als 3^h (gegen die Minimumzeit $+10^m$), aus Anfang und Ende der Curve durch einander, zu Mitteln aus je 5 zusammengefasst und die Differenzen gegen 2,66 gebildet. Bei der letzten Schönfeld'schen Reihe wurden die von Scheiner gegebenen Mittel je 3 zusammengenommen und die Differenzen gegen das volle Licht durch den Factor 0,075 in Grössenklassen umgerechnet; für die Berechnung der Phasen wurde die Zeit des Minimums zu $+6^m$ angenommen. Bei der Reihe 1859—70 wurde dafür $+8^m$ genommen und 1 Stufe = 0,070 Grkl. gesetzt; hier sind die von Schönfeld gegebenen p als Gewichte beibehalten.

Da die Argelander'schen Beobachtungen das älteste genauere Material abgeben, wurden alle Schätzungen ausserhalb 2^h Phase aufs neue unmittelbar mit den Normalgrössen der Vergleichsterne berechnet, besonders weil die Helligkeit von γ Andr. bei Argelander schlecht bestimmt ist; weil die der früheren Scala zu grunde liegende Einheit gleich 0,11 Grkl. gefunden wurde und 1 Stufe = 1,1 dieser Einheiten ist, wurde der Stufenwert gleich 0,12 Grkl. angenommen. Die Resultate finden sich in der folgenden Tafel:

Phase.	Grösse.	g	Phase.	Grösse.	g	Mittel. Phase.	Grösse.	g
$-5^h 38^m$	2,31	2	$-2^h 47^m$	2,78	1	$5^h\ 5^m$	2,32	4
−4 36	2,36	1	−2 45	2,79	2	4 4	2,48	4
+4 36	2,30	1	−2 39	2,79	1	3 23	2,61	5
−4 16	2,32	1	−2 38	2,73	2	3 8	2,51	5
−4 8	2,57	2	−2 36	2,70	1	2 53	2,69	6
+3 43	2,45	1	+2 36	2,71	2	2 42	2,77	6
−3 28	2,55	1	+2 33	2,69	3	2 35	2,70	6
−3 26	2,75	1	−2 28	2,82	1	2 24	2,82	5
+3 25	2,45	1	−2 25	2,89	2	2 16	2,89	4^5
+3 19	2,64	2	+2 21	2,74	2	2 3	2,78	6
−3 10	2,75	1	−2 18	2,97	2			
−3 8	2,72	3	−2 18	2,78	2			
+3 8	2,38	1	+2 4	2,76	3			
−3 0	2,55	2	−2 3	3,00	$^1/_2$			
−2 53	2,82	1	−2 3	2,75	1			
−2 49	2,74	3	−2 2	2,83	2			

Die Grösse des vollen Lichtes wurde in derselben Weise berechnet. Dafür hat man 8 Beobachtungen, wovon 4 auf einen Tag fallen; sie ergeben aus Anschlüssen an

	γ Andr.	γ Pers.	ζ Pers.	ε Pers.	Mittel.
41 Jan. 9	2,27				2,27
43 Oct. 27	2,36	2,44			2,40
»	2,36	2,51			2,44
»	2,39	2,56			2,47
»	2,36	2,57	2,80	2,64	2,59
43 Nov. 3	2,30				2,30
43 Nov. 27	2,34				2,34
46 Nov. 17	2,30				2,30

Je nach der Wahl der Gewichte findet man daraus verschiedene Werte; giebt man jeder Schätzung das Gewicht 1, so bekommt man 2,44 ($g = 14$); nimmt man an, dass wegen der gegenseitigen Abhängigkeit der 4 an demselben Abend erhaltenen Resultate ihr grösseres Gewicht wieder zu 1 herabgedrückt werden muss, so bekommt man 2,39 ($g = 8$). Die Vergleichungen mit γ, ε, und ζ Persei ergeben einen grösseren Wert als die mit γ Andr.; das weist auf einen grösseren Stufenwert hin; nimmt man diesen z. B. gleich 0,15, so bekommt man 2,50; da aber die Differenz γ Andr.—Algol kleiner ist als die anderen, wird der Stufenwert hier wohl kleiner sein als bei den anderen grösseren Intervallen; also wird 2,50 voraussichtlich zu gross sein. Dem Werte 2,44, den wir wählen, weil seine Ableitung mit der der anderen Beobachtungsresultate übereinstimmt, haftet nach diesen Betrachtungen eine Unsicherheit von 0,05 Grkl. an. Diesem Werte wurde noch das erste Mittel 2,32 ($g = 4$) der vorhergehenden Tafel hinzugefügt, da es vielleicht noch in das volle Licht fällt, jedenfalls wenig davon abweicht; die anzunehmende Grösse des vollen Lichtes ist für Argelander also 2,41.

In der Tafel auf der folgenden Seite sind die Resultate für alle Beobachtungsreihen zusammengestellt. Daneben sind die Abweichungen gesetzt, welche die Normalcurve in den Helligkeitsdifferenzen übrig lässt, wenn die Phase bei Anfang und Ende der Curve gleich den über jede Spalte gesetzten Werten genommen wird. Der wahrscheinlichste Wert für die Grenzphase ist derjenige, wobei diese Abweichungen ε die kleinste Quadratsumme $\Sigma g \varepsilon \varepsilon =$ Min. haben. Diese wurde derart abgeleitet, dass die $\Sigma g \varepsilon \varepsilon$ für die drei benutzten, um 10^m von einander verschiedenen Werte t für die Grenzphase berechnet wurden und durch eine parabolische Formel:

$$\Sigma g \varepsilon \varepsilon = a + b (t - t_0)^2$$

dargestellt wurden. Aus den Coefficienten a und b ergiebt sich zugleich der m. F. von t_0, da sein Quadrat $\mu_t^2 = {}^{a}/_{b\,(n\,-\,1)}$ ist, wo n die Anzahl der benutzten Abweichungen darstellt. In der S. 217 folgenden Tafel sind die Resultate dieser Rechnungen niedergelegt (für a und b ist die Einheit $= 0{,}01$ Grkl. und für b wurde die Zeiteinheit 10^m beibehalten). Bei meinen Beobachtungen ist noch ein Resultat angeführt für die Annahme 12,43, und bei Argelander noch die Resultate für 2,36 und 2,46 im vollen Lichte.

Phase.	Hell. diff.	g	$B-R$		
Plassmann			5^h15^m	5^h25^m	5^h35^m
$+5^h30^m$	-29	1	-29	-29	-30
$-5\ 27$	$+8$	1	$+8$	$+8$	$+6$
$+4\ 46$	$+7$	1	-11	-23	-37
$-4\ 43$	$+19$	1	-2	-15	-29
$+4\ \ 9$	$+86$	1	$+12$	-9	-34
$-4\ \ 0$	$+146$	1	$+53$	$+29$	$+1$
$+3\ 39$	$+144$	1	-4	-36	-71
$-3\ 35$	$+211$	1	$+51$	$+18$	-18
$+3\ 21$	$+215$	1	$+8$	-30	-71
$-3\ 18$	$+227$	1	$+9$	-29	-72
Pannekoek			5^h10^m	5^h20^m	5^h30^m
-5^h32^m	$+82$	1	$+82$	$+82$	$+82$
$+5\ 16$	$+73$	$^2/_3$	$+73$	$+71$	$+68$
$-4\ 53$	$+67$	1	$+60$	$+51$	$+40$
$-4\ 15$	$+84$	1	$+30$	$+12$	-9
$+4\ \ 4$	$+147$	1	$+73$	$+52$	$+27$
$-3\ 44$	$+149$	1	$+29$	$+1$	-31
$+3\ 23$	$+210$	1	$+27$	-8	-46
$-3\ 14$	$+254$	1	$+39$	$+2$	-40
Müller			5^h10^m	5^h20^m	5^h30^m
-6^h21^m	0	1	0	0	0
$+5\ 34$	-10	$^4/_3$	-10	-10	-10
$-5\ 31$	$+50$	1	$+50$	$+50$	$+50$
$-4\ 50$	$+60$	1	$+51$	$+41$	$+29$
$-4\ 34$	$+30$	1	$+4$	-9	-25
$-4\ 10$	$+100$	1	$+38$	$+18$	-4
$-3\ 56$	$+130$	1	$+39$	$+16$	-12
$-3\ 43$	$+220$	1	$+98$	$+69$	$+37$
$+3\ 40$	$+70$	$^4/_3$	-60	-90	-123
$-3\ 21$	$+240$	1	$+50$	$+15$	-24
$+3\ 16$	$+200$	$^4/_3$	-7	-45	-84
Harvard			4^h50^m	$5^h\ 0^m$	5^h10^m
$5^h\ 8^m$	0	1	0	0	0
4 39	$+50$	1	$+47$	$+40$	$+30$
4 19	$+90$	1	$+70$	$+58$	$+43$
4 5	$+90$	1	$+52$	$+37$	$+18$
3 55	$+70$	1	$+17$	-2	-23
3 41	$+160$	1	$+80$	$+58$	$+33$
3 31	$+90$	1	-12	-37	-67
3 23	$+150$	1	$+28$	-1	-33
3 15	$+150$	1	$+5$	-26	-61
3 4	$+220$	1	$+40$	$+5$	-32

Phase.	Hell. diff.	g	$B-R$		
Schönfeld 69—75			4^h35^m	4^h45^m	4^h55^m
$+5^h49^m$	0	$^1/_3$	0	0	0
$-5\ 43$	$+5$	$^1/_3$	$+5$	$+5$	$+5$
$-4\ 56$	-5	1	-5	-5	-5
$+4\ 47$	$+3$	1	$+3$	$+3$	0
$-4\ 41$	$+8$	1	$+8$	$+7$	$+3$
$+4\ 32$	$+8$	1	$+7$	$+3$	-4
$-4\ 26$	$+20$	1	$+17$	$+12$	$+2$
$+4\ 17$	$+17$	1	$+9$	0	-16
$-4\ 11$	$+38$	1	$+25$	$+14$	$+1$
$+4\ \ 4$	$+32$	1	$+12$	0	-15
$-3\ 51$	$+57$	1	$+20$	$+5$	-13
$+3\ 51$	$+46$	1	$+9$	-6	-24
$-3\ 40$	$+95$	1	$+42$	$+23$	$+2$
$+3\ 39$	$+71$	1	$+16$	-3	-24
$-3\ 25$	$+118$	1	$+36$	$+14$	-12
$+3\ 25$	$+93$	1	$+11$	-11	-37
$-3\ 12$	$+142$	1	$+30$	$+3$	-28
$+3\ 10$	$+137$	1	$+20$	-8	-39
$-3\ \ 0$	$+167$	1	$+22$	-9	-44
Schönfeld 59—70			4^h35^m	4^h45^m	4^h55^m
-4^h39^m	$+1$	2	$+1$	0	-6
$+4\ 25$	$+5$	4	$+2$	-4	-14
$-4\ 16$	$+31$	3	$+23$	$+13$	$+1$
$+3\ 57$	$+18$	3	-11	-24	-41
$-3\ 52$	$+74$	4	$+39$	$+24$	$+6$
$+3\ 41$	$+52$	4	0	-18	-38
$-3\ 33$	$+97$	4	$+31$	$+11$	-12
$+3\ 25$	$+94$	6	$+12$	-10	-36
$-3\ 17$	$+134$	6	$+34$	$+9$	-20
$+3\ \ 4$	$+177$	7	$+44$	$+14$	-20
Argelander			4^h50^m	$5^h\ 0^m$	5^h10^m
$5^h\ 5^m$	-90	4	-90	-90	-91
4 4	$+70$	4	$+31$	$+15$	-4
3 23	$+200$	5	$+78$	$+49$	$+17$
3 8	$+100$	5	-67	-100	-137
2 53	$+280$	6	$+62$	$+24$	-19
2 42	$+360$	6	$+100$	$+57$	$+9$

	a	b	t_0	n	μ_t
Plassmann	44	74	$5^h\ 20^m,5$	10	$2^m,6$
Pannekoek (12,73)	150	45	5 23 ,5	8	6 ,9
» (12,43)	61	51	5 13 ,7	8	4 ,2
Müller	224	70	5 16 ,2	11	5 ,7
Harvard	116	53	5 1 ,9	10	4 ,9
Schönfeld (69—75)	15	58	4 44 ,7	19	1 ,2
» (59—70)	97	199	4 46 ,0	10	2 ,3
Argelander (2,41)	1149	342	5 3 ,0	6	8 ,2
» (2,36)	904	394	5 15, 6	6	6 ,7
» (2,46)	1678	260	4 49 ,0	6	11 ,4

Die beiden letzten Argelander'schen Zahlen geben die aus der Unsicherheit des vollen Lichtes entspringende Unsicherheit der Grenzphase zu 13^m an; die ganze Unsicherheit wird dann durch den m. F. $\sqrt{8{,}2^2 + 13^2} = 15^m$ angegeben. Nimmt man für meine eigenen Beobachtungen das Mittel der beiden Resultate $5^h\,19^m$, so kann man dessen Unsicherheit durch den m. F. $\sqrt{6^2 + 5^2} = 8^m$ angeben.

Nach diesen Resultaten war die halbe Dauer der Verfinsterung in den letzten Jahrzehnten nach Plassmann, Müller und mir ungefähr $5^h\,20^m$, nach Harvard $5^h\,0^m$. Die Schönfeld'schen Reihen ergeben bedeutend weniger, wie es auch schon durch die Übereinstimmung der S. 212 aus der Schönfeld'schen Lichtcurve erhaltenen Zahlen mit den anderen angedeutet wurde; das Resultat $4^h\,45^m$ hat vermöge Anzahl und Qualität der Beobachtungen eine grosse Genauigkeit. Dagegen geben die Argelander'schen Beobachtungen einen grösseren Wert, $5^h\,3^m \pm 15^m$; sie sind mit einem bedeutend kleineren Werte, der nach der Tisserand'schen Theorie zu erwarten wäre, nicht zu vereinigen.

Nach dieser Theorie sollte die Dauer 1814 ein Minimum, 1873 ein Maximum haben; nach der Formel S. 31 hat die hier abgeleitete halbe Dauer eine Schwankung $- {}^e/_n \sin \nu_1 \cos \omega = - 21^m \cos \omega$ (für $\nu_1 = 18^\circ$). Stellt man neben die gefundenen Werte die Beträge dieses periodischen Gliedes:

Argelander	(1847)	$5^h\ 3^m$	period. Gl. = + 3^m
Schönfeld	(1865)	4 46	+ 19
„	(1872)	4 45	+ 21
Müller	(1880)	5 16	+ 20
Harvard	(1880)	5 2	+ 20
Plassmann	(1892)	5 20	+ 11
Pannekoek	(1895)	5 19	+ 8

so zeigt sich keine Spur von Übereinstimmung; wo der grösste Wert zu erwarten wäre, liegt der kleinste, und die gegenseitige Abweichungen werden durch dieses Glied bedeutend erhöht. Die Vorhersagung der Theorie wird also durch die Beobachtungsresultate nicht bestätigt.

Eine andere Frage ist, ob die sich vorfindenden Differenzen wirkliche Schwankungen in anderer Periode anzeigen. Sie übertreffen die nach den m. F. zulässigen Abweichungen erheblich; die sehr sicher bestimmten Schönfeld'schen Werte weichen stark von den anderen ab. Doch wird hier der Umstand, dass die in Zeit wenig auseinanderliegenden Resultate der letzten Schönfeld'schen, der Müller'schen und der Harvard-Reihe so stark verschieden sind, zur Vorsicht mahnen und die Frage aufkommen lassen, ob hier auch vielleicht systematische Fehler, z. T. psychischen Ursprunges, vorliegen. Da andere, mit den Schönfeld'schen gleichzeitige Resultate nicht vorliegen, ist eine bestimmte Antwort nicht zu geben.

Für die Zeit, wo nach der Theorie die Dauer am kürzesten war, in dem Anfange des 19. Jahrhunderts, hat man nur Beobachtungen von Wurm, der die ganze Dauer zu 8^h oder $8^h\,40^m$ angab. Da aber nach der Normalcurve eine Stunde nach dem Anfange der Verfinsterung die Helligkeit nur erst um 0,06 Grkl. abgenommen hat, ein Betrag, der bei den früheren roheren Beobachtungen leicht unbemerkt bleiben konnte, ist daraus ebensowenig auf eine 118 jährige Schwankung der Dauer zu schliessen. Argelander gab ja auch s. Z. die Dauer zu 7 oder 8 Stunden an, während hier aus seinen Beobachtungen 10 Stunden ermittelt wurden.

Dass auch zu Goodrickes Zeit die Dauer ungefähr denselben Wert hatte wie nachher, ist aus seinen folgenden Beobachtungen zu ersehen, wo wir die Phase hinzugefügt haben:

1783 Jan. 31	$10^{1}/_{2}{}^{h}$	(Ph. — 4^h 7^m)	varied from its usual brightness, but with some doubt.
	$11^{1}/_{4}$	(„ — 3 22)	certainly less bright.
1783 Oct. 25	10^h10^m	(„ + 3 45)	rather less than β Cass.; not so bright as α and γ Cass.
	10 40	(„ + 4 15)	rather brighter than β Cass., but less than α and γ.
	11 0	(„ + 4 35)	nearly equal, if not rather brighter than γ Cass.; 20^m afterwards the same.
1783 Nov. 17	8 30	(„ + 3 34)	equal to β Cass., less than α and γ.
	8 50	(„ + 3 54)	equal to γ Cass.
	9 25	(„ + 4 29)	nearly the same, if not rather brighter.

Da das volle Licht angegeben wird zu „brighter than β Cass., rather a little brighter than γ Cass." weisen diese Aufzeichnungen, wenn man sie mit der Normalcurve vergleicht, auf eine halbe Dauer von nahe 5 Stunden hin. Den zwei Beobachtungen, die bei den Phasen $+3^h15^m$ und $+3^h10^m$ angeben, dass der Stern „its usual brightness" erreicht hatte, ist nicht viel Gewicht beizumessen, da sie am 6. Febr. $11^h,5$ und 1. März 10^h angestellt wurden, wo also der Stern im Westen schon tief stand.

KAPITEL XII.

Die Gestalt der Lichtcurve.

Durch den Betrag der Helligkeitsänderung und die Dauer der Verfinsterung ist die Gestalt der Lichtcurve noch nicht vollständig bestimmt; die Kenntnis der besonderen Gestalt ist nötig, um die drei zur Berechnung der Helligkeit notwendigen Grössen a, ε und $\varkappa$ ableiten zu können.

Wir werden hier ganz absehen von möglichen Unregelmässigkeiten, Verzögerungen, Rückgängen oder sonstigen Anomalien in der Curvengestalt, wie sie früher von Schmidt und neulich wieder von Nijland gefunden sind. Die in den vorigen Kapiteln abgeleiteten Lichtcurven bestätigen alle die Schönfeld'sche Behauptung, dass solche Anomalien im mittleren Curvenzuge nicht vorkommen. Ob sie in den Einzelcurven wirklich vorkommen, wird nur aus gleichzeitigen Beobachtungen einer grossen Zahl von Astronomen abgeleitet werden können, die jetzt noch nicht vorliegen. Nur die mittleren regelmässigen Curven können zu der Ableitung von a, ε und $\varkappa$ benutzt werden, wobei sich zugleich zeigen wird, ob sie sich durch die Trabantentheorie genügend darstellen lassen.

Ableitung der Lichtcurvengestalt aus den Beobachtungsergebnissen. Wenn die für Algol gefundenen Helligkeiten mittels der gefundenen Beziehungen zwischen den Einzelscalen und der Normalscala in Grössenklassen ausgedrückt werden, beruhen sie dennoch auf den individuellen Helligkeiten der Vergleichsterne, wie sie dem Beobachter erschienen; diese weichen von den Normalgrössen um verschiedene Beträge ab. Dadurch wird auch die Lichtcurvengestalt anders ausfallen, als wenn die Schätzungen mittels der Normalgrössen reduciert wären. Da die Abweichungen zum grössten Teil Fehlern der individuellen Vergleichsternhelligkeiten zugeschrieben werden müssen, würde nur die letzte Methode richtige Algolhelligkeiten ergeben. Man wird die schon abgeleiteten Lichtcurven dennoch benutzen können, wenn man für jeden Teil der Curve den Anteil berechnet, den jeder Stern zu der Algolhelligkeit beiträgt, und daraus, in Verbindung mit den Differenzen zwischen den Normal- und den individuellen Grössen, Correctionen der Algolhelligkeit ermittelt. Bringt man diese an die Grössen nach der Lichtcurve an, so wird eine einfache Ausgleichung eine verbesserte Lichtcurve liefern, die auf den Normalgrössen der Vergleichsterne beruht. In dieser Weise wurden die Lichtcurven von Plassmann, von mir und von Argelander verbessert, nachdem für jede halbe Stunde der Phase eine Differentialformel berechnet war, welche die Helligkeit von Algol in den Helligkeiten der Vergleichsterne ausdrückt. Da solche Formeln für Schönfeld weder von ihm selbst, noch von Scheiner gegeben sind und ihre selbständige Ableitung eine ganze Neureduction der Beobachtungen erheischen würde, während die Abweichungen von den Normalgrössen hier eben sehr gross sind und zweifelsohne Fehlern der individuellen Scalen zugeschrieben werden müssen, konnten die Schönfeld'schen Resultate hier nicht benutzt werden.

Diese Verbesserung der Lichtcurve für die Abweichungen der benutzten Vergleichsternhelligkeiten von den Normalgrössen räumt zugleich eine schon von Pickering[1]) aufgeworfene Beschwerde weg, dass nämlich eine Abhängigkeit des Stufenwertes von der absoluten Helligkeit, also eine nicht-lineare Beziehung zwischen der angewandten Einzelscala und der Normalscala, die Gestalt der Lichtcurve systematisch verfälschen könnte. Denn auch da, wo die Abweichungen zwischen den mittels einer linearen Formel abgeleiteten und den Normalgrössen einen darauf hinweisenden systematischen Gang zeigen,

---

1) Dimensions of the fixed stars, S. 27.

wird der Einfluss auf die Lichtcurve durch das angewandte Verfahren fast vollständig aufgehoben.

Zwar wird man nach dem, was sich in den vorigen Kapiteln herausgestellt hat, nicht mehr entschieden behaupten dürfen, dass dieses Verfahren in jedem Falle das richtigste ist. Bisweilen haben sich auffallende abweichende Auffassungen der Helligkeiten einzelner Sterne gezeigt, die durch einen Farbeneinfluss nicht zu erklären waren. Welches auch der Ursprung dieser Abweichungen sei, falls sie allgemeiner auftreten, wird man den Reductionen keine allgemeingültige Normalscala zu Grunde legen dürfen, sondern man muss dann die individuellen Grössen benutzen, wie sie den Beobachtern erschienen. Allein, weil diese Anomalien sich nur ausnahmsweise zeigten, wird die angewandte Methode vorläufig den Vorzug verdienen.

Bei der befolgten Rechnungsmethode erhält man für jede Beobachtungsreihe eine andere Grösse des Minimums und des vollen Lichtes, und einen anderen Wert für den Betrag der Lichtänderung. Obgleich die Realität dieser Unterschiede zweifelhaft ist, wird man sie doch benutzen müssen, wie die Beobachtungen sie ergeben. Mit Rücksicht auf die Resultate des vorigen Kap. wurden Anfang und Ende der Curve bei Müller auf $5^h 16^m$, bei Plassmann und bei mir auf $5^h 20^m$, bei Argelander und Harvard auf $5^h 0^m$ angenommen; um damit zu stimmen, wurden bisweilen die früher in den äussersten Phasen angenommenen Werte der Helligkeit etwas abgeändert. Die Harvard-Resultate sind hier mitgenommen, weil der dort gefundene Wert der ganzen Lichtänderung, 1,06 Grkl., mit den Resultaten der anderen Reihen gut übereinstimmt, der S. 196 gefundene systematische Fehler also wahrscheinlich ein constanter ist, und die Gestalt der Lichtcurve dann nicht verfälscht wird.

Für die Müller'sche Lichtcurve wurde ausserhalb $\pm 2^h$ Phase die S. 141 von mir abgeleitete Gestalt angenommen; innerhalb dieser Phasen sind sowohl die scharfe, mittels der beobachteten Minima von Müller (1. Curve) wie auch die flache, mittels der berechneten Minima von mir abgeleitete Curve (2. Curve) in der folgenden Tafel zusammengestellt; beide wurden für die systematischen Correctionen des Photometers *C11* verbessert, wodurch die corrigierten Curven der folgenden Tafel entstanden. Im VII. Kap. wurde schon bemerkt, dass die wirkliche Curvengestalt wohl zwischen diesen beiden liegen wird; darum ist ihr Mittel als die beste nach den Müller-schen Messungen anzunehmende Curve unter M_1 gegeben; daneben findet sich unter M_2 das Mittel der nicht für systematische Photometercorrection verbesserten Curven.

Phase.	1. Curve		2. Curve		M_1	M_2
	ohne Corr.	Corrig.	ohne Corr.	Corrig.		
$0^h\ 0^m$	3,55	3,433	3,51	3,391	3,412	3,53
0 30	44	316	435	311	314	44
1 0	265	128	29	156	142	28
1 30	095	2,944	115	2,966	2,954	10
2 0	2,95	785	2,96	796	790	2,95
2 30	81	631	81	631	631	81
3 0	69	499	69	499	499	69
3 30	60	398	60	398	398	60
4 0	52	307	52	307	307	52
4 30	47	250	47	250	250	47
5 0	436	211	436	211	211	44
Volle Licht.	2,43	2,204	2,43	2,204	2,204	2,43

Die Lichtcurven aller anderen Beobachter sind mittels der berechneten Minimumzeiten abgeleitet und werden infolge der Unzulänglichkeit der dabei benutzten Formel etwas zu flach sein. Um sie einigermaszen dafür verbessern zu können, wurde mangels anderer Data angenommen, dass der Einfluss dieses Umstandes bei allen derselbe ist wie bei Müller, und dass sie also durch Anbringung der halben Differenz zwischen der ersten und der zweiten der obenstehenden Curven eine nahezu richtige Gestalt bekommen. Die anzubringenden Correctionen werden dann für die Phasen:

$0^h\ 0^m$	+ 0,021	Grkl.
0 30	+ 003	„
1 0	— 014	„
1 30	— 012	„
2 0	— 006	„

In der folgenden Tafel sind die Lichtcurven nach den Plassmann'schen und nach meinen Beobachtungen, mittels der S. 192 gefundenen Formeln in Grössenklassen ausgedrückt, gegeben; daneben stehen die aus den Abweichungen zwischen den Normalgrössen und den individuellen Grössen folgenden daran anzubringenden Correctionen, so dass die in den letzten Spalten stehenden Grössen von Algol auf den Normalgrössen der Vergleichsterne beruhen. Bei Plassmann war angenommen, dass die in die Formel einzuführende Farbe c sich der Helligkeit proportional ändere; da $c - 4$ für $n = 18{,}4$ gleich $-2{,}2$, für $n = 6{,}2$ gleich $-0{,}5$ angenommen war, ist $c - 4 = 0{,}37 - 0{,}139\,n$ zu setzen, und aus der Formel

$$m = 3{,}97 - 0{,}103\,n - 0{,}108\,(c - 4)$$

wird dann:

$$m = 3{,}930 - 0{,}088\,n,$$

in welcher Gestalt sie für die Berechnung der Algolgrössen benutzt wurde.

Phase.	Plassmann.			Pannekoek.		
$0^h\ 0^m$	3,382	+ 0,003	3,385	3,328	+ 0,008	3,336
0 30	334	+ 6	340	300	— 2	298
1 0	228	+ 11	239	209	— 14	195
1 30	080	+ 18	098	067	— 13	054
2 0	2,914	+ 21	2,935	2,892	— 2	2,890
2 30	739	+ 19	758	709	+ 13	722
3 0	591	+ 12	603	562	+ 8	570
3 30	483	+ 5	488	457	— 5	452
4 0	404	+ 1	405	378	— 10	368
4 30	346	— 1	345	319	— 10	309
5 0	312	— 1	311	274	— 10	264
Volle Licht	308	— 1	307	259	— 10	249

Bei Argelander wurde für die kleineren Phasen, bis zu 2^h, die im V. Kap. abgeleitete Lichtcurve benutzt, mittels der Formel:

$$m' = 3{,}836 - 0{,}1075\,n$$

in Grössen umgerechnet, und daran wurden für die Sterncorrectionen $m_0 - m'$ die in der dritten Spalte enthaltenen Verbesserungen angebracht; für die grösseren Phasen wurden die S. 214 unmittelbar mittels der Normalgrössen erhaltenen Werte benutzt.

Phase.	Grösse.			Phase.	Grösse.
$0^h\ 0^m$	3,501	— 0,030	3,47	$2^h\ 30^m$	2,76
0 30	440	— 27	41	3 0	63
1 0	288	— 17	27	3 30	53
1 30	090	— 3	3,09	4 0	47
2 0	2,894	+ 8	2,90	5 0	2,41

In der jetzt folgenden Tafel sind sämtliche Lichtcurven zusammengestellt, in der Weise, dass für jede Phase der Helligkeitsunterschied mit dem vollen Lichte in Grössenklassen gegeben wird. M_1 und M_2 sind die Curven nach den Müller'schen Resultaten, H ist die Curve nach den Harvard-Messungen, Pl, P und A nach den Plassmann'schen, nach meinen und nach den Argelander'schen Beobachtuugen. Weil die in dieselbe Zeit fallenden Curven P und Pl in der Gestalt sehr nahe übereinstimmen, wurde aus den beiden eine mittlere Curve P_m gebildet. Die drei letzten Spalten enthalten die Curven H, P_m und A, nachdem daran die S. 223 gegebenen zur Aufhebung der zu grossen Flachheit dienenden Correctionen angebracht sind.

Phase.	M_1	M_2	H	$Pl.$	P	P_m	A	H_2	P_{m2}	A_2
$0^h\ 0^m$	1,208	1,10	1,06	1,078	1,087	1,082	1,06	1,08	1,103	1,08
0 30	110	01	01	033	049	041	00	01	044	00
1 0	0,938	0,85	0,87	0,932	0,946	0,939	0,86	0,86	0,925	0,85
1 30	750	67	68	791	805	798	68	67	786	67
2 0	586	52	50	628	641	635	49	49	629	48
2 30	427	38	35	451	473	462	35	35	462	35
3 0	295	26	23	296	321	308	22	23	308	22
3 30	194	17	15	181	203	192	12	15	192	12
4 0	103	09	08	098	119	108	06	08	108	06
4 30	046	04	03	038	060	049	02	03	049	02
5 0	007	01	00	004	015	009	00	00	009	00
Ende.	$5^h\ 16^m$	$5^h\ 16^m$	$5^h\ 0^m$	$5^h\ 20^m$	$5^h\ 20^m$	$5^h\ 20^m$	$5^h\ 0^m$			

Die beiden Curven M weichen in Gestalt stark von der Curve P_m ab; sie steigen nach dem Minimum viel schneller empor. Da die Differenz zwischen M_1 und M_2 eine regelmässig verlaufende Grösse ist, braucht man für die Vergleichung mit den anderen nur M_2 heranzuziehen, wo der ganze Betrag der Lichtänderung nahezu derselbe wie bei den anderen ist. Es zeigt sich dann, dass M_2, H und A sehr nahe übereinstimmen, dass jedoch P_m davon bedeutend abweicht und geradezu einen anderen Typus darstellt, bei dem der Helligkeitsunterschied gegen das volle Licht bei 2^h Phase sogar 0,13 Grkl. grösser ist als bei den anderen. Da die Curven P und Pl ganz auf den Normalgrössen der Vergleichsterne beruhen, wird man den Ursprung dieser Abweichung nicht in irgend einem systematischen Fehler der Stufenschätzungen suchen können. Hätte man aber umgekehrt die individuellen Grössen der Vergleichsterne beibehalten, so hätte man doch fast dieselbe Curve bekommen, weil die in der Tafel S. 224 angeführten Correctionen nur ein paar Hundertstel Grössen betragen.

Vergleichung mit der Rechnung. Wenn man zur Vergleichung mit den jetzt gefundenen Resultaten die Lichtcurve Algols unter verschiedenen Annahmen für a, ε und $\varkappa$ berechnen will, wird man nach dem in der Einleitung (S. 21) angeführten auf eine Atmosphäre des Trabanten keine Rücksicht zu nehmen brauchen. Wohl aber wird man die Möglichkeit einer ungleichen Helligkeit verschiedener Teile der Algolscheibe ais Folge einer absorbierenden Atmosphäre des leuchtenden Sternes in Rechnung ziehen müssen. Es genügt, die Rechnung für dieselbe Helligkeitsverteilung über der Algolscheibe, wie sie für die Sonnenscheibe gefunden wurde, auszuführen; die Wirkung einer dünneren oder dichteren Atmosphäre wird sich dann gleichfalls beurteilen lassen. Für die Helligkeit wurde folgende Function der Entfernung vom Mittelpunkte der Scheibe angenommen:

$$I = 1 - 0{,}2\, r^2 - 0{,}4\, r^4,$$

weil diese Functionsform gestattet, die Lichtmenge des teilweise verfinsterten Algol durch eine einfache Formel auszudrücken, und weil sie zugleich das Mittel der von Vogel für $\lambda = 512$ und $\lambda = 580$ gefundenen Intensitäten der Sonnenoberfläche, ausgenommen am äussersten Rande für $r = 1$, sehr nahe darstellt.

Setzt man allgemein:

$$I = 1 - \alpha r^2 - \beta r^4$$

so ist die ungeschwächte Lichtmenge:

$$L_0 = \int_0^1 2\pi r (1 - \alpha r^2 - \beta r^4)\, dr = \pi (1 - {}^1/_2\, \alpha - {}^1/_3\, \beta).$$

Die in der Einleitung S. 12 aufgeführten Formeln und Bezeichnungen können auch hier dienen, wenn nur statt des Radius 1 des Hauptsterns der veränderliche Radius r gesetzt wird, also:

$$r \sin \psi = x \sin \psi' \qquad r \cos \psi + x \cos \psi' = \rho$$

$$2 r \rho \cos \psi = r^2 + \rho^2 - x^2 \qquad 2 \rho x \cos \psi' = \rho^2 + x^2 - r^2$$

$$\frac{d\psi}{dr} = \frac{1}{r} \, \frac{\rho^2 - x^2 - r^2}{\sqrt{4 r^2 \rho^2 - (r^2 + \rho^2 - x^2)^2}}.$$

Die von dem Begleiter verdeckte Lichtmenge ist jetzt:

$$L_1 = \int_0^1 2 \psi r (1 - \alpha r^2 - \beta r^4)\, dr.$$

Jedes der drei Glieder ist zu schreiben:

$$\int r^{n+1} \psi\, dr = \frac{1}{n+2} \psi r^{n+2} - \frac{1}{(n+2)} \int r^{n+2} \frac{d\psi}{dr}\, dr.$$

Nach Substitution von $\frac{d\psi}{dr}$, und mit Rücksicht darauf, dass:

$$\sqrt{4 r^2 \rho^2 - (r^2 + \rho^2 - x^2)^2} = 2 r \rho \sin \psi \qquad \text{und}$$

$$\int \frac{d(r^2)}{\sqrt{4 r^2 \rho^2 - (r^2 + \rho^2 - x^2)^2}} = \operatorname{arc\,sin} \frac{r^2 - \rho^2 - x^2}{2 \rho x} = \psi',$$

findet sich endlich für die vom Begleiter verdeckte Lichtmenge der Ausdruck

$$\begin{aligned} L_1 = {} & (1 - {}^1/_2\, \alpha - {}^1/_3\, \beta)\, \psi \\ & + [1 - {}^1/_2\, \alpha (x^2 + 2 \rho^2) - {}^1/_3\, \beta (x^4 + 6 \rho^2 x^2 + 3 \rho^4)]\, x^2 \psi' \\ & - [1 - {}^1/_4\, \alpha (1 + 5 x^2 + \rho^2) \\ & \qquad - {}^1/_9\, \beta (1 + \rho^2 + 4 x^2 + \rho^4 + 19 x^2 \rho^2 + 10 x^4)]\, \rho \sin \psi, \end{aligned}$$

wo jetzt die ψ und ψ' wie in der Einleitung die Winkel bedeuten, die man für $r = 1$ aus den Formeln erhält. Für $\alpha = 0$ und $\beta = 0$ wird dieser Ausdruck gleich dem früher gefundenen

$$L_1 = \psi + x^2 \psi' - \rho \sin \psi.$$

Mittels dieser Formeln wurde bei verschiedenen Annahmen über die drei Elemente die Lichtschwächung in Grössenklassen für jede volle Stunde der Phase berechnet. Für x wurden bei gleichmässig erleuchteter Scheibe 0,82 (welcher Wert bei einer Schwächung von 1,2 Grkl. nahezu innere Berührung giebt) und 1,0 genommen, und bei Annahme der atmosphärischen Ränderschwächung $x = 0,78$ und 1,0. In der folgenden Tafel sind die Elemente x, a, ε, nebst der scheinbaren Distanz der Centra ρ_0, der Schwächung in Grkl. L_0 im Minimum, und der Dauer der Verfinsterung t_0 zusammengestellt, und darunter die Schwächung für jede Stunde. Die beiden letzten, A'_2 und C'_2, gelten für die Annahme einer Atmosphäre ($x = 0,2$; $\beta = 0,4$); alle anderen aber für gleichmässige Helligkeit auf der Algolscheibe.

	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	A'_2	C'_2
x	1,0	1,0	0,82	0,82	0,82	1,0	0,78
L_0	1,082	1,208	1,082	1,082	1,206	1,080	1,078
ρ_0	0,5886	0,5226	0,2988	0,2988	0,1890	0,6480	0,3300
t_0	$5^h 20^m$	$5^h 16^m$	$5^h 0^m$	$5^h 20^m$	$5^h 16^m$	$5^h 20^m$	$5^h 20^m$
ε	8°12′,0	7° 8′,3	4°11′,8	4°27′,2	2°45′,9	9° 6′,3	5° 0′,8
a	4,127	4,206	4,083	3,848	3,918	4,095	3,776

Phase.	Lichtcurven.						
$0^h 0^m$	1,082	1,208	1,082	1,082	1,206	1,080	1,078
1 0	0,905	0,983	0,851	0,870	0,942	0,906	0,861
2 0	0,592	0,621	0,513	0,548	0,570	0,578	0,521
3 0	0,327	0,331	0,258	0,297	0,300	0,296	0,259
4 0	0,132	0,129	0,086	0,120	0,117	0,105	0,089
5 0	0,016	0,012	0,000	0,014	0,011	0,009	0,007

Wenn man durch kleine Correctionen aus diesen Lichtcurven solche ableitet, die nur in einer der bestimmenden Grössen von einander verschieden sind, wird man aus ihren Differenzen den Einfluss einer Änderung von x von 0,82 bis 1,0 (Δ_x), von t_0 von $5^h 0^m$ bis $5^h 20^m$ (Δ_t), von L_0 von 1,08 bis 1,20 (Δ_L) und den Einfluss der Ränderschwächung (Δ_I) gesondert erhalten. Diese sind in der folgenden Zusammenstellung in Einheiten der dritten Stelle enthalten.

Phase.	$\Delta_{\varkappa_1}$	$\Delta_{\varkappa_2}$	$\Delta_{\varkappa_3}$	Δ_t	Δ_{L_1}	Δ_{L_2}	Δ_{I_1}	Δ_{I_2}
	$A_2 - B_2$	$A_3 - B_3$	$A'_2 - C'_2$	$B_2 - B_1$	$B_3 - B_2$	$A_3 - A_2$	$C'_2 - B_2$	$A'_2 - A_2$
$0^h 0^m$	0	0	0	0	+120	+120	0	0
1 0	+35	+40	+36	+19	+ 74	+ 78	+ 1	+ 1
2 0	+44	+51	+46	+35	+ 28	+ 34	−16	−14
3 0	+30	+31	+30	+39	+ 11	+ 11	−31	−31
4 0	+12	+12	+13	+34	+ 4	+ 4	−28	−27
5 0	+ 2	+ 1	+ 2	+14	0	− 1	− 7	− 7

Eine Vergrösserung von $\varkappa$ macht also die Lichtcurve flacher; eine Vergrösserung von t_0 kommt ungefähr auf dasselbe hinaus wie eine proportionale Vergrösserung aller Phasen. Der Einfluss der atmosphärischen Ränderschwächung ist in der Nähe des Minimums fast Null bis zu 1^h Phase; darüber hinaus wird die Zunahme rascher und in den äussersten Phasen bedeutend langsamer als bei gleichmässig erleuchteter Scheibe. Die Zahlen Δ_L zeigen, dass ein Fehler des angewandten Normalsystems von Sterngrössen, wodurch alle Helligkeitsdifferenzen in demselben Verhältnis vergrössert oder verkleinert werden, nicht durch eine entsprechende Änderung von L_0 ganz aufgehoben werden kann, vielmehr eine Änderung von $\varkappa$ daneben nötig ist; sind die Zahlen für die Grössendifferenzen zu gross, so findet man neben einem zu grossen L_0 auch ein zu grosses $\varkappa$.

In den nachfolgenden Vergleichungen ist überall die Minimalhelligkeit der berechneten Curve der der beobachteten gleichgemacht; die Abweichungen sind in Tausendstel Grkl. gegeben.

Die Lichtcurve M_1 lässt bei Vergleichung mit der in der folgenden Tafel neben sie gesetzten Curve B_3 die Abweichungen I übrig. Bringt man an die berechnete Curve $- {}^1/_8\, \Delta_{\varkappa_2} + {}^1/_4\, \Delta_{I_1}$ an, so werden sie noch etwas verkleinert zu den Werten unter II. Diese zeigen schon eine genügende Übereinstimmung.

Sie wird aber noch besser, wenn man statt der Curve M_1 die zweite, flachere, der S. 223 abgeleiteten Curven benutzt (M_{12} i. d. f. T.); diese stimmt, wie die Abweichungen unter III zeigen, völlig überein mit der Lichtcurve B_3, nachdem daran $+ 0{,}6\, \Delta_{\varkappa_2} + 0{,}6\, \Delta_{I_1}$ angebracht ist, also mit der Annahme, dass $\varkappa$ gut 0,9 ist, und die Ränder-

Phase.	M_1	Ber_1	I	II	M_{12}	Ber_3	III	M_2	Ber_4	IV
$0^h\,0^m$	1,208	1,208	0	0	1,187	1,187	0	1,10	1,100	0
1 0	0,938	0,943	— 5	— 10	0,952	0,955	— 3	0,85	0,881	— 31
2 0	586	570	+ 16	+ 14	592	587	+ 5	52	552	— 32
3 0	295	300	— 5	— 1	295	298	— 3	26	298	— 38
4 0	103	117	— 14	— 8	103	106	— 3	09	121	— 31
5 0	007	011	— 4	— 2	007	008	— 1	01	014	— 4

schwächung etwas mehr als die Hälfte derjenigen, die für die Sonne angenommen wurde. Die Curve M_2 lässt gegen die Berechnung für $\varkappa = 0{,}82$ Abweichungen IV übrig, die nur durch Verringerung der Dauer der Verfinsterung wegzuschaffen sind, da eine bedeutende Verkleinerung von $\varkappa$ nicht möglich ist, weil sonst im Minimum die Curve ein horizontales Stück aufweisen müsste.

Auch die aus den Cambridger Messungen und den Argelander'schen Beobachtungen abgeleiteten Ergebnisse lassen sich durch die mit $\varkappa = 0{,}82$ berechneten Curven, wenn diese zuvor um 0,6 des Einflusses der Ränderschwächung abgeändert werden, gut darstellen, wie die folgende Zusammenstellung zeigt.

Phase.	H	Ber_1	I	H_2	Ber_2	II	A	III	A_2	IV
$0^h\,0^m$	1,06	1,060	0	1,08	1,080	0	1,06	0	1,08	0
1 0	0,87	0,837	+ 33	0,86	0,850	+ 10	0,86	+ 23	0,85	0
2 0	50	497	+ 3	49	502	— 12	49	— 7	48	— 22
3 0	23	237	— 7	23	239	— 9	22	— 17	22	— 19
4 0	08	071	+ 9	08	072	+ 8	06	— 11	06	— 12
5 0	00	000	0	00	000	0	00	0	00	0

Anders verhält es sich mit der aus den Schätzungen von Plassmann und von mir gebildeten Curve P_m. Eine mit $\varkappa = 0{,}82$ berechnete und um 0,6 Δ_I verbesserte Curve lässt die Abweichungen I der folgenden Tafel übrig, die nur durch eine erhebliche Vergrösserung von $\varkappa$ weggeschafft werden können. Erst wenn man das Doppelte von $\Delta_{\varkappa_1}$ anbringt, wobei $\varkappa$ also grösser als 1 wird, und eine Ränderschwächung gleich der bei der Sonne annimmt, findet man die Werte unter Ber_2, die die kleinen Beträge unter II als Abweichungen übrig lassen. Die Abweichungen der Curve P_{m_2} gegen eine unter denselben Voraussetzungen berechnete Curve zeigen (vergl. III) nahezu dasselbe Verhalten.

Phase.	P_m	Ber_1	I	Ber_2	II	P_{m2}	Ber_3	III
$0^h 0^m$	1,082	1,082	0	1,082	0	1,103	1,103	0
1 0	0,939	871	+ 68	0,941	— 2	0,925	954	— 29
2 0	635	540	+ 95	620	+ 15	629	625	+ 4
3 0	308	282	+ 26	326	— 18	308	328	— 20
4 0	108	106	+ 2	116	— 8	108	117	— 9
5 0	009	011	— 2	011	— 2	009	011	— 2

Der oben schon gefundene Unterschied zwischen der Curve P_m und den anderen führt also einen Unterschied der gefundenen x herbei, so dass er durch eine Änderung der Lichtcurvengestalt in dem Zeitintervall 1880—90 nicht zu erklären ist. Man wird nicht umhin können, die Auswahl zu gunsten der unmittelbar photometrische bestimmten Curve zu treffen, obgleich eine Ursache für solche systematische Fehler in dem Resultate der Stufenschätzungen schwer anzugeben ist, wo die genau bestimmten Normalgrössen der Vergleichsterne als Grundlage dienen. Hält man sich also an das Resultat der photometrischen Messungen, so zeigt sich, dass eine partielle Verfinsterung durch einen Trabanten, dessen Durchmesser ungefähr 0,9 des Durchmessers des Hauptsternes, und bei Annahme einer atmosphärischen Ränderschwächung der Sternscheibe, die etwas geringer ist als bei unserer Sonne, die beobachteten Helligkeiten vollkommen erklärt.

SCHLUSSBETRACHTUNGEN.

Die Ergebnisse der mitgeteilten Untersuchungen haben nur in wenigen Fällen eine entschiedene Antwort auf die in der Einleitung vorgeführten Fragen geliefert. Einerseits, weil man bei jedem Teil der Untersuchung auf unerwartete, oft auch noch unerklärbare systematische Fehler stiess; nur eine zukünftige genaue Untersuchung dieser Fehler wird gestatten, aus den erhaltenen Ergebnissen bestimmteres abzuleiten. Anderseits, weil die schon angestellten Beobachtungen dieses Sterns, so viel ihrer auch sein mögen, zu einer genauen Bestimmung der Verhältnisse im Algolsystem nicht ausreichen; eine viel regere Teilname an den Algolbeobachtungen, besonders auch von Astronomen, die über Photometer verfügen, wird nötig sein, unser Wissen über den Algol wesentlich zu vermehren.

Die Resultate über Algol sind, kurz zusammengefasst: 1) die Lichtcurve ist vollkommen symmetrisch; 2) in der Helligkeit des Minimums zeigt sich nicht eine Spur der periodischen Änderung in 118 Jahren, die nach der Tisserand'schen Theorie erwartet wurde; kleinere Helligkeitsänderungen in kurzer Periode sind angedeutet, doch wegen der grossen persönlichen Differenzen nur sehr zweifelhaft. Im Mittel ist der Betrag der Helligkeitsänderung 1,11 Grkl.; 3) von einer periodischen Änderung in der Dauer der Verfinsterung in 118 Jahren, wie sie durch die Tisserand'sche Theorie vorhergesagt wurde, ist ebensowenig etwas zu bemerken; die Dauer ist wenig von 10 Stunden verschieden; vielleicht kommen darin andere periodische Schwankungen vor; 4) die photometrischen Helligkeitsmessungen sind mit der Trabantentheorie im Einklang, wenn der Durchmesser des Trabanten etwas kleiner als der des Hauptsterns angenommen wird; 5) im vollen Lichte kommen keine theoretisch erklärbaren regelmässigen Helligkeitsänderungen im Betrage von einigen Hundertstel Grkl. vor; unter den vielleicht reellen unregelmässigen Schwankungen kommt eine vor, die als sekundäres Minimum aufzufassen ist.

Das erste Resultat hebt eine Schwierigkeit auf, die bis jetzt die Zulänglichkeit der Trabantentheorie zur Erklärung des Lichtwechsels in Frage stellte. Da nach den Resultaten unter 4) und 5) ein sehr grosses $\varkappa$ nicht anzunehmen ist, geben die Resultate über die Helligkeit des Minimums und die Dauer der Verfinsterung Anlass, die Richtigkeit der Tisserand'schen Theorie in Zweifel zu ziehen. Man könnte dann das zweite, bisher unerklärte Glied der Chandler'schen Formel als das Ergebnis der Drehung der Apsidenlinie in 37 Jahren auffassen; dabei wird die Excentricität zu 0,016; die Schwankungen in der Dauer der Verfinsterung betragen dann nur 8^m, die in der Helligkeit des Minimums nur 0,04 Grkl.; die schnelle Umdrehung der Apsidenlinie ist ausserdem mit den theoretischen Rechnungen besser in Übereinstimmung. Zur Erklärung des Hauptgliedes wird man dann wieder zu der Chandler'schen Hypothese eines dritten dunkeln Körpers greifen müssen; dann bekommt der systematische Gang in den Abweichungen von einer regelmässigen Eigenbewegung (S. 26) wieder eine grössere Bedeutung. Bei dieser Structur des Systems wird der Einfluss des dritten Körpers auf die Bewegung des Trabanten um Algol nicht zu vernachlässigen sein.

Da diese Auffassung die gefundenen bedeutenden Verschiedenheiten in der Dauer der Verfinsterung und der Helligkeit des Minimums auch nicht erklären kann, deren Erklärung aber durch systematische Fehler die Tisserand'sche Theorie nur soweit in den Nachteil setzt, dass diese etwas grössere Fehler übriglässt, wird man eine Entscheidung nur aus anderem Material erwarten können. Da das volle Licht nicht mit genügender Bestimmtheit ein sekundäres Minimum aufwies, wird man diese nur von der spectrographischen Bahnbestimmung Algols erwarten dürfen.

Das gewonnene Ergebnis einer vollständigen Symmetrie der Lichtcurve liefert eine neue Grundlage zu der Berechnung der Minimumzeiten; auf die Resultate dieser Rechnung wird sich eine neue Untersuchung der periodischen und unregelmässigen Schwankungen in den Zeiten der Minima stützen müssen. Um die Berechnung der Minimumzeiten aus den in dieser Schrift bearbeiteten Beobachtungsreihen zu erleichtern, sind in dem zweiten Anhange die Ergebnisse der einzelnen Beobachtungen zusammengestellt [1]). Um aus den Schmidt'schen Beobachtungen Resultate auf dieselbe Weise ableiten zu können, wird man sie zuerst reducieren müssen; es hat sich gezeigt, dass in mehreren Hinsichten die Publication und Reduction der Schmidt'schen Beobachtungsreihe erwünscht ist. Daneben wird eine Neureduction der gleichzeitigen Schönfeld'schen Beobachtungen erforderlich, besonders weil bei den früheren Reductionen keine Rücksicht auf die Veränderlichkeit des Stufenwertes mit dem geschätzten Intervall genommen ist.

Die Ergebnisse der in dieser Schrift niedergelegten Untersuchungen betreffen mehr noch die verschiedenen Fehlereinflüsse, als die Verhältnisse im Algolsystem; man wird diese Fehler zuerst genauer untersuchen müssen, bevor durch weitere Beobachtungen und Rechnungen unser Wissen über Algol erweitert werden kann. Allererst betrifft dies die photometrischen Messungen. Es hat sich gezeigt, dass die Resultate der Messungen nicht ohne weiteres das Helligkeitsverhältnis der Sterne geben; als Hauptfactoren, welche daneben berücksichtigt werden müssen, zeigten sich die subjective Helligkeit und die Farbe. Eine eingehendere Vergleichung der verschiedenen Cataloge und Messungen, besondere Experimente unter Berücksichtigung der auf dem Gebiete der Physiologie der Sinnesorgane anderweitig gewonnenen Resultate, und Beobachtungen nach noch anderen Methoden, z. B. mit dem Keilphotometer, wenn der benutzte Glaskeil zuerst spectralphotometrisch untersucht wird, werden nötig sein, um für die Helligkeiten der Sterne eine feste Grundlage zu bilden.

Eine besondere Untersuchung wird das in Cambridge für die Algolbeobachtungen benutzte Instrument erfordern. Nach der Übereinstimmung des dort gefundenen Betrages der Lichtänderung mit dem

---

1) Bei Argelander nur unvollständig, da viele aus nur einer Vergleichung mit ρ bestehende Beobachtungen, die das Gewicht 0 erhielten, im 2. Anhange fortgelassen sind; zu der Bestimmung der Minimumzeiten sind sie dennoch brauchbar.

der anderen Beobachtungen wird es wahrscheinlich, dass der systematische Fehler dieser Messungen nur ein constanter ist. Da dieses Instrument leichte und genaue Messungen gestattet, wäre seine Anwendung durch andere Beobachter erwünscht, wenn nur erst seine Fehler z. B. durch Messung anderer Sternpaare und durch Drehung des Rochonprismas um 180°, untersucht werden.

In noch höherem Masze als bei den photometrischen Messungen ist eine Untersuchung der Schätzungen nach der Argelander'schen Methode notwendig. Die dringendste Frage ist diese, ob die Helligkeiten, in denen verschiedene Beobachter die Sterne sehen, durch Correctionen, die nur von der Farbe abhängig sind, ganz in Übereinstimmung zu bringen sind. Eine gegenseitige Vergleichung einer grossen Anzahl dazu ausgesuchter Sterne der 2., 3. und 4. Grösse von seiten mehrerer geübten Beobachter und die Vergleichung der erhaltenen Resultate mit den photometrischen Ergebnissen wird eine Antwort ermöglichen. Wenn diese bejahend ausfällt, wird dadurch die gemeinsame Benutzung der Normalgrössen zur Reduction aller Schätzungen gerechtfertigt. Diese Schätzungen werden auch die Abhängigkeit des Stufenwertes von dem Stufenintervall zu bestimmen gestatten.

Bei den Untersuchungen in den vorigen Kapiteln hat sich besonders dieses mit grosser Deutlichkeit gezeigt, dass eine viel regere Beschäftigung der Beobachter mit Algol notwendig ist, um unser Wissen über diesen Stern zu erweitern. Nur wenn in jedem Zeitraum sich mehrere Beobachtungsreihen vorfinden, wird es möglich sein, dasjenige, was den zufälligen und systematischen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden muss, von dem zu trennen, was von dem Algol selbst herrührt. Die allererst aufzuhebende Unsicherheit, die jedesmal bestimmte Entscheidungen verhinderte, ist diese, ob bei den einzelnen Verfinsterungen die Lichtänderung wirklich von dem mittleren Curvenzuge abweicht, entweder in der Weise, dass, während der Curvenzug regelmässig bleibt, die Helligkeit und die Zeit des Minimums unregelmässige Schwankungen aufweisen, oder so, dass Verzögerungen, Einbiegungen oder Rückgänge in der Lichtänderung auftreten. Beide Anomalien sind mit der einfachen Verfinsterungstheorie nicht im Einklang; die erste würde, wenn sie reell ist, Unregelmässigkeiten in der Bewegung des Trabanten und der Lage der Bahnebene erfordern, die unsere Vorstellungen von der Structur des Systems erheblich modificieren würden. Es ist also auch aus diesem Grunde von höchster Wichtigkeit, darüber eine Entscheidung zu treffen. Dies wird nur möglich sein, wenn in jedem Zeitraume eine grosse Anzahl Beobachter sich zugleich mit dem Stern beschäftigt. Es braucht nicht besonders hervorgehoben zu werden, dass namentlich die Beteiligung von Beobachtern, die über Photometer verfügen, dabei von Interesse ist. Die Vergleichung der Resultate wird bedeutend erleichert werden, wenn die verschiedenen Beobachter möglichst dieselben Vergleichsterne benutzen, deren gegenseitige Helligkeit durch besondere photometrische Messungen genau bestimmt werden muss.

ANHANG I.

Hülfstafeln.

TAFEL I. Verbesserung für

St.	Zt.	γ Andr.	β Ariet.	ι Aurig.	γ Persei	ε Persei	β Triang.	δ Persei	α Triang.	ρ Persei	ν Persei	Algol
19	0	− 265			− 314		− 78	− 102	+ 7	+ 72		599
	10	247	+ 411		285		78	87	− 7	62		554
	20	229	341		259		78	75	17	54	+ 101	512
	30	212	283		236	+ 263	78	63	25	47	96	473
	40	195	237		212	248	76	52	31	42	92	435
	50	− 180	+ 199		− 192	+ 231	− 73	− 43	− 35	+ 38	+ 88	400
20	0	− 166	+ 168		− 173	+ 213	− 70	− 35	− 37	+ 34	+ 83	368
	10	153	143		157	197	66	28	38	30	79	338
	20	142	121		142	182	63	22	39	26	74	311
	30	132	102		129	168	61	17	39	23	70	286
	40	122	86		118	154	58	13	39	20	65	263
	50	− 112	+ 74		− 106	+ 142	− 55	− 10	− 38	+ 18	+ 61	241
21	0	− 104	+ 64	+ 683	− 95	+ 131	− 52	− 7	− 37	+ 16	+ 58	221
	10	96	55	611	86	121	49	4	36	15	55	202
	20	89	48	552	78	112	46	− 2	35	13	51	185
	30	82	42	500	71	104	43	0	33	11	48	169
	40	75	38	452	64	96	40	+ 1	31	10	45	154
	50	− 69	+ 34	+ 411	− 57	+ 88	− 37	+ 2	− 28	+ 9	+ 42	140
22	0	− 64	+ 30	+ 373	− 53	+ 81	− 35	+ 3	− 27	+ 8	+ 39	128
	10	59	27	339	47	75	32	4	25	8	36	116
	20	54	25	308	42	69	30	4	23	7	34	105
	30	50	24	281	38	64	28	5	21	6	32	95
	40	46	22	255	34	59	25	5	20	5	30	86
	50	− 42	+ 20	+ 232	− 31	+ 54	− 23	+ 5	− 18	+ 4	+ 27	78
23	0	− 38	+ 19	+ 213	− 28	+ 50	− 21	+ 5	− 16	+ 4	+ 25	70
	10	35	19	194	25	46	19	5	15	4	23	63
	20	32	18	178	22	42	17	6	13	4	22	56
	30	29	18	163	20	38	16	6	11	3	20	50
	40	27	17	148	19	35	15	5	10	3	18	45
	50	− 25	+ 18	+ 135	− 17	+ 32	− 13	+ 5	− 8	+ 2	+ 17	40
0	0	− 23	+ 18	+ 124	− 15	+ 29	− 12	+ 5	− 6	+ 2	+ 16	35
	10	21	18	112	14	27	10	4	5	2	14	31
	20	18	19	104	13	25	9	4	4	2	13	27
	30	16	20	95	11	23	8	4	2	2	12	23
	40	14	20	87	9	21	7	3	− 1	2	11	20
	50	− 13	+ 21	+ 79	− 9	+ 19	− 5	+ 3	0	+ 2	+ 10	17
1	0	− 11	+ 22	+ 72	− 7	+ 18	− 4	+ 3	+ 2	+ 2	+ 9	14
	10	10	23	66	7	16	3	2	3	2	8	12
	20	8	24	60	6	14	2	2	4	2	7	10
	30	7	25	55	6	13	− 1	2	5	2	6	8
	40	6	25	50	5	11	0	1	6	1	5	7
	50	− 5	+ 26	+ 45	− 5	+ 10	+ 1	+ 1	+ 7	+ 1	+ 4	6
2	0	− 3	+ 28	+ 41	− 3	+ 9	+ 3	+ 1	+ 9	+ 1	+ 4	5
	10	2	30	37	3	8	4	0	11	1	4	3
	20	− 1	32	34	2	7	5	0	12	1	3	2
	30	0	33	30	2	6	5	0	14	1	2	2
	40	0	35	26	2	4	6	− 1	15	1	1	2
	50	+ 1	37	23	2	3	7	1	17	2	1	2
3	0	+ 2	+ 40	+ 21	− 1	+ 3	+ 9	− 1	+ 19	+ 2	+ 0	1

atmosphärische Extinction.

St.	Zt.	γ Andr.	β Ariet.	ι Aurig.	γ Persei	ε Persei	β Triang.	δ Persei	α Triang.	ρ Persei	ν Persei	Algol
3	0	+ 2	+ 40	+ 21	— 1	+ 3	+ 9	— 1	+ 19	+ 2	0	1
	10	3	42	18	1	2	10	1	21	2	0	1
	20	4	45	15	2	+ 1	11	2	23	2	— 1	2
	30	6	48	13	2	0	12	2	26	2	1	2
	40	7	52	11	2	0	14	2	29	2	1	2
	50	8	+ 56	+ 9	— 2	— 1	+ 16	— 3	+ 31	+ 2	— 2	3
4	0	+ 9	+ 60	+ 7	— 3	— 2	+ 17	— 4	+ 34	+ 2	— 3	4
	10	11	64	5	4	3	19	5	37	2	4	5
	20	12	69	+ 2	5	4	21	6	40	2	5	7
	30	14	75	0	5	4	23	7	44	2	6	8
	40	15	81	— 2	5	5	26	9	48	3	7	10
	50	+ 17	+ 88	— 4	— 6	— 6	+ 28	— 10	+ 52	+ 3	— 7	12
5	0	+ 20	+ 96	— 6	— 6	— 7	+ 31	— 11	+ 57	+ 3	— 8	14
	10	22	105	8	7	7	35	12	63	4	9	16
	20	24	114	10	7	8	38	13	68	4	10	19
	30	26	124	13	10	9	41	15	74	4	12	23
	40	28	135	15	10	11	44	16	82	4	13	26
	50	+ 30	+ 148	— 18	— 11	— 12	+ 48	— 18	+ 90	+ 5	— 15	30
6	0	+ 33	+ 162	— 21	— 12	— 13	+ 53	— 20	+ 98	+ 5	— 16	34
	10	36	178	24	14	15	58	22	107	5	17	39
	20	39	196	27	16	16	63	24	117	6	19	44
	30	43	215	30	17	17	69	26	129	7	20	49
	40	47	237	33	19	19	76	28	142	7	22	55
	50	+ 51	+ 262	— 36	— 21	— 21	+ 84	— 30	+ 156	+ 8	— 24	61
7	0	+ 55	+ 291	— 40	— 24	— 23	+ 92	— 33	+ 171	+ 9	— 26	68
	10	60	324	43	25	25	100	36	188	10	28	75
	20	64	361	48	29	27	109	39	206	11	31	84
	30	69	402	53	32	30	119	43	227	12	34	93
	40	74	449	58	37	32	130	47	251	13	37	103
	50	+ 80	+ 504	— 62	— 40	— 34	+ 143	— 52	+ 278	+ 14	— 40	113
8	0	+ 86	+ 568	— 68	— 45	— 37	+ 156	— 57	+ 308	+ 15	— 44	125
	10	93	643	74	50	40	171	62	342	17	48	137
	20	101	+ 730	80	55	43	188	68	379	19	52	150
	30	108		87	61	47	207	74	421	21	56	165
	40	116		95	69	51	228	81	+ 469	23	61	181
	50	+ 124		— 102	— 76	— 55	+ 251	— 88		+ 25	— 66	198
9	0	+ 133		— 109	— 85	— 59	+ 276	— 96		+ 28	— 72	216
	10	143		118	95	64	304	105		31	78	236
	20	154		126	105	69	335	115		35	84	257
	30	165		137	116	74	370	126		38	91	280
	40	177		146	129	80	410	137		42	99	305
	50	+ 188		— 157	— 143	— 86	+ 455	— 150		+ 47	— 108	332
10	0	+ 200		— 168	— 159	— 93	+ 503	— 164		+ 52	— 117	361
	10	+ 211		180	176	100		180		58	127	393
	20			197	196	108		197		65	138	427
	30			207	217	116		215		71	151	464
	40			220	241	124		235		79	164	503
	50			234	265	132		256		90	177	544
11	0			— 247	— 293	— 139		— 279		+ 104	— 190	588

TAFEL I. Verbesserung für

St. Zt.	α Persei	α Andr.	γ Cass.	β Cass.	α Cephei	δ Cass.	ζ Persei	η Aurig.	ε Cass.	κ Persei	Algol
19 0	— 208	— 379	— 508	— 532	— 589	— 485			— 480	— 121	599
10	186	354	469	491	545	448			442	110	554
20	167	330	433	455	505	413			407	99	512
30	150	308	400	421	476	381			374	89	473
40	133	286	368	388	430	350			343	80	435
50	— 117	— 265	— 338	— 357	— 396	— 321		+ 561	— 314	— 71	400
20 0	— 104	— 246	— 310	— 329	— 365	— 295	+ 600	+ 526	— 287	— 63	368
10	92	228	285	303	336	271	536	494	263	56	338
20	82	212	263	279	309	249	479	463	241	51	311
30	73	197	242	258	284	229	428	432	221	46	286
40	65	182	223	238	262	210	382	403	202	41	263
50	— 58	— 168	— 205	— 219	— 240	— 193	+ 342	+ 375	— 185	— 37	241
21 0	— 51	— 155	— 188	— 201	— 220	— 177	+ 308	+ 349	— 169	— 33	221
10	45	143	172	185	201	162	279	325	154	30	202
20	41	131	158	170	184	148	250	303	141	27	185
30	36	121	145	156	168	136	225	281	129	25	169
40	31	111	133	143	153	125	204	261	117	22	154
50	— 27	— 101	— 122	— 131	— 139	— 114	+ 185	+ 242	— 106	— 20	140
22 0	— 24	— 93	— 112	— 120	— 126	— 104	+ 167	+ 224	— 97	— 18	128
10	22	85	102	110	114	95	152	207	88	16	116
20	19	77	93	100	103	87	139	192	80	14	105
30	17	70	84	91	92	79	125	179	72	13	95
40	15	63	77	83	82	73	114	166	66	12	86
50	— 14	— 57	— 71	— 76	— 73	— 66	+ 104	+ 153	— 60	— 11	78
23 0	— 12	— 51	— 64	— 69	— 64	— 60	+ 95	+ 141	— 54	— 10	70
10	10	45	58	62	56	55	86	131	49	9	63
20	9	39	52	55	48	49	79	121	44	8	56
30	8	34	47	49	40	44	73	111	39	7	50
40	8	30	43	44	33	40	66	102	35	7	45
50	— 7	— 26	— 38	— 40	— 27	— 36	+ 60	+ 94	— 32	— 6	40
0 0	— 6	— 21	— 34	— 35	— 20	— 33	+ 55	+ 87	— 28	— 5	35
10	6	17	30	31	14	29	50	80	25	5	31
20	5	13	26	27	7	26	46	74	22	5	27
30	4	8	22	23	— 1	22	42	68	19	4	23
40	4	— 4	19	19	+ 4	19	39	62	17	4	20
50	— 4	0	— 16	— 16	+ 10	— 16	+ 36	+ 57	— 15	— 4	17
1 0	— 3	+ 5	— 13	— 13	+ 16	— 14	+ 33	+ 52	— 12	— 3	14
10	3	8	11	11	21	12	30	48	10	3	12
20	3	12	9	8	27	10	28	44	8	2	10
30	3	16	7	5	32	8	26	40	7	2	8
40	2	20	6	— 3	37	6	23	36	6	2	7
50	— 2	+ 24	— 4	0	+ 42	— 5	+ 21	+ 32	— 5	— 2	6
2 0	— 2	+ 29	— 2	+ 3	+ 48	— 3	+ 20	+ 29	— 3	— 2	4
10	2	33	0	5	54	2	18	26	2	1	3
20	2	38	+ 2	7	59	— 1	17	23	— 1	1	2
30	1	43	3	9	64	0	15	20	0	1	2
40	1	48	4	11	69	+ 1	13	17	0	1	2
50	1	54	6	14	74	2	11	14	+ 1	1	2
3 0	— 1	+ 61	+ 8	+ 17	+ 80	+ 4	+ 11	+ 12	+ 3	— 1	1

atmosphärische Extinction.

St. Zt.	α Persei	α Andr.	γ Cass.	β Cass.	α Cephei	δ Cass.	ζ Persei	η Aurig.	ε Cass.	κ Persei	Algol
3 0	— 1	+ 61	+ 8	+ 17	+ 80	+ 4	+ 11	+ 12	+ 3	— 1	1
10	2	68	9	20	86	5	11	10	4	1	1
20	2	74	10	22	92	6	9	8	4	1	2
30	2	83	12	24	99	7	8	6	5	1	2
40	2	92	14	27	105	8	8	4	6	1	2
50	— 3	+ 101	16	+ 30	+ 111	+ 9	+ 7	+ 2	+ 6	— 2	3
4 0	— 4	+ 111	+ 17	+ 32	+ 118	+ 10	+ 6	0	+ 6	— 2	4
10	4	122	19	35	124	11	6	— 2	6	2	5
20	5	133	20	38	130	12	4	5	7	3	7
30	6	147	22	41	136	13	4	7	7	3	8
40	8	162	23	43	142	14	3	9	7	3	10
50	— 8	+ 178	+ 25	+ 46	+ 149	+ 15	+ 2	— 11	+ 8	— 4	12
5 0	— 9	+ 195	+ 26	+ 49	+ 155	+ 16	+ 2	— 13	+ 8	— 4	14
10	9	214	28	52	162	17	2	15	8	4	16
20	10	235	29	55	168	18	+ 1	18	8	4	19
30	12	258	30	58	173	18	— 1	21	7	5	23
40	13	283	31	61	178	19	1	24	7	5	26
50	— 15	+ 311	+ 32	+ 64	+ 184	+ 19	— 2	— 27	+ 6	— 6	30
6 0	— 16	+ 342	+ 33	+ 67	+ 189	+ 19	— 2	— 30	+ 5	— 6	34
10	18	378	34	70	193	19	3	34	4	7	39
20	20	419	35	73	197	19	4	37	3	8	44
30	21	463	36	76	201	20	5	41	+ 2	8	49
40	23	513	36	79	204	20	5	46	0	9	55
50	— 25	+ 569	+ 37	+ 81	+ 206	+ 20	— 5	— 49	— 2	— 9	61
7 0	— 27	+ 632	+ 37	+ 84	+ 207	+ 19	— 6	— 54	— 5	— 10	68
10	30	704	38	86	208	18	6	59	8	12	75
20	33	784	37	88	207	17	7	65	11	13	84
30	37	+ 876	35	89	205	15	8	70	14	14	93
40	41		33	90	202	13	8	77	19	16	103
50	— 45		+ 31	+ 90	+ 198	+ 11	— 8	— 83	— 24	— 17	113
8 0	— 50		+ 28	+ 90	+ 192	+ 7	— 8	— 90	— 29	— 19	125
10	55		25	89	185	+ 3	8	98	34	21	137
20	60		22	88	176	— 2	8	107	41	23	150
30	66		17	85	165	7	8	116	49	26	165
40	72		11	81	152	13	7	126	58	29	181
50	— 79		+ 4	+ 76	+ 137	— 20	— 6	— 137	— 68	— 32	198
9 0	— 86		— 4	+ 70	+ 121	— 28	— 5	— 148	— 79	— 35	216
10	95		13	62	102	38	4	160	92	39	236
20	105		24	53	81	49	— 1	173	105	44	257
30	115		36	42	57	61	+ 2	187	119	49	280
40	126		50	29	31	75	6	202	136	54	305
50	— 139		— 67	+ 13	+ 2	— 91	+ 9	— 219	— 155	— 60	332
10 0	— 153		— 86	— 5	— 30	— 109	+ 15	— 237	— 176	— 67	361
10	169		107	26	66	130	22	256	200	76	393
20	186		131	50	104	153	31	277	226	85	427
30	205		158	77	146	179	41	299	254	94	464
40	226		187	108	191	208	53	323	284	104	503
50	248		219	141	238	239	70	347	317	114	544
11 0	— 272		— 254	— 178	— 289	— 272	+ 92	— 373	— 353	— 126	588

TAFEL II. Sternzeit im mittleren Greenwicher Mittage.

	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	
1	18 45,3	20 47,5	22 37,9	0 40,1	2 38,4	4 40,6	6 38,9	8 41,1	10 43,3	12 41,6	14 43,8	16 42,1	1
2	49,2	51,5	41,8	44,1	42,3	44,6	42,8	45,1	47,3	45,6	47,8	46,1	2
3	53,2	55,4	45,8	48,0	46,3	48,5	46,8	49,0	51,2	49,5	51,7	50,0	3
4	18 57,1	20 59,3	49,7	52,0	50,2	52,5	50,7	53,0	55,2	53,5	55,7	53,9	4
5	19 1,1	21 3,3	53,7	55,9	54,2	56,4	54,7	56,9	59,1	57,4	59,6	57,9	5
6	19 5,0	21 7,2	22 57,6	0 59,8	2 58,1	5 0,3	6 58,6	9 0,8	11 3,1	13 1,3	15 3,6	17 1,8	6
7	8,9	11,2	23 1,6	1 3,8	3 2,1	4,3	7 2,6	4,8	7,0	5,3	7,5	5,8	7
8	12,9	15,1	5,5	7,7	6,0	8,2	6,5	8,7	10,9	9,2	11,4	9,7	8
9	16,8	19,1	9,4	11,7	9,9	12,2	10,4	12,7	14,9	13,2	15,4	13,7	9
10	20,8	23,0	13,4	15,6	13,9	16,1	14,4	16,6	18,8	17,1	19,3	17,6	10
11	19 24,7	21 26,9	23 17,3	1 19,6	3 17,8	5 20,1	7 18,3	9 20,6	11 22,8	13 21,0	15 23,3	17 21,5	11
12	28,7	30,9	21,3	23,5	21,8	24,0	22,3	24,5	26,7	25,0	27,2	25,5	12
13	32,6	34,8	25,2	27,4	25,7	27,9	26,2	28,4	30,7	28,9	31,2	29,4	13
14	36,5	38,8	29,2	31,4	29,7	31,9	30,2	32,4	34,6	32,9	35,1	33,4	14
15	40,5	42,7	33,1	35,3	33,6	35,8	34,1	36,3	38,5	36,8	39,0	37,3	15
16	19 44,4	21 46,7	23 37,0	1 39,3	3 37,5	5 39,8	7 38,0	9 40,3	11 42,5	13 40,8	15 43,0	17 41,3	16
17	48,4	50,6	41,0	43,2	41,5	43,7	42,0	44,2	46,4	44,7	46,9	45,2	17
18	52,3	54,5	44,9	47,1	45,4	47,7	45,9	48,1	50,4	48,6	50,9	49,1	18
19	19 56,3	21 58,5	48,9	51,1	49,4	51,6	49,9	52,1	54,3	52,6	54,8	53,1	19
20	20 0,2	22 2,4	52,8	55,0	53,3	55,5	53,8	56,0	58,3	56,5	58,8	57,0	20
21	20 4,1	22 6,4	23 56,8	1 59,0	3 57,3	5 59,5	7 57,8	10 0,0	12 2,2	14 0,5	16 2,7	18 1,0	21
22	8,1	10,3	0 0,7	2 2,9	4 1,2	6 3,4	8 1,7	3,9	6,1	4,4	6,6	4,9	22
23	12,0	14,3	4,6	6,9	5,1	7,4	5,6	7,9	10,1	8,4	10,6	8,9	23
24	16,0	18,2	8,6	10,8	9,1	11,3	9,6	11,8	14,0	12,3	14,5	12,8	24
25	19,9	22,1	12,5	14,7	13,0	15,2	13,5	15,7	18,0	16,2	18,5	16,7	25
26	20 23,9	22 26,1	0 16,5	2 18,7	4 17,0	6 19,2	8 17,5	10 19,7	12 21,9	14 20,2	16 22,4	18 20,7	26
27	27,8	30,0	20,6	22,6	20,9	23,1	21,4	23,6	25,9	24,1	26,4	24,6	27
28	31,7	34,0	24,6	26,6	24,9	27,1	25,4	27,6	29,8	28,1	30,3	28,6	28
29	35,7	37,9	28,3	30,5	28,8	31,0	29,3	31,5	33,7	32,0	34,2	32,5	29
30	39,6		32,2	34,5	32,7	35,0	33,2	35,5	37,7	36,0	38,2	36,5	30
31	20 43,6		0 36,2	2 38,4	4 36,7	6 38,9	8 37,2	10 39,4	12 41,6	14 39,9	16 42,1	18 40,4	31
32	47,5		40,1		40,6		41,1	43,3		43,8		44,3	32

TAFEL III. Correction der Sternzeit im mittleren Mittage.

1840	— 1,5	1860	— 2,0	1880	— 2,5	—	—	1920	— 7,4
»	+ 2,5	»	+ 2,0	»	+ 1,5	1900	— 3,0	»	— 3,5
41	+ 1,5	61	+ 0,9	81	+ 0,4	01	— 4,0	21	— 4,5
42	+ 0,4	62	— 0,1	82	— 0,6	02	— 5,0	22	— 5,5
43	— 0,6	63	— 1,1	83	— 1,6	03	— 6,0	23	— 6,5
1844	— 1,6	1864	— 2,1	1884	— 2,6	1904	— 7,0	1924	— 7,5
»	+ 2,4	»	+ 1,9	»	+ 1,4	»	— 3,1	»	— 3,6
45	+ 1,4	65	+ 0,8	85	+ 0,3	05	— 4,1	25	— 4,6
46	+ 0,3	66	— 0,2	86	— 0,7	06	— 5,1	26	— 5,6
47	— 0,7	67	— 1,2	87	— 1,7	07	— 6,1	27	— 6,6
1848	— 1,7	1868	— 2,2	1888	— 2,7	1908	— 7,1	1928	— 7,6
»	+ 2,3	»	+ 1,8	»	+ 1,3	»	— 3,2	»	— 3,7
49	+ 1,3	69	+ 0,7	89	+ 0,2	09	— 4,2	29	— 4,7
50	+ 0,2	70	— 0,3	90	— 0,8	10	— 5,2	30	— 5,7
51	— 0,8	71	— 1,3	91	— 1,8	11	— 6,2		
1852	— 1,8	1872	— 2,3	1892	— 2,8	1912	— 7,2		
»	+ 2,2	»	+ 1,7	»	+ 1,2	»	— 3,3		
53	+ 1,1	73	+ 0,6	93	+ 0,1	13	— 4,3		
54	+ 0,1	74	— 0,4	94	— 0,9	14	— 5,3		
55	— 0,9	75	— 1,4	95	— 1,9	15	— 6,3		
1856	— 1,9	1876	— 2,4	1896	— 2,9	1916	— 7,3		
»	+ 2,1	»	+ 1,6	»	+ 1,1	»	— 3,4		
57	+ 1,0	77	+ 0,5	97	+ 0,0	17	— 4,4		
58	+ 0,0	78	— 0,5	98	— 1,0	18	— 5,4		
59	— 1,0	79	— 1,5	99	— 2,0	19	— 6,4		

TAFEL IV. Reduction auf die Sonne für 0h M. Z. Greenwich.

	Jan.		Febr.		März		April		Mai		Juni		Juli		August		Sept.		Oct.		Nov.		Dec.		
1	+ 5,18	10	+ 1,54	13	− 2,17	12	− 5,65	9	− 7,54	3	− 7,47	4	− 5,51	9	− 2,05	13	+ 1,95	13	+ 5,33	9	+ 7,35	3	+ 7,31	3	1
2	5,08	10	1,41	13	2,29	13	5,74	9	7,57	3	7,43	3	5,42	10	1,92	12	2,08	12	5,42	9	7,38	3	7,28	4	2
3	4,98	10	1,28	14	2,42	13	5,83	9	7,60	2	7,40	4	5,32	10	1,80	13	2,20	13	5,51	9	7,41	3	7,24	4	3
4	4,88	11	1,14	13	2,55	12	5,92	8	7,62	3	7,36	5	5,22	9	1,67	13	2,33	12	5,60	9	7,44	2	7,20	4	4
5	4,77	10	1,01	13	2,67	13	6,00	8	7,65	2	7,31	4	5,13	10	1,54	13	2,45	12	5,69	9	7,46	3	7,16	5	5
6	+ 4,67	11	+ 0,88	13	− 2,80	12	− 6,08	9	− 7,67	2	− 7,27	5	− 5,03	10	− 1,41	12	+ 2,57	13	+ 5,78	8	+ 7,49	2	+ 7,11	5	6
7	4,56	10	0,75	14	2,92	13	6,17	7	7,69	2	7,22	5	4,93	10	1,29	13	2,70	12	5,86	8	7,51	2	7,06	5	7
8	4,46	11	0,61	13	3,05	12	6,24	8	7,71	1	7,17	5	4,83	11	1,16	13	2,82	12	5,94	8	7,53	1	7,01	5	8
9	4,35	11	0,48	13	3,17	12	6,32	8	7,72	2	7,12	6	4,72	10	1,03	13	2,94	12	6,02	8	7,54	2	6,96	5	9
10	4,24	12	0,35	14	3,29	12	6,40	7	7,74	1	7,06	5	4,62	11	0,90	13	3,06	12	6,10	8	7,56	1	6,91	6	10
11	+ 4,12	11	+ 0,21	13	− 3,41	12	− 6,47	8	− 7,75	1	− 7,01	6	− 4,51	10	− 0,77	13	+ 3,18	12	+ 6,18	8	+ 7,57	1	+ 6,85	6	11
12	4,01	11	+ 0,08	14	3,53	12	6,55	7	7,76	0	6,95	6	4,41	11	0,64	13	3,30	12	6,26	7	7,58	0	6,79	6	12
13	3,90	12	− 0,06	13	3,65	11	6,62	7	7,76	1	6,89	6	4,30	11	0,51	13	3,42	11	6,33	7	7,58	1	6,73	6	13
14	3,78	12	0,19	13	3,76	12	6,69	6	7,77	0	6,83	6	4,19	11	0,38	13	3,53	12	6,40	7	7,59	0	6,67	7	14
15	3,66	11	0,32	14	3,88	12	6,75	7	7,77	0	6,77	7	4,08	11	0,25	13	3,65	11	6,47	7	7,59	0	6,60	7	15
16	+ 3,55	12	− 0,46	13	− 4,00	11	− 6,82	6	− 7,77	0	− 6,70	7	− 3,97	12	− 0,12	13	+ 3,76	11	+ 6,54	7	+ 7,59	0	+ 6,53	6	16
17	3,43	12	0,59	13	4,11	11	6,88	6	7,77	1	6,63	7	3,85	11	+ 0,01	13	3,87	12	6,61	6	7,59	0	6,47	7	17
18	3,31	12	0,72	14	4,22	11	6,94	6	7,76	0	6,56	7	3,74	11	0,14	13	3,99	11	6,67	6	7,59	1	6,40	8	18
19	3,19	13	0,86	13	4,33	11	7,00	5	7,76	1	6,49	7	3,63	12	0,27	13	4,10	11	6,73	6	7,58	1	6,32	7	19
20	3,06	12	0,99	13	4,44	11	− 7,05	6	7,75	1	6,42	7	3,51	12	0,40	14	4,21	11	6,79	6	7,57	1	6,25	8	20
21	+ 2,94	12	− 1,12	13	− 4,55	11	− 7,11	5	− 7,74	2	− 6,35	8	− 3,39	11	+ 0,54	13	+ 4,32	10	+ 6,85	6	+ 7,56	2	+ 6,17	8	21
22	2,82	13	1,25	14	4,66	10	7,16	5	7,72	1	6,27	8	3,28	12	0,67	13	4,42	11	6,91	5	7,54	1	6,09	8	22
23	2,69	12	1,39	13	4,76	11	7,21	5	7,71	2	6,19	8	3,16	12	0,80	13	4,53	10	6,96	5	7,53	2	6,01	8	23
24	2,57	13	1,52	13	4,87	10	7,26	4	7,69	2	6,11	8	3,04	12	0,93	12	4,63	11	7,01	5	7,51	2	5,93	9	24
25	2,44	12	1,65	13	4,97	10	7,30	5	7,67	2	6,03	8	2,92	13	1,05	13	4,74	10	7,06	5	7,49	2	5,84	8	25
26	+ 2,32	13	− 1,78	13	− 5,07	10	− 7,35	4	− 7,65	3	− 5,95	9	− 2,79	12	+ 1,18	13	+ 4,84	10	+ 7,11	4	+ 7,47	3	+ 5,76	9	26
27	2,19	13	1,91	13	5,17	10	7,39	4	7,62	2	5,86	8	2,67	12	1,31	13	4,94	10	7,15	5	7,44	3	5,67	9	27
28	2,06	13	2,04	13	5,27	10	7,43	4	7,60	3	5,78	9	2,55	12	1,44	13	5,04	10	7,20	4	7,41	3	5,58	9	28
29	1,93	13	2,17		5,37	9	7,47	3	7,57	3	5,69	9	2,43	13	1,57	13	5,14	9	7,24	4	7,38	3	5,49	10	29
30	1,80	13			5,46	10	7,50	4	7,54	3	5,60	9	2,30	12	1,70	12	5,23	10	7,28	3	7,35	4	5,39	9	30
31	+ 1,67	13			− 5,56	9	− 7,54		− 7,51	4	− 5,51		− 2,18	13	+ 1,82	13	+ 5,33		+ 7,31	4	+ 7,31		+ 5,30	10	31
32	1,54				5,65				7,47				2,05		1,95				7,35				5,20		32

TAFEL V. Reduction des Beobachtungstages auf das Argument von Tafel IV.

1780	+ 1,87	1805	+ 1,46	1830	+ 1,05	1855	+ 0,64	1880	+ 0,23	1905	— 0,18
81	+ 2,61	06	+ 1,20	31	+ 0,79	56	+ 0,38	81	+ 0,98	06	— 0,43
82	+ 2,36	07	+ 0,95	32	+ 0,54	57	+ 1,13	82	+ 0,72	07	— 0,69
83	+ 2,10	08	+ 0,69	33	+ 1,28	58	+ 0,87	83	+ 0,46	08	— 0,95
84	+ 1,84	09	+ 1,43	34	+ 1,03	59	+ 0,62	84	+ 0,21	09	— 0,20
1785	+ 2,59	1810	+ 1,18	1835	+ 0,77	1860	+ 0,36	1885	+ 0,95	1910	— 0,46
86	+ 2,33	11	+ 0,92	36	+ 0,51	61	+ 1,10	86	+ 0,69	11	— 0,72
87	+ 2,07	12	+ 0,67	37	+ 1,26	62	+ 0,85	87	+ 0,44	12	— 0,97
88	+ 1,82	13	+ 1,41	38	+ 1,00	63	+ 0,59	88	+ 0,18	13	— 0,23
89	+ 2,56	14	+ 1,15	39	+ 0,74	64	+ 0,33	89	+ 0,92	14	— 0,48
1790	+ 2,31	1815	+ 0,90	1840	+ 0,49	1865	+ 1,08	1890	+ 0,67	1915	— 0,74
91	+ 2,05	16	+ 0,64	41	+ 1,23	66	+ 0,82	91	+ 0,41	16	— 1,00
92	+ 1,79	17	+ 1,38	42	+ 0,97	67	+ 0,56	92	+ 0,16	17	— 0,25
93	+ 2,53	18	+ 1,13	43	+ 0,72	68	+ 0,31	93	+ 0,90	18	— 0,51
94	+ 2,28	19	+ 0,87	44	+ 0,46	69	+ 1,05	94	+ 0,64	19	— 0,77
1795	+ 2,02	1820	+ 0,61	1845	+ 1,20	1870	+ 0,80	1895	+ 0,39	1920	— 1,02
96	+ 1,77	21	+ 1,36	46	+ 0,95	71	+ 0,54	96	+ 0,13	21	— 0,28
97	+ 2,51	22	+ 1,10	47	+ 0,69	72	+ 0,28	97	+ 0,87	22	— 0,54
98	+ 2,25	23	+ 0,85	48	+ 0,44	73	+ 1,03	98	+ 0,62	23	— 0,79
99	+ 2,00	24	+ 0,59	49	+ 1,18	74	+ 0,77	99	+ 0,36	24	— 1,05
1800	+ 1,74	1825	+ 1,33	1850	+ 0,92	1875	+ 0,51	1900	+ 0,10	1925	— 0,30
01	+ 1,49	26	+ 1,08	51	+ 0,67	76	+ 0,26	01	— 0,15	26	— 0,56
02	+ 1,23	27	+ 0,82	52	+ 0,41	77	+ 1,00	02	— 0,41	27	— 0,82
03	+ 0,97	28	+ 0,56	53	+ 1,15	78	+ 0,74	03	— 0,56	28	— 1,07
04	+ 0,72	29	+ 1,31	54	+ 0,90	79	+ 0,49	04	— 0,92	29	— 0,33

ERLÄUTERUNGEN ZU DEN TAFELN.

Wenn die Grösse Algols abgeleitet ist aus einer Vergleichung mit einem der in der obersten Zeile der Tafel I genannten Sterne, muss man sie, um sie von dem Einflusse der Extinction zu befreien, um den Betrag vermehren, der in der Tafel unter diesem Stern steht. Diese Correction ist in Tausendsteln einer Grössenklasse als Einheit ausgedrückt. Wenn eine Scala benutzt wird, wo der grössten Helligkeit auch die grösste Zahl entspricht, muss das Zeichen der Correction umgekehrt werden. In der letzten Spalte ist der Betrag der Extinction für Algol selbst enthalten. Der Tafel gilt für Örter von 52° Breite, ohne grossen Fehler auch für Örter, deren Breite um ein paar Grad davon abweicht.

Das Argument der Tafel, die Sternzeit, wird erhalten, wenn man die mittlere Zeit der Beobachtung vermehrt um den beiden Beträge, die durch die Tafeln II und III gegeben werden. In Tafel II, wo der Tafelwert in Stunden und Minuten ausgedrückt ist, muss interpoliert werden mit der Greenwicher Zeit der Beobachtung, in Decimalen des Tages ausgedrückt, als Argument. Die in Minuten ausgedrückte Correction in Tafel III ist für jedes Jahr constant; in Schaltjahren hat man zwei Correctionen, von denen die erste für Januar und Februar, die zweite für die übrigen Monate gilt.

Tafel IV giebt die Reduction auf die Sonne in Minuten, die an jeder beobachteten Minimumzeit angebracht werden muss, um sie von dem Einflusse der Lichtgleichung zu befreien. Für Vorausberechnung der Minimumzeiten nach einer Formel muss sie mit umgekehrtem Zeichen angebracht werden.

Das Argument dieser Tafel wird erhalten, wenn man die mittlere Greenwicher Zeit des Minimums in Decimalen des Tages verwandelt, und dazu den in Tafel V für jedes Jahr gegebenen Betrag, der auch in Tagen ausgedrückt ist, addiert. Für Schaltjahre muss der Tafelwert in V in den Monaten März—December um + 1 Tag vermehrt werden.

ANHANG II.

Die einzelnen Beobachtungen.

(Hinter jedem Tage wird die berechnete Epoche des Minimums in mittlerer Ortszeit gegeben. Die erste Columne giebt die Phase, die zweite die Helligkeit, die dritte das Gewicht.)

Beobachtungen von J. Plassmann.

1888 Sept. 14 ($11^h 14^m,2$)		
$-2^h 22^m$	14,1	2
10	12,6	2
0	12,3	2
−1 47	10,8	3
34	10,3	3
22	9,3	2
9	8,3	2
−0 57	7,6	3
45	7,4	3
33	7,1	2
13	7,0	3
+0 2	6,2	1
20	6,6	1
36	5,5	1
57	7,7	2
+1 9	8,1	2
19	8,8	1
1888 Sept. 17 ($8^h 2^m,8$)		
+0 10	6,0	2
22	6,0	2
32	6,4	1
44	6,4	1
+1 0	7,3	2
11	7,9	2
24	8,6	2
40	10,6	3
53	10,7	3
+2 20	12,9	2
32	14,5	3
47	14,9	3
+3 2	15,5	4
31	15,9	4
46	16,4	3
1888 Sept. 20 ($4^h 51^m,3$)		
+2 52	15,6	2
+3 6	15,3	2
22	15,3	1
43	15,6	2
+4 2	15,9	1
1888 Oct. 7 ($9^h 42^m,9$)		
−2 24	14,6	3
10	13,0	2
−1 59	12,4	2
46	10,2	3
$-1^h 30^m$	10,7	3
19	10,1	3
5	8,2	3
−0 51	6,7	3
32	6,7	3
17	5,0	3
2	4,6	3
+0 13	6,0	3
28	5,3	3
43	6,7	2
58	7,2	3
+1 13	7,8	3
28	7,8	2
43	7,8	3
+2 7	10,1	3
32	12,7	4
51	14,2	3
+3 28	16,0	4
56	15,0	3
1888 Dec. 12 ($8^h 26^m,3$)		
−2 5	13,2	3
−1 53	11,4	3
37	10,0	3
24	7,8	3
12	7,8	3
−0 39	5,2	2
24	4,4	1
8	2,7	1
+0 6	4,4	1
21	4,4	1
35	5,2	2
50	5,6	1
+1 7	5,6	1
23	7,1	2
37	7,1	2
55	10,5	2
+2 10	12,8	3
23	14,0	3
39	14,6	3
51	14.1	2
+3 8	15,5	3
23	15,9	3
1889 März 5 ($12^h 13^m,4$)		
−4 22	17,1	2
11	17,1	2
1	17,4	2
−3 52	17,0	2
$-3^h 42^m$	16,8	3
31	16,3	3
21	15,2	3
11	16,1	2
2	14,9	3
−2 50	14,9	3
42	14,4	3
31	13,6	1
21	13,4	3
12	12,5	3
1	11,4	3
−1 51	11,3	2
40	11,2	3
31	11,2	2
21	9,8	2
11	9,4	2
1	7,4	2
−0 51	6,8	1
31	5,6	1
21	6,0	1
1889 Nov. 18 ($13^h 23^m,0$)		
−4 3	17,3	1
−3 52	14,9	1
43	15,2	3
32	15,2	3
21	14,9	3
12	14,6	3
1	15,6	3
−2 52	14,2	3
42	13,7	3
31	13,5	3
22	12,7	3
12	11,5	3
2	10,5	3
−1 52	10,0	3
42	10,0	3
32	9,7	3
22	9,3	3
13	8,8	3
3	8,9	2
−0 52	8,4	2
42	7,5	3
32	6,2	4
22	6,8	4
13	6,5	4
2	6,4	4
+0 8	6,4	4
18	7.5	3
$+0^h 28^m$	8,5	2
40	8,5	2
54	9,0	2
1889 Nov. 21 ($10^h 11^m,8$)		
−4 8	16,9	3
−3 49	15,6	3
36	16,0	3
24	15,8	3
15	15,1	3
6	14,0	2
−2 54	12,8	3
46	12,7	3
34	12,4	3
24	11,4	2
13	10,7	3
4	10,5	3
−1 55	10,5	2
43	9,3	3
32	9,3	3
23	8,7	3
12	8,4	3
2	7,4	3
−0 54	6,7	4
38	5,9	3
31	5,7	3
20	5,5	3
12	5,1	3
2	5,7	3
+0 10	6,2	4
16	6,4	4
26	6,6	4
38	6,6	4
50	7,6	3
+1 2	7,9	3
11	8,6	3
24	9,3	3
32	9,5	3
42	10,9	1
52	11,4	1
+2 8	12,3	3
1889 Nov. 24 ($7^h 0^m,8$)		
−0 32	7,1	3
+0 28	7,1	3
1889 Dec. 14 ($8^h 43^m,8$)		
−0 51	7,1	2
38	7,3	3

$-0^h\ 19^m$	6,7	4
8	5,7	3
+0 5	6,3	4
16	6,3	4
42	7,5	3
56	8,1	3
+1 10	8,4	4
20	9,0	3
32	9,8	4
42	11,1	3
57	11,9	3

1890 Jan. 29 ($5^h\ 50^m$,7)

+3 22	17,0	3
+4 4	17,8	3
24	18,1	3

1890 Febr. 12 ($13^h\ 56^m$,7)

−4 27	17,7	4
14	17,7	4
2	17,8	4
−3 48	16,2	4
34	16,3	4
22	15,7	4
4	15,7	4
−2 52	14,4	4
42	13,9	4
32	13,3	4
21	12,7	3
10	11,9	3
−1 56	10,8	3
46	10,8	3
29	9,6	3
19	8,9	2
9	8,7	1
−0 59	8,4	1
49	7,2	1

1890 Febr. 18 ($7^h\ 35^m$,7)

−0 50	6,0	2
40	6,0	2
29	6,4	2
18	5,3	3
+0 2	6,4	3
11	6,5	3
35	7,1	3
54	7,5	3
+1 2	8,0	3
20	8,6	3
37	9,5	3
57	10,3	3
+2 8	11,2	3
33	12,4	3
54	15,8	4

$+3^h\ 18^m$	15,9	4
47	17,1	3
+4 3	16,9	3
15	18,1	3

1890 Sept. 15 ($15^h\ 0^m$,1)

−3 13	18,0	4
3	17,5	3
−2 55	17,5	4
47	16,9	4

1890 Sept. 18 ($11^h\ 48^m$,6)

−2 27	17,2	3
−1 17	6,2	1
2	7,1	2
−0 25	5,9	2

1890 Oct. 8 ($13^h\ 29^m$,0)

−3 37	16,2	4
29	16,8	4
14	17,3	3
3	15,1	4
−2 55	13,4	2
43	13,0	3
34	13,1	3
24	12,7	2
12	11,4	3
1	11,2	4
−1 50	10,5	4
37	10,4	4
26	10,1	4
16	9,8	4
6	9,2	4
−0 56	9,0	4
45	8,1	4
30	7,1	4
20	7,2	4
11	6,9	4
+0 2	7,2	4
12	6,6	3
23	6,6	3
33	7,5	4
42	7,2	4
52	7,9	4
+1 1	8,5	4
12	8,9	3

1890 Oct. 11 ($10^h\ 17^m$,5)

−1 35	8,6	3

1890 Oct. 14 ($7^h\ 6^m$,2)

−0 36	6,8	1
27	7,7	3
15	7,0	3

$-0^h\ 6^m$	6,9	3
+0 4	6,6	3
14	7,4	3
23	6,9	4
37	7,3	4
50	7,5	3
+1 34	11,5	4
57	11,6	4
+2 9	12,7	4
28	14,2	4
43	14,9	4
+3 7	16,2	4
17	16,7	4
32	17,5	4
42	17,7	4
52	17,8	4

1890 Oct. 17 ($3^h\ 54^m$,9)

+5 20	18,3	3
32	19,3	3
46	18,7	4

1890 Nov. 3 ($8^h\ 47^m$,3)

−0 11	5,1	2
2	6,0	2

1890 Nov. 9 ($2^h\ 25^m$,1)

+4 5	18,6	3
16	18,7	3
45	18,2	3
−5 7	18,0	2
23	18,3	2
43	18,4	1

1890 Dec. 10 ($15^h\ 22^m$)

−5 49	18,4	2
36	18,3	2
18	19,1	2

1890 Dec. 13 ($12^h\ 12^m$,5)

−5 39	19,6	3
22	19,0	3
4	18,0	4
−4 44	18,7	4
28	18,2	4
11	17,6	3
−3 30	16,1	2
18	16,1	2
6	15,2	2
−2 40	15,6	3
7	12,1	4
−1 41	10,7	4
7	8,1	4
−0 27	5,1	4

$-0^h\ 3^m$	4,9	3
+0 23	5,8	3
+1 2	6,4	4
18	8,9	3

1890 Dec. 16 ($9^h\ 1^m$5)

−3 44	17,2	3
33	16,8	3
19	16,2	3
9	15,5	4
−2 56	15,1	3
46	14,8	3
28	13,8	3
16	12,3	4
7	11,5	3
−1 52	11,8	3
42	10,1	4
33	8,8	3
21	7,9	4
5	6,8	4
−0 50	6,4	3
35	5,0	3
20	5,4	4
9	5,1	3
+0 1	6,0	4
18	5,2	3
32	6,7	4
48	6,9	4
+1 0	7,6	3
25	10,2	3
44	12,0	3
+2 2	11,8	3

1891 Febr. 26 ($1^h\ 31^m$)

+5 37	18,9	3

1891 März 12 ($9^h\ 38^m$,2)

−1 25	10,4	3
15	9,6	3
6	8,8	2
−0 56	5,4	1
44	4,5	1

1891 Oct. 30 ($15^h\ 28^m$)

−5 25	18,1	2

1891 Nov. 2 ($12^h\ 16^m$,5)

−5 15	18,1	3
2	18,1	3
−4 51	18,1	3
26	18,2	3
−3 19	17,0	4
8	16,6	4
−2 54	15,1	3

— 2^h 39^m	15,8	4
23	14,5	3
11	13,2	4
1	11,4	4
— 1 43	11,3	3
27	10,7	4
13	10,1	4
— 0 59	8,6	3
45	7,2	3
30	7,2	3
15	5,9	3
0	6,8	3
+ 0 16	6,2	3
31	7,3	3
44	8,5	3
+ 1 1	7,9	3
1891 Nov. 5 (9^h 5^m,3)		
— 2 21	11,5	4
10	11,8	4
— 1 59	11,2	4
44	10,0	4
30	9,8	4
11	8,8	3
— 0 58	8,1	3
48	7,6	3
36	6,7	3
27	6,7	3
6	6,5	3
+ 0 3	6,5	2
18	7,3	2
29	7,6	3
41	7,6	3
+ 1 0	8,1	3
9	8,2	3
24	8,6	4
42	10,1	4
1891 Nov. 8 (5^h 54^m,0)		
+ 0 18	8,6	3
33	6,2	3
47	7,6	3
+ 1 1	9,2	4
1891 Nov. 28 (7^h 36^m,4)		
— 2 14	13,0	3
4	12,0	2
— 1 53	11,6	2
43	11,3	2
30	10,6	3
18	10,0	4
6	8,8	4
— 0 55	8,3	4
42	7,5	4

— 0^h 31^m	7,6	3
20	6,7	2
+ 0 24	7,1	3
35	7,4	3
55	7,6	3
+ 1 6	7,6	3
20	8,2	3
38	9,3	4
51	9,7	4
+ 2 9	11,8	4
29	12,7	4
50	14,0	2
+ 3 7	14,2	3
22	16,3	3
36	17,0	3
1891 Dec. 21 (6^h 8^m,7)		
— 0 34	6,7	4
25	6,9	3
14	6,7	4
4	7,0	3
+ 0 13	6,5	4
25	8,1	4
41	8,1	4
+ 1 18	9,5	3
26	11,4	1
+ 2 11	10,3	3
32	13,3	2
+ 3 18	16,0	3
1891 Dec. 24 (2^h 57^m,8)		
+ 3 35	17,6	3
50	16,9	3
+ 4 2	17,0	4
11	18,1	3
22	18,2	3
+ 5 28	19,7	3
42	19,3	2
1892 Febr. 16 (14^h 33^m,0)		
— 5 39	18,0	3
1892 Nov. 26 (11^h 5^m,9)		
— 5 18	18,3	3
— 4 0	18,3	3
— 3 40	17,9	4
29	17,5	3
1892 Dec. 25 (3^h 16^m,5)		
+ 2 47	12,2	3
+ 3 2	14,0	3
10	14,6	3

1893 Febr. 6 (3^h 34^m,8)		
+ 2^h 52^m	14,5	4
+ 3 3	16,2	4
13	15,4	4
21	16,4	4
35	16,8	4
49	16,4	4
+ 4 52	17,7	4
+ 5 1	17,3	4
1893 März 12 (13^h 26^m)		
— 5 27	17,6	3
16	17,6	3
5	18,2	3
— 4 43	17,0	3
1893 Aug. 31 (14^h 16^m)		
— 5 45	17,8	1
30	18,2	1
18	17,2	1
1893 Oct. 13 (14^h 5^m)		
— 5 52	18,2	3
1893 Nov. 5 (12^h 54^m,0)		
— 4 53	17,5	4
21	15,1	1
6	17,9	4
— 3 51	17,5	4
14	17,0	4
— 2 58	17,3	4
42	16,6	4
— 1 59	15,7	4
1893 Nov. 8 (9^h 42^m8)		
— 2 50	17,6	4
33	16,1	4
20	13,4	3
— 1 7	7,1	3
— 0 49	7,1	3
29	7,1	3
7	7,1	2
+ 0 23	6,8	3
52	6,9	3
+ 1 22	8,2	4
36	9,3	4
48	10,8	4
1893 Nov. 11 (6^h 31^m6)		
— 0 44	7,1	2
24	7,1	3
13	7,1	3
2	6,6	3

+ 0^h 22^m	6,7	4
36	6,8	4
51	7,0	4
+ 1 7	9,2	4
35	9,1	4
48	9,7	4
+ 2 1	11,2	4
16	13,3	3
1894 Jan. 13 (8^h 31^m,2)		
+ 0 39	8,4	2
57	7,6	2
+ 1 24	10,6	3
1894 Febr. 8 (3^h 54^m,5)		
+ 2 54	15,1	4
+ 3 4	16,5	3
40	17,3	4
54	16,5	4
1894 März 23 (4^h 13^m,5)		
+ 4 21	18,7	3
32	18,0	3
1894 Oct. 4 (3^h 29^m,1)		
+ 4 22	17,1	3
38	18,7	4
47	18,1	4
58	18,1	4
+ 5 8	18,2	3
26	18,3	3
53	18,5	3
1894 Nov. 19 (0^h 30^m)		
+ 5 39	19,4	3
51	18,9	2
1895 Jan. 18 (5^h 40^m,9)		
+ 0 24	8,5	4
37	6,9	3
49	7,2	3
59	7,3	2
+ 1 12	8,4	3
24	9,8	4
+ 3 1	14,6	3
11	14,0	3
1895 Apr. 11 (9^h 29^m,3)		
— 1 4	7,9	3
— 0 48	8,9	3
33	9,0	3
17	7,4	2
2	8,2	2

1895 Aug. 18 ($10^h\,4^m$,1)

$+0^h\,11^m$	5,7	2
19	3,8	2
37	4,9	2
50	5,4	2
+1 5	7,7	3
21	9,4	3
31	9,3	3
40	9,9	4

1895 Aug. 21 ($6^h\,52^m$,7)

+4 26	18,9	3
33	18,1	4
40	18,8	4

1895 Sept. 10 ($8^h\,32^m$,6)

−0 41	8,0	2
33	7,0	1
+0 37	5,8	1
+1 6	8,9	3
29	8,8	4
41	11,0	3

1895 Sept. 24 ($16^h\,35^m$,7)

−5 0	18,7	3
−4 48	18,8	3

1895 Sept. 27 ($12^h\,57^m$)

−5 12	19,5	3

1895 Sept. 30 ($9^h\,46^m$)

+5 37	16,8	4
57	18,2	4

1895 Nov. 18 ($4^h\,1^m$,6)

+1 21	5,6	1
32	7,8	2
43	8,2	4
54	10,2	4
+2 6	10,3	4
18	12,7	3
28	12,5	3
48	14,0	3
54	15,5	4
+3 30	16,5	4

1895 Nov. 21 ($0^h\,50^m$,9)

+4 42	19,9	3
+5 1	20,0	3
+5 17	19,4	2

1895 Nov. 26 ($18^h\,28^m$,5)

$-0^h\,58^m$	11,5	3
45	9,4	3
34	6,6	1
25	6,9	1
18	6,4	1

1896 Jan. 20 ($6^h\,2^m$,8)

−0 7	3,2	1
+0 3	4,9	2
13	4,8	3
24	6,3	2
+1 6	6,9	3
43	9,6	3
56	10,4	3
+2 11	12,9	4
30	12,5	3
52	14,7	3
+3 9	15,2	3
20	15,3	4

1896 Jan. 23 ($2^h\,51^m$,8)

+2 58	14,8	3
+3 10	16,3	3
24	16,6	3
49	17,5	2

1896 Febr. 3 ($13^h\,43^m$)

−4 41	19,9	2

1896 März 20 ($11^h\,17^m$,7)

−3 10	17,5	3
−2 56	17,0	3
48	14,9	3
34	14,9	3
20	14,7	1
6	12,8	3
−1 55	12,2	2
42	11,1	3
31	9,9	3
20	9,7	2
9	6,4	1
−0 17	6,2	1

1896 Sept. 8 ($12^h\,6^m$,2)

−3 12	15,3	3
−2 59	15,5	2
42	13,3	3
$-2^h\,27^m$	12,2	3
12	12,4	4
−1 59	11,4	3
45	10,4	4
27	9,1	3
10	8,0	3
−0 55	7,6	3
36	6,8	3
17	7,4	3
+0 3	6,4	2
18	7,3	3

1896 Oct. 1 ($10^h\,35^m$,1)

−2 4	14,7	3
−1 54	13,2	2
46	11,1	4
29	9,3	3
15	8,4	4
3	8,0	2
−0 46	7,6	3
+0 1	7,7	3
12	8,2	3
22	8,2	3

1897 Jan. 1 ($4^h\,41^m$,0)

+1 0	2,4	2
21	10,4	3
+2 43	13,8	3
+3 14	14,8	2
30	17,4	3

1897 März 5 ($6^h\,44^m$,9)

+1 46	11,2	3
26	12,0	3
34	12,5	3
53	13,5	2
+2 22	14,0	3

1897 Juli 29 ($12^h\,20^m$,8)

+0 24	7,6	3
36	6,8	3
45	8,2	3
53	8,6	3
+1 3	7,7	3
10	8,4	3

1897 Aug. 4 ($5^h\,57^m$,9)

+4 10	16,9	1
22	17,0	1
38	17,2	1

1897 Oct. 26 ($9^h\,28^m$,4)

$-3^h\,45^m$	15,0	2
33	13,5	2
20	15,2	3
15	15,6	3
−1 43	10,0	3
33	10,3	4
19	9,9	3
4	8,2	3
−0 51	8,3	3
37	8,0	3
24	6,6	3
3	7,7	2
+0 11	7,1	2
31	6,9	3
56	8,9	3
+1 13	8,7	3
26	9,6	3
35	11,0	3

1897 Oct. 29 ($6^h\,17^m$,1)

−0 37	5,7	2
26	6,6	2
15	7,0	2
6	6,1	3
+0 9	3,6	2
24	4,8	2
39	6,7	1
53	8,8	2
+1 13	7,6	3
33	9,0	3
52	10,5	3
+2 12	12,7	2
34	14,6	3
56	15,1	2
+3 12	16,6	2
26	16,3	3

1897 Nov. 15 ($11^h\,20^m$.4)

−1 48	9,4	3
36	10,9	3
21	9,9	3
9	8,8	2
−0 59	7,5	2

Beobachtungen von A. Pannekoek.

1891 Oct. 7 ($16^h 45^m,2$)

— 4^h	4^m	11,3

1891 Oct. 16 ($7^h 11^m,3$)

+ 1	39	4,6
	59	5,7

1891 Nov. 2 ($12^h 3^m,7$)

— 2	6	6,0
— 1	56	6,2
	33	4,9
	2	3,5
— 0	37	2,9
	27	2,8
	4	2,4
+ 0	11	1,6
	44	1,9
+ 1	9	2,8
	36	4,6
	49	5,1

1891 Nov. 5 ($8^h 52^m,5$)

— 2	7	6,0
— 1	32	5,1
	21	4,3
	5	3,8
— 0	53	3,3
	52	3,0
	36	3,0
	17	2,5
	16	2,3
+ 0	11	1,3
	34	1,2
	35	1,2
+ 1	1	2,6
	40	4,6
	54	4,9

1891 Dec. 21 ($5^h 56^m,1$)

+ 0	49	1,7
+ 1	20	3,6
	38	4,8
+ 2	4	6,8
	33	7,8

1892 Jan. 7 ($10^h 51^m,0$)

— 3	56	11,8
	16	11,0

1892 Jan. 24 ($15^h 30^m$)

— 5^h	15^m	12,5

1892 Sept. 18 ($15^h 23^m,1$)

— 4	18	13,1
— 3	28	12,4
— 2	35	10,4
	14	9,1
— 1	59	9,3
	33	6,7
	23	5,3

1892 Sept. 24 ($9^h 0^m,3$)

+ 1	47	4,5
+ 2	6	6,6
	19	6,8
+ 4	16	10,9

1892 Nov. 3 ($12^h 22^m,1$)

— 1	58	6,1
	38	5,2
— 0	48	2,9
	33	2,9
+ 0	4	1,6
	46	2,8
+ 1	0	2,9
	29	3,9

1892 Dec. 22 ($6^h 14^m,7$)

+ 4	31	12,6

1892 Dec. 25 ($3^h 4^m,0$)

+ 2	52	10,7
+ 3	15	10,7
+ 4	17	11,8
+ 5	54	11,8

1893 Jan. 28 ($12^h 54^m,6$)

— 5	15	11,8
— 2	9	7,5
— 1	52	6,5

1893 Febr. 6 ($3^h 22^m,3$)

+ 3	18	10,8
	46	11,4
+ 4	36	12,4

1893 Febr. 20 ($11^h 28^m,7$)

— 2	59	7,8

1893 März 12 ($13^h 34^m$)

— 5^h	34^m	12,5

1893 Oct. 10 ($17^h 22^m,6$)

— 4	16	11,8

1893 Nov. 8 ($9^h 30^m,2$)

— 0	51	3,0
	40	3,0
	16	2,7
	3	2,7
+ 0	16	2,1
	35	2,0
	53	2,2
+ 1	10	2,6
	31	3,7
	48	5,5
	57	6,1
+ 2	16	7,0
	43	7,2
	52	8,0
+ 3	11	8,4
	53	10,2
+ 4	33	10,6
	46	11,1

1893 Nov. 11 ($6^h 19^m,0$)

— 0	24	2,6
	4	2,6
+ 0	19	2,3
	38	2,4
	52	2,3
+ 1	16	2,8
	42	4,2
	43	5,2
+ 2	18	7,1
	47	8,0
+ 3	17	9,3
	43	10,0
+ 4	39	11,6
+ 5	21	12,1

1894 Jan. 13 ($8^h 18^m,6$)

— 0	41	3,3
	26	2,9
	2	2,5
+ 0	1	2,3
	21	1,4
	24	1,7
+ 3^h	1^m	10,6

1894 Febr. 8 ($3^h 42^m,1$)

+ 3	34	11,6

1894 Sept. 5 ($11^h 10^m,5$)

+ 1	1	2,6
	7	2,8
	18	2,8
	28	3,3
	34	3,3
	49	4,2
	55	6,3
+ 2	1	7,0
	14	7,5
	24	7,6
	33	7,6
	42	8,9
	56	9,1
+ 3	8	9,8

1894 Sept. 28 ($9^h 39^m,2$)

— 1	42	4,1
	34	3,3
	32	3,7
	28	3,6
	22	3,6
	18	3,2
	13	3,0

1894 Nov. 16 ($3^h 28^m,2$)

+ 3	14	12,8
+ 5	32	12,0

1894 Dec. 3 ($8^h 22^m,1$)

— 1	56	6,9
	34	5,8
	8	4,2
— 0	46	3,6
	29	2,9
+ 0	2	1,6
	35	1,8
+ 1	4	2,9
	31	4,2
	48	5,3
+ 2	10	6,5
	25	7,2
+ 3	7	8,3
+ 4	20	11,3

1895 Febr. 4 ($10^h 24^m$,1)

$-0^h 21^m$	3,2
1	2,7

1895 Sept. 24 ($16^h 23^m$,0)

— 4 21	12,5
— 3 58	12,2

1895 Sept. 27 ($13^h 11^m$,7)

— 1 15	3,6
10	3,6
1	3,4
— 0 54	3,2
49	3,1
39	2,7
29	2,5
23	2,6
12	2,4
5	2,2
+ 0 2	2,3
11	2,2
18	2,5
26	2,6
32	2,6
42	2,6
48	2,8
59	2,9
+ 1 7	3,2
16	3,4
24	3,4
35	3,8
43	4,3
48	5,3
53	5,3
+ 2 0	6,0
7	6,5
11	6,9
18	7,1
19	7,9

1895 Sept. 30 ($10^h 0^m$,4)

— 1 43	6,4
34	6,0
28	5,5
19	5,1
11	4,6
1	4,8
— 0 54	3,7
50	3,8
44	3,6
35	3,4
30	3,2
25	2,9
$-0^h 17^m$	2,7
9	2,6
+ 0 1	2,3
7	2,2
16	2,2
20	2,4
29	2,3
37	2,4
43	2,6
50	2,8
55	2,8
+ 1 1	3,2
2	3,5
9	3,6
10	3,2
16	3,9
17	3,4
23	4,1
24	3,9
33	4,8
38	4,8
44	6,0
54	6,5
+ 2 0	6,8
5	7,1
11	7,2
15	7,5
28	8,3
35	8,4
41	8,7

1895 Oct. 17 ($14^h 52^m$,4)

— 1 58	6,9
53	6,7
43	6,2
37	5,3
32	5,3
22	4,7
16	4,7
9	4,4
4	4,4
— 0 58	3,8
54	3,8
50	3,5
41	3,3
34	2,9
28	3,0
19	2,8
8	2,6
4	2,3
+ 0 1	2,6
9	2,5
15	2,8
23	2,7
$+0^h 26^m$	2,9
32	2,9
44	3,2
49	3,4
54	3,5
+ 1 0	3,9
9	4,4

1895 Nov. 6 ($16^h 34^m$,6)

— 5 27	11,7
19	11,8
6	11,6

1895 Nov. 9 ($13^h 22^m$,8)

— 3 58	11,3
41	11,4
35	11,3
27	10,9
20	10,9
6	10,1
0	10,2

1895 Nov. 12 ($10^h 11^m$,6)

— 1 37	5,9
29	5,5
— 0 58	2,9
54	2,9
45	2,7
39	2,7
31	2,3
28	2,2
11	1,3
9	1,6

1895 Nov. 18 ($3^h 49^m$,5)

+ 3 32	12.3
38	12,4
43	12,3
+ 4 20	12,5

1895 Nov. 26 ($18^h 16^m$,3)

— 5 24	11,9
— 4 43	11,6
32	11,3

1895 Dec. 22 ($13^h 38^m$,1)

— 1 27	6,0
19	5,9
14	5,7

1896 Jan. 23 ($2^h 39^m$,6)

+ 3 17	10,4
23	10,3
32	10,3
$+3^h 37^m$	10,7
43	10,5

1897 Jan. 1 ($4^h 28^m$,4)

+ 2 38	9,9

1897 Sept. 27 ($17^h 10^m$)

— 4 50	13,3

1897 Dec. 2 ($15^h 51^m$,8)

— 5 58	12,4
37	12,0
16	12,0
0	11,5
— 4 52	11,5
45	11,6
30	11,6
22	11,4
2	11,4
— 3 44	11,1
34	10,8
28	10,3
22	10,5
16	10,2
2	10,2
— 2 54	10,0
48	9,7
37	8,8
35	8,9
30	8,9
15	8,6
12	8,3
6	7,1
— 1 58	7,1
55	6,6
50	6,4
41	5,8
36	6,0
28	5,5
17	4,9
12	4,9
8	4,7
6	4,8
2	4,3
— 0 58	4,2
53	3,8
40	3,5
34	3,5
29	3,5
21	3,6

1897 Dec. 25 ($14^h 24^m$,9)

— 3 59	11,4
50	11,1

$-3^h 39^m$	11,2
29	10,9
16	10,2
9	10,3
-2 49	9,5
35	8,9
17	7,4
11	7,5
-1 58	6,2
55	6,1
48	5,9
40	5,8
29	5,4
21	5,2
10	4,7
1	4,2
-0 51	3,8
48	3,4
43	3,5
35	3,2
33	3,4
21	3,6
11	3,6
9	3,0
$+0$ 1	3,6
4	3,7
7	3,8

1898 Jan. 23 ($6^h 37^m$,4)

$+1$ 3	2,5
4	2,3
18	3,4
23	3,5
28	4,0
35	4,4
49	6,0
56	6,0
59	6,5

1898 Sept. 15 ($9^h 29^m$,9)

$+0$ 37	2,9
45	3,1
52	3,4
$+0^h 54^m$	3,7
58	3,4
59	4,4
$+1$ 5	3,8
7	5,1
13	5,8
14	5,3
22	6,1
24	5,7
29	6,0
31	6,6
40	6,7
42	6,6
48	7,2
50	7,0
53	7,3
$+2$ 20	9,9
22	9,8
33	10,3
35	10,1
42	10,4
50	10,5
56	10,5
$+3$ 5	10,9
11	11,1
13	11,0
24	11,3
$+4$ 5	11,8
12	11,7
57	11,9
$+5$ 24	12,2
26	12,5
48	12,6

1898 Sept. 26 ($20^h 46^m$)

-5 5	12,5

1898 Oct. 8 ($7^h 59^m$,1)

$+1$ 0	3,1
5	3,1
8	3,7
11	3,5
14	3,7
$+1^h 21^m$	3,8
24	3,8
26	4,8
28	5,0
31	4,4
36	5,4
37	5,5
40	5,8
47	5,5

1898 Nov. 14 ($14^h 33^m$,8)

-4 51	13,0
42	12,8
36	12,6
30	12,8
21	12,2
16	12,5
15	12,5
11	11,7
8	11,5
1	11,5
-3 55	11,7
50	11,4

1898 Nov. 17 ($11^h 22^m$,7)

-1 58	5,4
54	5,1
51	5,1
50	5,3
45	5,1
49	4,9
35	4,8
34	4,8
30	4,4
28	4,8
25	4,5
14	4,2
10	3,7
8	3,6
6	3,7
1	3,6
-0 56	3,3
54	3,2
$-0^h 51^m$	2,9
47	2,9
41	2,5
39	2,5
$+0$ 5	2,2
8	2,3
14	1,8
18	2,2

1898 Dec. 7 ($13^h 5^m$,9)

-3 37	11,3
31	11,0
22	10,7
19	10,8
16	10,0

1898 Dec. 13 ($6^h 44^m$,2)

$+0$ 42	2,9
47	2,6
51	3,3
54	3,3
57	3,1
$+1$ 1	3,4
3	3,3
20	3,7
21	3,6
24	3,8
31	4,2
33	4,4

1898 Dec. 30 ($11^h 39^m$,1)

-5 51	12,1
47	11,9
40	11,7
32	11,7
16	11,3
12	11,2

1899 Jan. 5 ($5^h 20^m$)

$+5$ 42	12,2

Beobachtungen von F. W. A. Argelander.

1840 Sept. 1 ($14^h 6^m,7$)		
$-1^h\ 4^m$	1,8	1
$-0\ 12$	0,8	1
$+0\ 25$	1,0	1
28	1,6	1
31	3,0	1
39	4,1	1
1840 Sept. 27 ($9^h 24^m,0$)		
$-1\ 3$	2,4	1
$+3\ 8$	13,0	1
1840 Oct. 17 ($11^h 4^m,7$)		
$-0\ 7$	2,2	1
3	1,1	1
$+0\ 3$	1,7	1
6	2,8	1
9	2,7	2
12	3,1	2
19	3,8	2
24	3,8	2
29	3,6	1/2
1840 Dec. 19 ($13^h 1^m,3$)		
$-1\ 23$	6,1	2
5	3,1	1
$-0\ 55$	3,4	2
36	3,2	1
19	2,3	1
$+0\ 51$	3,3	1
$+1\ 8$	3,5	1
1840 Dec. 22 ($9^h 50^m,4$)		
$-4\ 36$	13,2	1
8	11,8	2
$-3\ 8$	10,4	3
$-2\ 18$	8,4	2
$-1\ 2$	4,2	2
$-0\ 12$	2,3	1
6	1,5	1
2	2,9	1
$+0\ 3$	2,6	1
9	2,0	1
12	1,7	1
17	1,8	1
20	1,4	1
23	1,8	1
25	1,7	1
$+0^h 29^m$	1,8	1
30	1,7	1
38	2,3	1
40	2,5	1
42	3,0	1
43	3,4	1
47	3,3	1
50	3,2	2
58	4,1	2
$+1\ 4$	4,0	1
43	8,7	1
1840 Dec. 25 ($6^h 39^m,5$)		
$-1\ 24$	4,4	2
11	3,9	2
6	3,9	2
$-0\ 59$	3,9	2
54	2,8	2
49	3,3	2
47	2,8	2
43	2,8	2
40	1,8	1/2
37	2,9	1/2
37	1,8	1/2
34	1,8	1/2
33	1,8	1/2
30	0,7	1/2
29	1,8	1/2
26	2,9	1/2
24	1,8	1/2
21	1,8	1/2
18	2,4	1
14	3,0	1
11	3,0	1
7	3,8	1
$+0\ 2$	3,5	1
16	3,8	2
31	4,1	2
$+1\ 31$	7,3	3
$+2\ 4$	10,0	3
33	10,7	3
$+3\ 43$	12,2	1
$+4\ 36$	13,8	1
1841 März 15 ($13^h 38^m,8$)		
$-2\ 39$	10,0	1
1841 März 18 ($10^h 28^m,0$)		
$-1\ 0$	5,3	1/2
$+0^h 37^m$	4,5	1/2
42	4,4	1/2
48	4,7	1/2
1841 Aug. 14 ($12^h 47^m,3$)		
$-1\ 50$	8,8	2
$-0\ 50$	3,0	4
37	4,0	2
25	4,4	1
20	4,4	1
15	4,1	1
6	3,2	1
$+0\ 2$	3,0	1
8	2,9	1
17	2,6	1
25	2,7	1
30	2,7	1
37	3,3	1
47	3,2	1
54	3,5	1
$+1\ 6$	4,3	3
20	5,2	3
1841 Sept. 29 ($9^h 44^m,3$)		
$-0\ 54$	3,8	4
33	3,5	1
6	3,6	1/2
3	3,0	1
$+0\ 4$	3,3	2
10	4,0	2
19	3,9	2
27	3,9	2
36	3,9	2
46	4,7	2
54	5,1	2
$+1\ 1$	5,4	1
12	4,9	2
20	5.8	2
27	7,3	2
1841 Oct. 5 ($3^h 21^m,6$)		
$+3\ 25$	13,0	1
1841 Oct. 19 ($11^h 25^m,1$)		
$-0\ 33$	1,7	1
29	1,7	1
15	0,1	1
1841 Nov. 11 ($9^h 55^m,5$)		
$+1^h 35^m$	6,2	1
1842 Oct. 21 ($14^h 3^m,9$)		
$+0\ 9$	4,5	1
54	4,8	2
$+1\ 3$	5,9	2
13	6,3	2
22	5,8	1
1842 Dec. 3 ($11^h 55^m,0$)		
$-5\ 38$	15,5	1
$-0\ 18$	1,6	1
1842 Dec. 6 ($8^h 47^m,0$)		
$-1\ 14$	6,3	1
$+0\ 41$	3,6	1
$+1\ 34$	6,9	1
1843 Sept. 13 ($8^h 43^m,0$)		
$-1\ 10$	7,8	1/2
$-0\ 50$	5,3	1
37	3,9	2
24	3,5	1/2
14	2,9	1/2
4	2,9	1/2
$+0\ 4$	2,4	1/2
9	2,1	1/2
14	3,2	1/2
21	3,5	1
29	2,5	1/2
34	3,0	1/2
43	3,8	1
49	3,9	1
53	3,7	2
59	4,3	2
$+1\ 35$	4,4	1
1843 Oct. 23 ($12^h 3^m,9$)		
$-4\ 16$	13,6	1
1844 Jan. 23 ($6^h 13^m,1$)		
$-0\ 44$	3,3	1
$+0\ 7$	1,6	1
54	3,0	1
$+1\ 5$	4,1	1

1845 Aug. 24 ($10^h 52^m$,1)		
−1 52	9,7	1
−0 29	3,5	2
13	3,4	1
0	2,2	1
1845 Sept. 19 ($6^h 9^m$,0)		
+0 54	5,3	1/2
+1 9	5,5	1/2
1845 Oct. 29 ($9^h 30^m$,4)		
−3 0	12,0	2
−2 36	11,1	1
−1 10	6,2	2
−0 26	3,8	3
1	2,7	1
+0 12	2,2	1
19	1,5	1/2
33	2,0	1
41	3,1	2
53	3,6	2
+1 4	3,9	1/2
10	5,0	1
27	6,7	2
1846 Sept. 18 ($9^h 39^m$,1)		
−1 24	6,2	1/2
8	5,4	1/2
−0 52	4,5	1/2
23	3,5	1
6	3,1	1
+0 7	3,1	1
21	3,6	1
31	4,3	1
43	4,3	1
+1 4	4,8	1
1847 Nov. 2 ($10^h 7^m$,7)		
−3 28	11,5	1
−2 18	10,0	2
−1 40	8,9	3
24	7,5	3
0	6,9	3
−0 8	3,3	2
+0 1	3,1	2
18	4,1	2
39	4,6	2
+1 9	6,9	2
1847 Nov. 5 ($6^h 56^m$,8)		
−1 6	6,0	3
+0 18	5,2	2
30	4,4	2
$+0^h 40^m$	5,8	2
54	6,0	2
+1 8	6,9	2
21	6,5	3
46	7,9	3
1848 Jan. 7 ($8^h 55^m$,4)		
−2 53	10,0	1
28	10,0	1
−1 33	6,4	3
2	5,9	2
−0 34	4,2	2
20	2,1	1
7	3,0	1
1	2,3	1
+0 8	2,3	1
19	2,9	1/2
33	3,5	1
43	4,3	1
57	5,5	2
+1 36	8,1	2
1848 Jan. 10 ($5^h 44^m$,6)		
+0 50	4,6	1
58	5,3	1
1848 Jan. 27 ($10^h 40^m$,1)		
−2 47	9,8	1
−1 54	7,8	2
23	6,5	2
7	6,5	2
−0 31	5,4	2
22	3,8	1
11	3,0	1
4	3,7	1
+0 4	2,8	1/2
14	3,0	1/2
28	4,2	1
+1 0	5,7	1/2
27	7,5	1
1849 Jan. 8 ($9^h 14^m$,4)		
−2 38	10,2	2
2	9,3	2
−1 38	7,8	2
1849 Nov. 5 ($10^h 45^m$,3)		
−1 29	7,0	2
12	5,9	2
1850 Jan. 30 ($11^h 18^m$,0)		
−2 25	9,1	2
−1 55	8,3	2
25	7,0	2
$-0^h 57^m$	4,5	2
38	4,2	1
+0 56	5,3	1
+1 16	7,2	1
48	10,0	1
1851 Febr. 24 ($10^h 10^m$,9)		
−0 4	1,9	1
+0 6	1,5	1
32	0,5	1
+1 22	6,1	1/2
1851 Oct. 20 ($9^h 40^m$,7)		
−0 6	4,5	2
8	3,8	2
20	3,9	2
37	4,7	2
52	6,4	2
+1 9	7,3	2
+2 36	10,2	2
1852 März 20 ($9^h 3^m$,2)		
−1 33	7,4	1
15	6,9	1
+0 3	3,8	2
15	3,8	1/2
24	4,9	1/2
38	5,5	1
55	6,1	1
1852 Juli 24 ($12^h 52^m$,8)		
−2 3	7,7	1/2
−1 38	6,7	1/2
−0 56	5,8	1/2
47	5,3	1/2
37	4,8	1/2
24	4,6	1/2
11	4,3	1
2	3,9	1
+0 17	3,8	1
26	4,4	1
35	4,9	1
53	6,1	1
+1 4	6,5	1
1852 Aug. 16 ($11^h 20^m$,9)		
−1 25	8,0	2
1852 Sept. 8 ($9^h 49^m$,1)		
+1 8	6,0	2
32	7,5	2
1853 Febr. 4 ($12^h 13^m$,2)		
−0 37	8,2	1
$-0^h 5^m$	5,7	1/2
+0 23	4,8	1/2
+1 31	4,9	1/2
1853 Oct. 3 ($8^h 35^m$,3)		
−0 58	5,8	1
19	3,3	2
7	2,7	2
+0 5	2,7	2
12	3,6	2
24	4,1	2
31	4,5	2
45	4,0	2
52	5,5	2
+1 30	7,1	2
+2 21	9,8	2
+3 19	10,8	2
1853 Oct. 23 ($10^h 16^m$,0)		
−3 26	9,9	1
−0 36	4,1	2
13	2,5	2
6	1,9	1/2
0	2,5	1/2
+0 6	1,4	1/2
11	0,9	1/2
18	1,7	1/2
24	2,8	1/2
31	3,5	2
37	4,2	2
45	5,2	2
51	4,5	1
+1 10	5,9	2
1853 Oct. 26 ($7^h 4^m$,8)		
−0 21	4,2	1
12	3,8	1
4	4,2	2
+0 1	3,2	2
6	3,2	2
12	3,5	2
16	3,7	2
23	4,0	1
1853 Nov. 12 ($11^h 57^m$,6)		
−2 45	10,0	2
−1 49	7,3	2
19	6,4	2
3	5,9	2
−0 42	3,5	2
23	2,9	2
7	2,8	2
+0 2	2,4	2
11	3,1	2

$+0^h 25^m$	2,4	2
36	3,2	2
48	3,8	2
+1 6	5,1	2
36	7,4	2
1853 Dec. 2 ($13^h 40^m$,2)		
—2 49	10,2	3
—1 51	8,9	3
28	7,1	3
3	5,6	3
—0 34	3,9	1
22	2,9	1/2
15	3,0	1
5	2,2	1
+0 3	2,5	1/2
10	2,5	1/2
18	2,8	1/2
27	3,1	1/2
33	3,3	1/2
43	4,1	1
50	4,5	2
+1 1	5,6	2
9	6,2	2
1853 Dec. 5 ($10^h 29^m$,2)		
—1 8	4,6	2
1854 Jan. 20 ($7^h 35^m$,0		
—1 21	5,8	2
11	5,5	3
1	4,5	3
—0 42	3,6	3
31	3,8	3
22	2,8	3
12	3,1	3
4	3,3	3
+0 6	3,2	3
23	3,5	3
56	5,5	3
1854 März 4 ($7^h 54^m$,2)		
—1 18	4,9	1
3	4,4	1
—0 47	3,6	1
34	3,4	1
21	2,2	1
12	2,1	1
3	1,9	1
+0 2	2,6	1
10	2,4	1
19	2,9	1
34	3,5	1
1854 Sept. 12 ($10^h 23^m$,6)		
$-1^h 35^m$	6,8	1
8	5,7	1
—0 48	5,2	2
23	3,4	2
6	1,7	1
+0 10	0,9	1
19	1,2	1
34	2,1	1
49	2,8	1
58	3,0	1
+1 13	4,1	3
26	5,3	3
1854 Oct. 2 ($12^h 3^m$,6)		
—1 46	7,2	2
20	6,2	2
—0 38	4,2	3
23	4,1	3
12	2,8	3
+0 1	2,6	3
15	3,1	3
25	3,5	3
37	3,7	3
50	4,7	3
+1 0	5,7	3
1854 Oct. 28 ($7^h 21^m$,8)		
—1 4	6,0	2
—0 46	5,1	3
22	3,2	3
13	3,5	3
6	3,4	3
+0 2	3,6	3
16	4,0	3
25	3,8	3
39	4,7	3
55	5,2	3
+1 31	6,9	3
1854 Dec. 7 ($10^h 46^m$,3)		
—0 33	3,8	2
22	3,3	2
13	2,9	2
5	2,9	2
+0 5	3,7	2
14	3,4	2
24	3,9	2
33	4,0	2
43	4,7	2
1855 Jan. 19 ($11^h 3^m$4)		
—1 22	8,1	2
$-0^h 37^m$	6,4	2
20	4,9	1
12	3,9	1
1	3,5	1
+0 7	3,7	1
15	3,9	1
24	4,3	1
42	4,6	1
48	5,3	2
+1 14	6,1	2
40	8,0	2
1855 Jan. 22 ($7^h 52^m$,7)		
—0 21	5,2	2
10	4,5	2
+0 1	3,7	2
7	3,3	2
15	3,6	2
23	4,5	2
31	4,0	2
40	4,7	2
54	5,3	2
+1 11	6,7	2
1855 Nov. 19 ($9^h 20^m$,5)		
—1 36	7,2	2
22	6,9	2
1	6,5	2
—0 29	3,6	2
9	2,5	1/2
6	2,4	1/2
+0 4	3,2	1/2
20	3,2	1/2
27	3,8	1/2
38	4,4	1/2
1856 Jan. 24 ($8^h 9^m$,7)		
—1 40	8,7	2
—0 56	5,6	2
42	5,4	1
32	5,2	1
19	5,3	1/2
1856 März 27 ($10^h 13^m$,0)		
—1 27	9,6	1
8	8,8	1
1856 Aug. 3 ($10^h 45^m$,0)		
—0 12	3,6	1/2
1	3,5	1/2
+0 23	4,2	1/2
1856 Oct. 28 ($11^h 6^m$,4)		
—1 38	7,4	1
$-1^h 26^m$	7,6	2
15	6,9	2
2	6,4	2
—0 46	4,7	3
31	4,4	3
22	4,2	3
14	4,0	3
+0 1	3,5	3
12	4,6	1
20	4,7	1
32	4,2	3
50	4,5	3
+1 13	5,5	3
39	7,1	2
1856 Oct. 31 ($7^h 55^m$,3)		
—1 6	6,3	3
—0 50	5,6	3
32	4,9	3
19	4,5	3
8	4,1	3
+0 3	4,4	3
14	4,0	3
25	4,1	3
39	4,3	3
49	5,1	3
+1 3	5,4	3
19	6,3	2
34	7,2	2
1857 Jan. 2 ($9^h 53^m$,0)		
—0 10	2,9	2
3	3,3	2
+0 5	3,7	2
12	3,7	2
1857 Aug. 25 ($12^h 45^m$,2)		
—0 59	5,3	2
52	5,4	2
41	5,0	2
28	4,0	2
19	3,7	2
7	4,1	2
+0 3	3,5	2
16	3,4	2
27	3,8	2
34	4,3	2
44	5,5	1
52	6,0	1
1857 Sept. 17 ($11^h 13^m$,3)		
—1 38	7,2	2
14	5,6	2
—0 51	3,8	2

— 0^h	38^m	3,5	2
	24	2,8	2
	16	2,2	2
	6	2,3	2
+ 0	4	2,1	2
	15	2,8	2
	26	2,9	2
	35	3,7	2
	47	4,6	2
+ 1	8	5,5	2
	17	6,4	2

1857 Nov. 19 ($13^h 5^m$,0)

— 3	10	9,9	1
— 2	3	9,9	1
— 1	31	8,4	2
— 0	55	5,7	2
	45	4,7	2
	39	4,3	2
	29	3,6	2
	15	3,3	2
	6	3,0	2
+ 0	12	2,6	2
	24	3,5	2
	37	4,3	2

1858 Jan. 4 ($10^h 9^m$,8)

— 0	36	6,6	1
	20	4,9	1
	8	3,8	1
+ 0	6	2,9	1
	19	3,5	1
	30	4,2	1
	43	4,8	1
+ 1	1	6,6	1
	17	8,1	1

1858 Jan. 7 ($6^h 59^m$,0)

— 1	22	7,5	2
— 0	59	5,8	2
	32	5,0	2
	15	3,6	2
	0	3,0	2
+ 0	16	2,2	2
	27	1,9	2
+ 0^h	40^m	3,0	2
	49	3,9	2
+ 1	6	5,2	2

1858 Jan. 27 ($8^h 43^m$,5)

— 0	59	7,1	2
	38	5,3	2
	20	4,2	2
	6	3,2	2
+ 0	8	2,6	2
	19	3,2	2
	31	4,0	2
	41	4,8	2

1858 Febr. 16 ($10^h 28^m$,4)

+ 0	7	4,0	1
	13	3,6	1
	26	3,8	1
	36	4,6	1
	48	5,2	1

1858 Febr. 19 ($7^h 17^m$,7)

— 1	11	2,5	1
— 0	36	4,4	2
	25	3,7	2
	15	2,9	2
	1	2,3	2
+ 0	11	2,3	2
	36	3,4	2

1858 März 11 ($9^h 2^m$,4)

— 1	31	4,8	1
	24	4,0	1
	6	2,5	1
— 0	55	1,5	1
	48	1,4	1
	37	1,7	1
	15	2,7	1
+ 0	8	3,3	1
	19	4,7	1
	36	5,6	1
+ 1	5	7,8	1/2

1858 Oct. 12 ($9^h 58^m$,8)

— 1	22	7,5	2
— 1^h	3^m	5,5	2
— 0	49	4,7	2
	34	4,1	2
	13	3,8	2
	3	3,6	2
+ 0	10	2,8	2
	20	2,2	2
	33	2,6	2
	48	3,7	2
	56	4,1	2
+ 1	13	4 6	2
	32	6,0	2

1858 Nov. 4 ($8^h 28^m$,7)

— 0	20	3,6	2
	6	3,2	2
+ 0	6	2,6	2
	19	2,6	2
	34	3,3	2
	43	4,0	2
	58	4,3	2

1859 Juli 17 ($13^h 10^m$,6)

— 0	53	3,9	1/2
	41	4,0	2
	27	3,7	2
	18	3,9	2
	10	4,1	2
+ 0	3	4,2	2
	18	4.2	3
	31	3,9	2
	44	4,6	2
	52	4,8	2

1859 Nov. 3 ($11^h 57^m$,0)

— 1	45	6,9	1
	33	6,4	2
	17	5,9	2
	5	5,8	2
— 0	56	5,2	2
	14	3.6	2
+ 0	41	3,4	2
	54	4,8	2
+ 1	4	5,8	2

1859 Nov. 6 ($8^h 45^m$,8)

— 1^h	47^m	8,2	3
	28	7,6	3
	8	5,3	3
— 0	48	5,6	2
	26	3,2	1
	17	3,3	2
	7	3,1	2
+ 0	7	3,1	2
	19	3,2	2
	30	3,5	2
	47	4,7	2
+ 1	4	5,2	3
	26	6,6	3

1862 März 18 ($10^h 13^m$,5)

— 0	21	4,6	1/2
	15	3,5	1/2
	5	4,7	1/2
+ 0	10	3,8	1/2
	17	4,5	1/2
	32	4,9	1/2
	45	5,1	1/2

1866 Febr. 13 ($8^h 2^m$,9)

— 1	38	8,2	1
	22	6,5	1
	14	6,1	1
	1	5,0	1
— 0	52	5,1	1
	42	4,8	1
	24	3,7	1
	13	3,7	1
	3	3,2	1
+ 0	10	2,7	1
	24	3,7	1
	36	4,3	1
	48	5,8	1
	57	6,7	1
+ 1	27	8,1	1

Beobachtungen von E. Heis.

1842 Dec. 3 ($12^h 0^m$)

−1 50	2,98	2

1842 Dec. 6 ($8^h 49^m$)

−1 39	2,97	1
14	3,03	1
−0 54	3,54	1
29	3,61	1
14	3,62	1
+0 1	3,64	1
21	3,56	1
46	3,39	1/2
+1 11	3,29	1
+2 11	2,99	2

1842 Dec. 26 ($10^h 32^m$)

−4 32	2,74	1
12	2,84	1
−3 47	2,91	1
−2 12	3,01	1
−1 57	3,08	1
27	3,22	1

1843 Jan. 21 ($5^h 55^m$)

−0 15	3,36	1
+0 35	3,39	1
+1 10	3,18	1
35	2,93	1
50	2.75	1
+2 5	2,75	1

1847 Oct. 13 ($8^h 28^m$)

−1 5	3,33	1/2
+1 13	3,31	1
32	3,17	1
47	3,10	1
+2 17	2,95	1
32	2,89	1
52	2,82	1

1847 Oct. 27 ($16^h 32^m$)

−1 17	3,14	2
−0 47	3,14	1
+0 13	3,26	1

1847 Nov. 2 ($10^h 10^m$)

−3 8	2,26	1
−2 38	2,35	1
$-1^h 59^m$	2,99	1
42	3,09	2
5	3,17	2
−0 44	3,26	1
28	3,33	1
8	3,37	1
+0 7	3,37	1
22	3,34	1
37	3,30	1
52	3,23	1
+1 7	3,17	2
37	3,10	1
59	2,96	1
+2 22	2,90	1

1847 Nov. 5 ($6^h 58^m$)

−0 58	3,29	1
33	3,37	1
13	3,47	1
+0 2	3,37	1
27	3,45	1
47	3,32	1
+1 7	3,22	1
27	3,11	2
45	3,01	1
55	2,97	1
+2 22	2,91	1
47	2,82	1
−3 32	2,66	2
+4 2	2,37	2

1847 Nov. 19 ($15^h 3^m$)

−1 48	2,61	2

1847 Nov. 25 ($8^h 41^m$)

−0 31	3,33	1
6	3,38	1
+0 49	3,16	2
+1 4	3,11	1
19	3,07	1
49	2,94	1
+2 24	2,70	2

1847 Nov. 28 ($5^h 30^m$)

+1 0	3,06	1
15	3,19	1
+2 35	2,97	1

1848 Jan. 4 ($12^h 8^m$)

−2 28	2,90	1
−1 53	2,98	1
38	3,08	1
23	3,08	2
8	3,16	2
−0 53	3,24	1
38	3,30	1
23	3,34	1
8	3,30	1
+0 7	3,29	1
22	3,26	1
42	3,15	1
57	3,07	2

1848 Jan. 7 ($8^h 58^m$)

−1 48	3,00	1
22	3,12	1
−0 55	3,16	1
36	3,30	1
22	3,35	1
6	3,30	1
+0 7	3,19	1
32	3,11	1
51	3,04	1
+1 7	3,02	1
17	2,93	1
42	2,86	1

1848 Jan. 10 ($5^h 47^m$)

−0 32	3,20	1
17	3,30	1
2	3,37	1
+0 13	3,30	1
19	3,23	1
33	3,16	2
48	3,16	1
58	3,09	1
+1 18	3,02	1
23	2,95	1
43	2,88	1
+2 3	2,88	1

1848 Jan. 27 ($10^h 42^m$)

−2 27	2,87	1
−1 27	3,01	1
12	3,08	1
−0 52	3,18	1
$-0^h 42^m$	3,30	1
12	3,34	1
+0 8	3,32	1/2
23	3,28	1/2

1848 Dec. 22 ($4^h 21^m$)

+1 24	3,23	2
39	3,11	2
54	3,08	1
+2 0	2,98	2
54	2,76	2

1849 Febr. 23 ($6^h 24^m$)

+0 11	3,19	1
33	3,15	2
56	3,10	2
+1 24	3,09	2
44	2,94	2
+2 6	2,69	1

1849 Aug. 31 ($12^h 8^m$)

+0 52	3,16	2
+1 7	3,17	2
22	3,14	2
27	3,11	1
37	3,00	1

1849 Sept. 26 ($7^h 25^m$)

+1 39	2,81	1

1851 Febr. 24 ($10^h 13^m$)

−1 44	3,12	2
19	3,04	1
−0 44	3,07	2
24	3,14	2
7	3,22	1
+0 15	3,24	1
16	3,28	1
33	3,22	1
46	3,20	1
+1 30	3,03	2
47	3,00	2

1851 Oct. 20 ($9^h 43^m$)

+1 3	3,30	1
14	3,18	2
33	3,09	2
53	3,06	1
+2 4	3,03	1

$+2^h 17^m$	2,98	1
32	2,89	1
42	2,82	1

1891 Dec. 23 ($11^h 56^m$)

−0 41	3,11	2
26	3,14	2
11	3,21	2
+0 4	3,28	1
19	3,36	1
34	3,34	1
49	3,23	1
+1 4	3,14	2
19	2,98	1
34	2,91	1

1853 Oct. 3 ($8^h 37^m$)

+0 18	3,23	1
28	3,35	1
38	3,38	1
53	3,24	1
+1 19	3,12	2

1854 Oct. 28 ($7^h 24^m$)

−1 14	3,32	1/2
−0 54	3,18	2
44	3,27	1
24	3,34	2
14	3,33	1
+0 3	3,37	1
15	3,39	1
26	3,33	1
36	3,30	1
+1 1	3,26	1
21	3,14	2
30	3,14	1
41	3,10	2
51	3,14	1
+2 26	2,95	1
51	2,31	1

1854 Oct. 31 ($4^h 12^m$)

+1 24	3,26	2
$+1^h 35^m$	3,20	1
48	3,09	1
+2 3	3,01	1

1854 Dec. 27 ($12^h 32^m$)

−0 22	3,01	1
5	3,08	1
+0 7	3,11	2
15	3,20	1
24	3,17	1
36	3,19	1
48	3,16	1
56	3,10	2
+1 8	3,08	1
18	3,06	2
48	3,02	1

1855 Jan. 19 ($11^h 6^m$)

−1 36	3,05	1
26	3,08	1
16	3,08	2
6	3,15	2
−0 56	3,10	2
46	3,14	2
16	3,22	1
6	3,27	1
+0 4	3,33	1
14	3,27	1
24	3,10	1
34	3,11	2
44	3,08	2
54	3,01	1

1856 Aug. 3 ($10^h 47^m$)

−0 39	3,10	1
32	3,14	1
27	3,18	1
22	3,20	1
17	3,31	1
12	3,35	1
7	3,38	1
2	3,39	1
+0 13	3,39	1
$+0^h 28^m$	3,37	1/2
38	3,34	1/2
48	3,33	1/2
+1 3	3,29	1
8	3,24	1
13	3,19	1

1857 Febr. 17 ($7^h 2^m$)

+0 49	3,28	1
53	3,28	1
58	3,23	1
+1 8	3,16	2
18	3,10	2
28	3,08	1
38	3,05	2
48	3,05	1

1857 Sept. 17 ($11^h 16^m$)

−1 6	3,16	2
−0 51	3,25	1
36	3,33	1
26	3,37	1
16	3,37	1
6	3,37	1
+0 4	3,33	1
14	3,27	1
24	3,24	1
34	3,18	2
54	3,14	2

1859 Nov. 3 ($11^h 59^m$)

−3 42	2,67	2
−2 54	2,74	2
2	2,94	1
−1 23	3,13	2
8	3,08	2
−0 58	3,16	2
48	3,20	1
33	3,26	1
23	3,31	1
11	3,37	1/2
+0 2	3,38	1/2
12	3,38	1/2
$+0^h 27^m$	3,35	1/2
47	3,18	1
56	3,13	1

1859 Nov. 6 ($8^h 48^m$)

−2 36	2,63	1
18	3,16	1/2
3	3,20	1/2
−1 48	3,24	1/2
37	3,15	1
15	3,15	2
3	3,21	1
−0 57	3,25	1
45	3,33	1
39	3,34	1
28	3,38	1
22	3,38	1
+0 7	3,31	1
12	3,25	1
37	3,18	1
59	3,16	1
+1 32	3,14	1
49	3,10	1
58	3,03	1
+2 24	2,96	1

1860 Febr. 23 ($7^h 54^m$)

−0 43	3,04	1
38	3,03	2
32	3,11	2
20	3,14	2
10	3,18	1
0	3,23	1
+0 10	3,19	1
20	3,15	1
32	3,17	2
55	3,13	2
+1 0	3,09	1
20	3,06	1

STELLINGEN.

STELLINGEN.

I.

De lichtkromme van Algol is symmetrisch.

II.

Het verschijnsel van Purkinje ontstaat door de samenwerking van twee lichtgevoelige apparaten in het oog; het eene (de kegels) is kleurgevoelig en neemt het licht alleen bij voldoend groote helderheid waar, en dan met eene intensiteit, die met de roodwaarde van het licht overeenstemt; het andere (de staafjes) is monochromatisch, is alleen voor zwak licht gevoelig en heeft een maximumgevoeligheid in het groen.

III.

De te Potsdam met Zöllner-photometers uitgevoerde helderheidsmetingen der sterren zijn aan systematische fouten onderworpen, die van de subjectieve helderheid der te meten voorwerpen afhangen.

IV.

Ten onrechte bepleiten Dunér (V. J. S. 32, pag. 185) en Scheiner (V. J. S. 33, pag. 68) de wenschelijkheid van algemeene aanname van Vogels classificatie der sterspectra, op grond, dat deze een natuurlijk stelsel zou voorstellen. Ze vormt slechts een gebrekkig kunstmatig stelsel.

V.

De Potsdamsche helderheidsmetingen van Saturnus kunnen geen bewijs leveren voor de meteorische samenstelling van haar ring.

VI.

De beschouwingen van Seeliger over de tegenspraken, waartoe de aantrekkingswet van Newton voert (Sitz. Ber. München, 1896, pag. 373), hebben geen waarde.

VII.

De uitkomst van Kapteyn omtrent de verdeeling der sterren naar lichtkracht zal bij onderzoekingen over den bouw van het heelal het meest vruchtdragend zijn, als ze wordt gebracht in den vorm

$$n = c\,e^{-a(m-m_0)^2}\,dm$$

waar m de logarithme van de lichtkracht voorstelt.

VIII.

Seeligers bewering tegenover Easton, dat men uit de schijnbare verdeeling der sterren niets kan afleiden omtrent de uitgestrektheid der sterrenlaag in de gezichtslijn (Astrophys. Journ. XII, pag. 376) berust op een dwaling; uit het aspect van den melkweg mag men tot zijne geringe uitbreiding in de gezichtslijn besluiten.

IX.

De bepaling van de verandering der persoonlijke fout bij doorgangswaarnemingen met de helderheid door middel van gaaswaarnemingen is voor zwakke sterren af te keuren.

X.

De invoering van de registreermikrometer voor fundamenteele R. Kl. bepalingen is aan te bevelen.

XI.

Bij beschouwingen, als die, welke Boltzmann over den overgang van een wereldstelsel uit onwaarschijnlijker tot waarschijnlijker toestanden geeft, moet men tot geheel verkeerde gevolgtrekkingen geraken, wanneer men de algemeene aantrekkingskracht verwaarloost.

XII.

De moeilijkheden, waartoe in de kinetische gastheorie de voorstelling van de omkeering van alle bewegingen aanleiding geeft, welke in de door Boltzmann gegevene, onlangs weer door Brillouin (Boltzmann, Leçons sur la théorie des gaz, Note I, pag. 197) betwijfelde bewering hare uitdrukking vinden, dat de omgekeerde beweging eene „moleculargeordnete" is, kunnen opgeheven worden.

XIII.

De tegenspraak, die G. Lippmann (Rapports Congrès intern. de Physique, Paris, Tome I, p. 546) tusschen de kinetische gastheorie en het principe van Carnot construeert, is een uitvloeisel van verkeerde redeneering.

XIV.

De door Rydberg gekozen formulevorm voor de seriën in de lijnenspectra verdient verre de voorkeur boven den vorm van Kayser en Runge.

XV.

De tegenwerpingen van Airy tegen Peirce's criterium voor het verwerpen van sterk afwijkende waarnemingen (Astron. Journal, IV, pag. 137) zijn ongegrond; de beschouwingen echter, waarop Peirce zijn criterium doet rusten, zijn onvoldoende.

XVI.

Ten onrechte oordeelt A. Pfringsheim (Sitz. Ber. München 1895 blz. 41 sqq.), dat aan het door Picard, Traité d'Analyse, I, pag. 74—77 gegevene Cauchy'sche bewijs voor de eerste stelling van Cauchy overtuigende strengheid ontbreekt. Het daar gegeven bewijs is zoomin als het door hemzelf gegevene afhankelijk van het bestaan van een differentiaalquotient van de functie, die de integratieweg bepaalt.

XVII.

Van de differentiaalvergelijking van Legendre

$$\frac{d}{dx}\left[(x^2-1)\frac{df}{dx}\right] = n(n+1)f$$

is, wanneer in de eerste oplossing

$$P_n(x) = \frac{1}{\pi}\int_{-bg\cos x}^{+bg\cos x} \frac{\cos(n+{}^1/_2)\Phi}{\sqrt{2(\cos\Phi - x)}}\,d\Phi,$$

die voor n positief geheel de bolfuncties voorstelt, de n vloeiend genomen wordt, de tweede onafhankelijke oplossing voor te stellen door

$$\frac{d\,P_n(x)}{dn} \pm \frac{d\,P_n(-x)}{dn}$$

waar het $+$ teeken voor oneven, het $-$ teeken voor even waarden van n moet genomen worden.

XVIII.

Over de kromming van de ruimte kan slechts op grond van empirie beslist worden.

XIX.

Het sterrekundig (z.g. kosmografisch) onderwijs op de hoogere burgerscholen moet aanschouwelijk en praktisch zijn.

XX.

De vooruitgang der natuurwetenschap wordt door het voortduren der kapitalistische productiewijze benadeeld.

XXI.

De uitgave van „Annalen der Naturphilosophie" is een toonbeeld van het geringe filosofische inzicht bij natuuronderzoekers.

XXII.

Het wezen van Kant's kennistheorie in de „Kritik der reinen Vernunft" wordt bepaald door zijne, in de „Kritik der praktischen Vernunft" neergelegde moraalleer; daarom is zij thans verouderd.

XXIII.

„Es ist nicht das Bewusstsein der Menschen, das ihr Sein, sondern umgekehrt ihr gesellschaftliches Sein, das ihr Bewusstsein bestimmt."

KARL MARX.